



## MATHS

# BOOKS - SHIVALAL AGARWAL AND CO MATHS (HINDI)

## सम्बन्ध और फलन

### उदाहरण

1. समुच्चय  $A = \{1, 2, 3\}$  में निम्नलिखित सम्बन्धो पर विचार कीजिए :

$$R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (3, 3)\}$$

$$S = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\}$$

इनमें से कौनसा सम्बन्ध स्वतुल्य है और कौनसा स्वतुल्य नहीं है ?

A. केवल R

B. केवल S

C. R व S दोनों

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए कि सम्मुच्चय  $A=\{1,2,3\}$  में  $R=\{(1,2),(2,1)\}$  द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध सममित है किन्तु न तो स्वतुल्य है और न संक्रामक है



वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि सम्मुच्चय  $A=\{1,2,3\}$  में  $R=\{(1,1),(2,2), (3,3),(1,2),(2,3)\}$  द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध स्वतुल्य है किन्तु न तो सममित है और न संक्रामक है



वीडियो उत्तर देखें

4. समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, \dots, 13, 14\}$  पर सम्बन्ध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है :

$$R = \{(x, y) : 3x - y = 0\}$$

निर्धारण कीजिए की क्या सम्बन्ध  $R$  स्वतुल्य , सममित और संक्रमक है ?

A. स्वतुल्य

B. सममित

C. संक्रमक

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

5. समस्त पूर्णाकों के समुच्चय  $Z$  पर सम्बन्ध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है :

$$R = \{(x, y) : x - y \text{ एक पूर्णांक है} \}$$

निर्धारण कीजिए कि क्या सम्बन्ध  $R$  स्वतुल्य , सममित और संक्रामक है ?



वीडियो उत्तर देखें

6. माना कि प्राकृत संख्याओं के समुच्चय  $N$  पर एक सम्बन्ध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है,

$$R = \{(x, y) : x, y \in N, 2x + y = 41\}$$

सम्बन्ध  $R$  का प्रान्त (domain) और परिसर (range) ज्ञात कीजिए साथ ही, सत्यापित कीजिए कि क्या  $R$ , (i) स्वतुल्य (reflexive), (ii) सममित (Symmetric), (iii) संक्रामक (transitive) ?



वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  में  $R = \{(a, b) : a \leq b\}$  द्वारा परिभाषित सम्बन्ध स्वतुल्य तथा संक्रामक है, किन्तु सममित नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. दर्शाइए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  में  $R = \{(a,b) : a \leq b^2\}$  द्वारा परिभाषित सम्बन्ध  $R$  न तो स्वतुल्य है, न सममित है और न ही संक्रामक है।

 वीडियो उत्तर देखें

9. माना कि  $L$  किसी समतल में स्थित समस्त रेखाओं का एक समुच्चय है तथा  $R = \{(L_1, L_2) : L_1, L_2 \text{ पर लम्ब है}\}$  समुच्चय  $L$  में परिभाषित एक सम्बन्ध है। सिद्ध कीजिए कि  $R$  सममित है किन्तु न तो यह स्वतुल्य है और न ही संक्रामक।



वीडियो उत्तर देखें

10. माना कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  पर एक सम्बन्ध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है:

$(a, b) \in R \Rightarrow 1 + ab > 0$ , सभी  $a, b \in R$  के लिए।



दर्शाइए कि सम्बन्ध R स्वतुल्य और सममित है, किन्तु संकामक नहीं हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

11. सिद्ध कीजिए कि प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N में सम्बन्ध R:  $\leq$  एक प्रतिसममित सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. माना कि समुच्चय A में R कोई सम्बन्ध है, तो दर्शाइये कि (1) R स्वतुल्य (reflexive) होता है यदि और केवल यदि

$$I_A \subset R$$

(2)  $R$  सममित (symmetric) होता है यदि और केवल यदि

$$R = R^{-1}$$



वीडियो उत्तर देखें

**13.** सिद्ध कीजिए कि यदि  $R$  संक्रामक सम्बन्ध है तो इसका प्रतिलोम सम्बन्ध  $R^{-1}$  भी संक्रामक होगा।



वीडियो उत्तर देखें

14. सिद्ध कीजिए कि प्राकृत संख्याओं के समुच्चय  $N$  पर परिभाषित सम्बन्ध

$$R: a^2 - 4ab + 3b^2 = 0, (a, b, \in N)$$

स्वतुल्य है, किन्तु न तो सममित है और न ही संक्रामक है।

 वीडियो उत्तर देखें

15. सम्बन्ध का एक ऐसा उदाहरण दीजिए जो सममित तथा संक्रामक हो, परन्तु स्वतुल्य न हो।

 वीडियो उत्तर देखें

16. सम्बन्ध का एक ऐसा उदाहरण दीजिए जो स्वतुल्य हो, परन्तु सममित और संक्रामक न हो।

 वीडियो उत्तर देखें

17. माना कि किसी समुच्चय  $A$  में सम्बन्ध  $R$  और  $S$  सममित हैं। दर्शाइए कि  $R \cap S$  भी सममित है।

 वीडियो उत्तर देखें

18. माना कि किसी समुच्चय  $A$  में सम्बन्ध  $R$  प्रतिसममित है ।

दर्शाए कि

(a)  $R^{-1}$  प्रतिसममित है।

(b)  $R \cap S$  प्रतिसममित है, जहाँ  $S$  समुच्चय  $A$  में कोई सम्बन्ध है।



वीडियो उत्तर देखें

19. माना कि  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ । समुच्चय  $X$  पर

दो सम्बन्ध  $R_1$  और  $R_2$  इस प्रकार परिभाषित हैं :

$R = \{(x, y) : x-y \text{ संख्या } 3 \text{ से भाज्य है।}\}$

$R_2 = \{(x,y) : \{x,y\} \subset \{1,4,7\} \text{ या } \{x,y\} \subset \{2,5,8\}$

या  $\{x,y\} \in \{3,6,9\}$

सिद्ध कीजिए कि  $R_1 = R_2$



वीडियो उत्तर देखें

20. माना कि  $A = \{1, 2, 3\}$ . तब सिद्ध कीजिए कि ऐसे सम्बन्धों की संख्या तीन है, जिनमें  $(1, 2)$  तथा  $(2, 3)$  हैं और जो स्वतुल्य एवं संक्रामक तो हैं, किन्तु सममित नहीं हैं।



वीडियो उत्तर देखें

21. माना कि  $R = \{(1, 1), (1, 3), (3, 1), (3, 3)\}$ . क्या R समुच्चय  $A = \{1, 2, 3\}$  पर एक तुल्यता सम्बन्ध है? क्या R समुच्चय  $B = \{1, 3\}$  पर एक तुल्यता सम्बन्ध है?

 वीडियो उत्तर देखें

22. सिद्ध कोजिए कि पूर्णाकों के समुच्चय  $Z$  में "=" का सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

23. सिद्ध कीजिए कि किसी कॉलेज के पुस्तकालय की समस्त पुस्तकों के समुच्चय A में  $R = \{(x, y) : x \text{ और } y \text{ में पेजों की संख्या समान है}\}$  द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध है।



वीडियो उत्तर देखें

24. माना कि एक समतल में सभी रेखाओं का समुच्चय L है।

तो बताइए कि क्या L पर परिभाषित

निम्नलिखित सम्बन्धों में से कोई सम्बन्ध तुल्यता सम्बन्ध है?

(a)  $R_1 = \{(x, y) : x \perp y, \text{ जहाँ } x, y \in L\}$ ,  $\perp$  का



अर्थ लम्ब है।

(b)  $R_2 = \{(x, y) : x \perp y \text{ जहाँ } x, y \in L\}$ ,  $\parallel$  का

अर्थ समान्तर है।

 वीडियो उत्तर देखें

25. सिद्ध कीजिए कि एक समतल (plane) में त्रिभुजों के समुच्चय T पर "सर्वांगसमता" (congruency) का सम्बन्ध R एक तुल्यता सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

26. सिद्ध कीजिए कि समस्त त्रिभुजों के समुच्चय  $A$  में,  $R = \{(T_1, T_2), T_1, T_2, \text{ के समरूप (similar) है} \}$  द्वारा परिभाषित सम्बन्ध  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध (equivalence relation) है। भुजाओं 3, 4, 5 वाले समकोण त्रिभुज  $T_1$  भुजाओं 5, 12, 13 वाले समकोण त्रिभुज  $T_2$  और भुजाओं 6, 8, 10 वाले समकोण त्रिभुज  $T_3$  पर विचार कीजिए।  $T_1, T_2$  और  $T_3$  में से कौनसे त्रिभुज परस्पर सम्बन्धित हैं?



वीडियो उत्तर देखें

27. यदि  $Z$  पूर्णाकों का समुच्चय हो, तथा  $xRy \Rightarrow x - y$  एक सम पूर्णांक है, तो सिद्ध कीजिए कि  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है, जहाँ,  $x, y \in Z$ .



वीडियो उत्तर देखें

28. सिद्ध काँजिए कि  $A = \{(1, 2, 3, 4, 5)\}$  में,  $R = \{(a, b) : |a - b| \text{ सम है}\}$  द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है। प्रमाणित कीजिए कि समुच्चय  $\{1, 3, 5\}$  के सभी अवयव एक-दूसरे से सम्बन्धित हैं और समुच्चय  $(2, 4)$  के सभी

अवयव एक-दूसरे से सम्बन्धित हैं किन्तु  $\{1, 3, 5\}$  का कोई भी अवयव  $\{2, 4\}$  के किसी अवयव से सम्बन्धित नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

**29.** माना कि  $n$  एक धनात्मक पूर्णांक है। सिद्ध कीजिए कि पूर्णाकों के समुच्चय  $Z$  पर परिभाषित सम्बन्ध  $R = \{(x, y) : x - y, n \text{ से भाज्य है}\}$  एक तुल्यता सम्बन्ध है।



वीडियो उत्तर देखें

30. सिद्ध कीजिए कि किसी समतल में स्थित बिन्दुओं के समुच्चय A में,  $R = \{(P, Q) : \text{बिंदु } P \text{ की मूलबिन्दु से दूरी, बिन्दु } Q \text{ की मूलबिन्दु से दूरी के समान है}\}$  द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध R एक तुल्यता सम्बन्ध है। साथ ही, सिद्ध कीजिए कि बिन्दु  $P \neq (0, 0)$  से सम्बन्धित सभी बिन्दुओं का समुच्चय P से होकर जाने वाले एक ऐसे वृत्त को निरूपित करता है जिसका केन्द्र मूलबिन्दु पर है।



वीडियो उत्तर देखें

31. मान लीजिए कि  $N$  प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है तथा  $N \times N$  पर एक सम्बन्ध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है :  $(x, v) R (u, v)$ , यदि और केवल यदि  $xv = yu$ . सिद्ध कीजिए कि  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

32. यदि  $Z_0$  शून्य रहित पूर्णाकों (non-zero integers) का समुच्चय हो और सम्बन्ध  $R$  इस प्रकार परिभाषित हो कि  $x R y$  यदि  $x^y = y^x$  जबकि  $x, y, \in Z_0$  तो क्या सम्बन्ध  $R$  तुल्यता सम्बन्ध है?

 वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

**33.** माना कि  $P(X)$  किसी अरिक्त समुच्चय  $X$  के सभी उपसमुच्चयों का समुच्चय है ( अर्थात् घात समुच्चय है) जिसमें कम-से-कम तीन अवयव हैं ।  $P(X)$  में एक सम्बन्ध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है :  $P(X)$  में 3 उपसमुच्चयों  $A, B$  के लिए  $A R B$ , यदि और केवल यदि  $A \subset B$  है। सिद्ध कीजिए कि सम्बन्ध  $R$  स्वतुल्य और संकामक है। यह भी ज्ञात कीजिए कि  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है अथवा नहीं ।

 वीडियो उत्तर देखें

34. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय  $\{1,2,3\}$  में तुल्यता सम्बन्धों की संख्या जिसमें  $(1, 2)$  और  $(2, 1)$  अन्तर्विष्ट हों 2 है।

 वीडियो उत्तर देखें

35. पूर्णाकों के समुच्चय  $Z$  में एक सम्बन्ध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है :

$$R = \{(a, b) : 2, (a-b) \text{ को विभाजित करता है } \}$$

सिद्ध कीजिए कि  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है। साथ ही, तुल्यता वर्ग  $[0]$  और  $[1]$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें



36. दर्शाइए कि समुच्चय

$A = \{x \in Z : 0 \leq x \leq 12\}$  में सम्बन्ध R जो

निम्नलिखित से दिया जाता है :

$R = \{(a, b) : |a-b|, 4 \text{ का एक गुणज है}\}$

एक तुल्यता सम्बन्ध है। साथ ही, 1 से सम्बन्धित सभी

अवयव, अर्थात् तुल्यता वर्ग [1] ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

37. यदि  $X = \{-1, 1\}$  तथा फलन:

$f: X \rightarrow X, f(x) = x^3$  से परिभाषित है, तो सिद्ध

कीजिए कि फलन  $f$  एक एकैकी आच्छादक फलन है।



वीडियो उत्तर देखें

**38.** माना कि फलन  $f: N \rightarrow N$  इस प्रकार परिभाषित है :

$$f(x) = 2x, \text{ जहाँ } x \in N$$

सिद्ध कीजिए कि फलन  $f$  एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

39. माना कि फलन  $f: R \rightarrow R$  इस प्रकार परिभाषित है:

$f(x) = 2x$ . सिद्ध कीजिए कि फलन  $f$  एकैकी और आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें

40. माना कि फलन:  $f: R \rightarrow R$  इस प्रकार परिभाषित हैं

:  $f(x) = x^2, \forall x \in R$ . सिद्ध काजिए कि फलन  $f$  न

तो एकैकी है और न आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें

41. दर्शाइए कि फलन  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  जो कि  $f(x) = 3x + 5$  द्वारा परिभाषित है, एकैकी और आच्छादक है, जहाँ  $\mathbb{R}$  वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

 वीडियो उत्तर देखें

42. सिद्ध कीजिए कि फलन  $f: \mathbb{R}_0 \rightarrow \mathbb{R}_0$  जहाँ  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x \neq 0$  तथा  $x \in \mathbb{R}_0$  शून्येतर (non-zero) वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $\mathbb{R}_0$  से  $\mathbb{R}_0$  में एक एकैकी आच्छादक (one- one onto ) फलन है। यदि प्रान्त  $\mathbb{R}_0$  को  $\mathbb{N}$  से बदल दिया जाए, जबकि सह-प्रान्त पूर्ववत् ही रहे, तो भी क्या गह परिणाप सत्य होगा?



वीडियो उत्तर देखें

43. सिद्ध कीजिए कि  $f(1) = f(2) = 1$  तथा  $x \geq 2$  के लिए  $f(x) = x-1$  से दिया गया फलन  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  आच्छादक तो है, किन्तु एकैकी नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

44. सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित से दिया गया फलन  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ -1, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है ।

 वीडियो उत्तर देखें

**45.** सिद्ध कीजिए कि फलन  $f: N \rightarrow N$ , जो निम्नलिखित से दिया जाता है :

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{if } x \text{ is even} \\ x - 1, & \text{if } x \text{ is odd} \end{cases}$$

एकैकी और आच्छादक दोनों है ।

 वीडियो उत्तर देखें

46. माना कि फलन  $f: N \rightarrow N$  इस प्रकार परिभाषित है :

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2}, & n \text{ e} \\ \frac{n}{2}, & n \end{cases}$$

सभी  $n \in N$  के लिए ।

बताइए कि क्या  $f$  एकैकी अच्छादी है ?

 वीडियो उत्तर देखें

47. दर्शाइए कि फलन  $f: R \rightarrow R$  , जहाँ  $f(x) = -\sin x$

न तो एकैकी हैं और न हो आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

**48.** फलन  $f: R \rightarrow R$  जहाँ  $f(x)=\cos x$  तथा  $x \in R$  तो क्या यह एक एकैकी आच्छादक फलन है ? कारण सहित लिखिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

**49.**  $f(x)=\sin x$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: [0, \pi/2] \rightarrow R$  तथा  $g(x)=\cos x$  द्वारा प्रदत्त फलन  $g: [0, \pi/2] \rightarrow R$  पर विचार कीजिए । सिद्ध कीजिए कि  $f$  और  $g$  एकैकी है , किन्तु  $f+g$  एकैकी नहीं है ।

 वीडियो उत्तर देखें



50. सिद्ध कीजिए कि  $f(x) = [x]$  द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन:  $f: R \rightarrow R$  न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है, जहाँ  $[x]$ ,  $x$  से कम या उसके बराबर महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता है।

 वीडियो उत्तर देखें

51. सिद्ध कीजिए कि  $f(x) = |x|$  द्वारा प्रदत्त मापांक फलन:  $f: R \rightarrow R$ , न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

52. माना कि  $C$  और  $R$  क्रमशः समिश्र संख्याओं और वास्तविक संख्याओं के समुच्चयों को प्रकट करते हैं। तब दर्शोड़ए कि  $f(z) = |z|$ , सभी  $z \in C$  के लिए, से परिभाषित फलन:  $f: C \rightarrow R$  न तो एकैकी है और न ही आच्छदक है।



वीडियो उत्तर देखें

53. तत्समक फलन  $I_N: N \rightarrow N$  पर विचार कीजिए जो  $I_N(x) = x, \forall x \in N$  से परिभाषित है। सिद्ध कीजिए कि यद्यपि  $I_N$  आच्छदक हैं, किन्तु फलन  $I_N + I_N: N \rightarrow N$  जो इस प्रकार परिभाषित है

$$(I_N + I_N)(x) = I_N(x) + I_N(x) = x + x = 2x$$

आच्छदक (onto) नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

**54.** X पर एक सम्बन्ध R परिभाषित कीजिए जो इस प्रकार

है:  $R = \{(a, b) : f(a) = f(b)\}$ . सिद्ध कीजिए कि R एक

तुल्यता सम्बन्ध है।



वीडियो उत्तर देखें

55. सिद्ध कीजिए कि:

$f: R \rightarrow \{x \in R: -1 < x < 1\}$  , जहाँ

$f(x) = \frac{x}{1+x}$ ,  $x \in R$  द्वारा परिभाषित फलन

एकैकी और आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें

56. समुच्चय  $A = \{1, 2, 3\}$  से स्वयं तक सभी एकैकी फलनों

की संख्या ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

57. सिद्ध कीजिए कि आच्छादक फलन:  $\{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  सदैव एकैकी फलन होता है।



वीडियो उत्तर देखें

58. दर्शाइए कि एक एकैकी फलन  $f : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  अनिवार्यतः आच्छादक होना चाहिए।



वीडियो उत्तर देखें

59. यदि फलन  $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 - 2x - 3$

तथा  $g: R \rightarrow R, g(x) = 3x - 4$  द्वारा परिभाषित हों,

तो  $(g \circ f)(x)$  और  $(f \circ g)(x)$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

60. यदि फलन  $f: R \rightarrow R, f(x) = 2x + 1$  एवं

$g: R \rightarrow R, g(x) = x^2 - 2$  द्वारा परिभाषित हों, तो

दशाईए कि  $g \circ f \neq f \circ g$ .

 वीडियो उत्तर देखें

61. यदि फलन  $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2$  तथा  $g: R \rightarrow R, g(x) = \sin x, x \in R$  से परिभाषित हो, तो  $(g \circ f)(x)$  और  $(f \circ g)(x)$  ज्ञात कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि  $g \circ f \neq f \circ g$

 वीडियो उत्तर देखें

62. यदि फलन  $f: R \rightarrow R, f(x) = \cos x$  से और  $g: R \rightarrow R, g(x) = x^3$  से परिभाषित हो, तो  $(g \circ f)(x)$  तथा  $(f \circ g)(x)$  ज्ञात कीजिए और सिद्ध कीजिए कि  $(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x)$

 वीडियो उत्तर देखें

63. यदि  $f: R^+ \rightarrow R^+$ ,  $f(x) = \log(1 + x)$  तथा  $g: R^+ \rightarrow R^+$ ,  $g(x) = e^x$  द्वारा परिभाषित हो , तो  $(g \circ f)(x)$  ज्ञात कीजिए , जहाँ  $R^+$  धनात्मक वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है ।

 वीडियो उत्तर देखें

64. यदि फलन  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^2 + 2$  और  $g: R \rightarrow R$ ,  $g(x) = \frac{x}{x-1}$  द्वारा परिभाषित हो , तो  $f \circ g$  और  $g \circ f$  ज्ञात कीजिए ।



 वीडियो उत्तर देखें

65. किसी फलन  $f: A \rightarrow B$  के लिए , सिद्ध कीजिए कि

$$I_B \circ f = f = f \circ I_A$$

 वीडियो उत्तर देखें

66. यदि  $f: R - \left\{ \frac{7}{5} \right\} \rightarrow R, f(x) = \frac{3x + 4}{5x - 7}$

तथा  $g: R - \left\{ \frac{3}{5} \right\} \rightarrow R, g(x) = \frac{7x + 4}{5x - 3}$  द्वारा

परिभाषित हो , तो सिद्ध कीजिए कि  $f \circ g = I_A$  और

$gof = I_B$  , जहाँ  $A = R - \left\{ \frac{3}{5} \right\}$  और

$$B = R - \left\{ \frac{7}{5} \right\}$$

 वीडियो उत्तर देखें

67. यदि :  $f = R \rightarrow R$ , जहाँ  $f(x) = x^2 - 3x + 2$  से परिभाषित है , तो  $f(f(x))$  ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

68.  $gof$  और  $fog$  ज्ञात कीजिए , यदि

$$f(x) = |x|, g(x) = |5x-2|$$



वीडियो उत्तर देखें

69. माना कि  $f: R \rightarrow R$  सिग्मन फलन है जो इस प्रकार परिभाषित है :

$$f(x) = \begin{cases} 1, x > 0 \\ 0, x = 0 \\ -1, x < 0 \end{cases}$$

और  $g: R \rightarrow R, g(x) = [x]$  द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन है ।

सिद्ध कीजिए कि अंतराल  $[-1, 0)$  में  $f \circ g$  और  $g \circ f$  संपाती है

|



वीडियो उत्तर देखें

70. माना कि  $f, g: R \rightarrow R$  दो फलन इस प्रकार है -

$$f(x) = |x| + x \text{ और } g(x) = |x| - x, \forall x \in R$$

तब  $f \circ g$  और  $g \circ f$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

71. माना कि  $A = \{x \in R : 0 \leq x \leq 1\}$  यदि

$f: A \rightarrow A$  इस प्रकार परिभाषित हो :

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in Q \\ 1-x, & x \in Q^c \end{cases}$$

तो सिद्ध कीजिए कि  $(f \circ f)(x) = x, \forall x \in A$

 वीडियो उत्तर देखें

72. दो फलनों  $f: N \rightarrow N$  और  $g: Z \rightarrow Z$  के उदाहरण दीजिए , जो इस प्रकार हो कि  $g \circ f$  एकैकी है किन्तु  $g$  एकैकी नहीं है



वीडियो उत्तर देखें

73. दो फलनों  $f: N \rightarrow N$  और  $g: N \rightarrow N$  के उदाहरण दीजिए , जो इस प्रकार हो कि  $g \circ f$  आच्छादक (onto ) है किन्तु  $f$  आच्छादक नहीं है ।



वीडियो उत्तर देखें

74. मान लीजिए कि  $f$ ,  $g$  और  $h$ ,  $R$  से  $R$  तक फलन है ,  
दर्शाइए कि :

$$(f+g)oh=foh+goh$$

$$\text{और } (f.g)oh=(foh).(goh)$$

 वीडियो उत्तर देखें

75. यदि  $x, y \in R$  तो  $f = \{(x, y) : y = 3x - 2\}$   
का प्रतिलोम फलन  $f^{-1}$  ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

76. यदि  $\mathbb{Q}$  परिमेय संख्याओं का समुच्चय हो तथा

$$f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$$

$f(x) = 3x + 2, x \in \mathbb{Q}$  से परिभाषित किया जाए, तो

सिद्ध कीजिए कि  $f$  एकैकी एवं आच्छादक है। साथ ही  $f^{-1}$

भी ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

77. मान लीजिए कि  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 10x + 7$

द्वारा परिभाषित है। एक ऐसा फलन  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ज्ञात

कीजिए जिसके लिए  $g \circ f = f \circ g = I_{\mathbb{R}}$  हो।



वीडियो उत्तर देखें

78.  $f: \{1,2,3\} \rightarrow \{a,b,c\}, f(1)=a, f(2)=b, f(3)=c$  द्वारा प्रदत्त फलन पर विचार कीजिए।  $f^{-1}$  ज्ञात कीजिए तथा दर्शाइए कि  $(f^{-1})^{-1} = f$

 वीडियो उत्तर देखें

79. माना कि  $f: X \rightarrow Y$  एक व्युत्क्रमणीय फलन है। सिद्ध कीजिए कि  $f^{-1}$  का प्रतिलोम  $f$  है। मतलब  $(f^{-1})^{-1} = f$  है।

 वीडियो उत्तर देखें



80. माना कि  $Y = \{n^2 : n \in N\} \subset N$ , फलन  $f: N \rightarrow Y$  जहाँ  $f(n) = n^2$  पर विचार कीजिए । दर्शाइए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है ।  $f$  का प्रतिलोम भी ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

81. दर्शाइए कि  $f: [-1, 1] \rightarrow R, f(x) = \frac{x}{x+2}$  द्वारा प्रदत्त फलन एकैकी है । फलन  $f: [-1, 1] \rightarrow (f$  का परिसर) प्रतिलोम ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

82. यदि  $f(x) = \frac{4x + 3}{6x - 4}$ ,  $x \neq \frac{2}{3}$ ,  $f$  का प्रतिलोम (inverse) क्या है ?

A.  $\frac{4x + 3}{6x - 4}$

B.  $\frac{4x - 3}{6x - 4}$

C.  $\frac{4x + 3}{6x + 4}$

D.  $\frac{4x + 3}{6x - 7}$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

83.

माना

कि

$$f: N \rightarrow R, f(x) = 4x^2 + 12x + 15$$

द्वारा

परिभाषित है । अतः  $f^{-1}(31)$  तथा  $f^{-1}(87)$  ज्ञात

कीजिए ।

A. 2 तथा 5

B. 4 तथा 5

C. 1 तथा 6

D. 1 तथा 3

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

84. माना कि फलन  $f: W \rightarrow W$  निम्नलिखित से परिभाषित है :

$$f(n) = \begin{cases} n+1, & n \\ n-1, & n \end{cases}$$

दर्शाए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है ।  $f$  का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए ।

यहाँ  $W$  समस्त पूर्णाकों का समुच्चय है ।



वीडियो उत्तर देखें

85.  $f: R - \left\{ -\frac{4}{3} \right\} \rightarrow R - \left\{ \frac{4}{3} \right\}$ , जो

$f(x) = \frac{4x + 3}{3x + 4}$  द्वारा प्रदत्त है  $f$  का प्रतिलोम फलन

ज्ञात कीजिए।  $x$  ज्ञात कीजिए ताकि  $f^{-1}(x) = 2$



उत्तर देखें

86. दर्शाइए कि प्राकृत संख्याओं के समुच्चय  $N$  में व्यवकलन

और विभाजन द्विआधारी संक्रियाएँ नहीं हैं।



वीडियो उत्तर देखें

**87.** दर्शाइए कि  $R$  में योग , व्यवकलन और गुणन संक्रियाएँ द्विआधारी संक्रियाएँ हैं , किन्तु विभाजन  $R$  में द्विआधारी संक्रिया नहीं है । साथ ही , दर्शाइए कि विभाजन शूनयेत्तर वास्तविक संख्याओ के समुच्चय  $R_0$  में द्विआधारी संक्रिया है ।



**वीडियो उत्तर देखें**

**88.** वास्तविक संख्याओ के समुच्चय  $R$  में एक संक्रिया  $'*$

इस प्रकार परिभाषित है :

$a * b = a + 4b$ , जहाँ  $a, b \in R$  दर्शाइए कि  $*$  एक द्विआधारी संक्रिया है ।

 वीडियो उत्तर देखें

**89.** सभी परिमेय संख्याओं के समुच्चय  $Q$  पर एक संक्रिया  $*$

इस प्रकार परिभाषित है :

$a * b = 1 + ab$  दर्शाइए कि संक्रिया  $*$  एक द्विआधारी संक्रिया है ।

 वीडियो उत्तर देखें

90. दर्शाइए कि R पर संक्रिया समुच्चय 'v' और  $\wedge$  जो इस प्रकार परिभाषित है :

$a \vee b =$  अधिकतम  $\{a,b\}$  , और  $a \wedge b =$  निम्नतम  $\{a,b\}$  द्विआधारी संक्रिया है ।



वीडियो उत्तर देखें

91. माना कि  $P(X)$  किसी अरिक्त समुच्चय X के सभी उपसमुच्चयों का समुच्चय ( अर्थात घात समुच्चय power set ) है । दर्शाइए कि -

$$\cup : P \times P \rightarrow P, (A, B) \rightarrow A \cup B$$



$$\cap : P \times P \rightarrow P, (A, B) \rightarrow A \cap B$$

द्वारा परिभाषित फलन ,  $P(X)$  में द्विआधारी संक्रिया है ।

 वीडियो उत्तर देखें

**92.** दर्शाइए कि  $a * b = a + 2b$  द्वारा परिभाषित संक्रिया \*

$R \times R \rightarrow R$  क्रमविनिमेयी नहीं है ।

 वीडियो उत्तर देखें

**93.** दर्शाइए कि  $a * b = a + 2b$  द्वारा परिभाषित संक्रिया \*

$R \times R \rightarrow R$  साहचर्यी नहीं है ।



वीडियो उत्तर देखें

94. माना कि  $N$  में  $a * b = a$  और  $b$  का HCF द्वारा परिभाषित एक द्विआधारी संक्रिया है। क्या  $*$  क्रमविनिमेयी है ? क्या  $*$  साहचर्यी है?



वीडियो उत्तर देखें

95.  $a * b = |a-b|$  और  $a \circ b = a$ ,  $\forall a, b \in R$  द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रियाओं  $*$  :  $R \times R \rightarrow R$  तथा  $\circ$  :  $R \times R$  पर विचार कीजिए। दर्शाइए कि  $*$  क्रमविनिमेयी नहीं

है। यह भी दर्शाइए कि सभी  $a, b, c \in R$  के लिए  $a * (b \circ c) = (a * b) \circ (a * c)$ , अर्थात् संक्रिया  $*$  संक्रिया  $\circ$  पर वितरित होती है क्या संक्रिया  $\circ$  संक्रिया  $*$  पर वितरित होती है? अपने उत्तर का औचित्य भी बताइए।



वीडियो उत्तर देखें

**96.** समुच्चय  $Q$  में द्विआधारी संक्रिया  $*$  इस प्रकार परिभाषित है :

$$a * b = \frac{ab}{2}, \quad \forall a, b \in Q$$

निर्धारित कीजिए कि क्या  $*$  क्रमविनिमेयी है तथा क्या  $*$  साहचर्यी है?

 वीडियो उत्तर देखें

97. यदि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  में संक्रिया  $*$ ,  $a * b = \frac{3ab}{7}$  से परिभाषित हो, तो संक्रिया  $*$  के लिए  $R$  में तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

98. धनात्मक परिमेय संख्याओं के समुच्चय  $Q^+$  में संक्रिया  $*$  के लिए जो  $a * b = \frac{ab}{2}$ ,  $\forall a, b \in Q^+$  से परिभाषित है, तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

99. परिमेय संख्याओं के समुच्चय  $\mathbb{Q}$  में, एक द्विआधारी संक्रिया  $*$  इस प्रकार परिभाषित है :  $a * b = \frac{ab}{5}$ ,  $\forall a, b \in \mathbb{Q}$  संक्रिया  $*$  के लिए  $\mathbb{Q}$  में तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए। साथ ही, सिद्ध कीजिए कि  $\mathbb{Q}$  का प्रत्येक शून्येतर अवयव व्युत्क्रमणीय है (every non-zero element of  $\mathbb{Q}$  is invertible)



वीडियो उत्तर देखें

**100.** समुच्चय  $R - \{-1\}$  पर एक द्विआधारी संक्रिया इस प्रकार परिभाषित है :  $a + b = a + b + ab, \forall a, b \in R - \{-1\}$ . सिद्ध कीजिए कि  $R - \{-1\}$  पर संक्रिया  $*$  क्रमविनिमेयी एवं साहचर्यी है।  $R - \{-1\}$  में तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि  $R - \{-1\}$  का प्रत्येक अवयव व्युत्क्रमणीय है।



**वीडियो उत्तर देखें**

**101.** माना कि  $X$  एक अरिक्त समुच्चय है तथा  $P(X)$ ,  $X$  के सभी उपसमुच्चयों का समुच्चय है, अर्थात्  $P(Y)$  समुच्चय  $X$  का घात समुच्चय (power set) है।  $P(X)$  में एक द्विआधारी

संक्रिया  $*$  इस प्रकार परिभाषित है :  $A*B = A \cup B, \forall A, B \in P(X)$  सिद्ध कीजिए कि  $P(X)$  में  $*$  क्रमविनिमेयी और साहचर्यी है।  $P(X)$  में संक्रिया  $*$  के लिए तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए। साथ ही दर्शाइए कि  $P(X)$  में केवल  $\phi \in P(X)$  व्युत्क्रमणीय है।



वीडियो उत्तर देखें

**102.** माना कि  $X$  कोई अरिक्त समुच्चय है तथा  $X$  के घात समुच्चय  $P(X)$  में एक द्विआधारी संक्रिया इस प्रकार परिभाषित है :  $A * B = A \cap B, \forall A, B \in P(X)$  तब,  
(a) संक्रिया  $*$  के लिए  $P(X)$  में तत्समक अवयव ज्ञात

कीजिए।

(b) दर्शाइए कि \* के लिए  $P(X)$  में केवल  $X$  व्युत्क्रमणीय अवयव है।



वीडियो उत्तर देखें

**103.** माना कि  $A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  तथा  $A$  में एक द्विआधारी संक्रिया

\* इस प्रकार परिभाषित है :

$$(a,b) * (c,d) = (a + c , b+d ) , \forall (a, b) , (c,d) \in A$$

दर्शाइए कि संक्रिया \* क्रमविनिमेयी और साहचर्यी है।  $A$  में \*

के लिए तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए।  $A$  के प्रत्येक अवयव

का प्रतिलोम भी ज्ञात कीजिए



 वीडियो उत्तर देखें

**104.** समुच्चय  $A=\{0,1,2,3,4,5\}$  में एक द्विआधारी संक्रिया

इस प्रकार परिभाषित है:

$$a*b = \begin{cases} a+b, & a + b < 6 \\ a+b-6, & a + b \geq 6 \end{cases}$$

सिद्ध कीजिए कि इस संक्रिया का तत्समक 0 (शून्य) है तथा

प्रत्येक अवयव  $a \neq 0$  व्युत्क्रमणीय है, इस प्रकार कि  $a$  का

प्रतिलोम  $6-a$  है ।

 वीडियो उत्तर देखें

**105.** माना कि  $A = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$  तथा  $*$   $A$  पर एक द्विआधारी संक्रिया है जो  $(a, b) * (c, d) = (ac, b + ad)$  द्वारा परिभाषित है, सभी  $(a, b), (c, d) \in A$  के लिए। ज्ञात कीजिए कि क्या  $*$  क्रमविनिमेयी (commutative) और साहचर्यी (associative) है। तब  $A$  पर  $*$  के सापेक्ष

(a)  $A$  में तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए।

(b)  $A$  के व्युत्क्रमणीय अवयव ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

प्रश्नावली 1 A

1. यदि  $N$  प्राकृत संख्याओं का समुच्चय हो, तो निम्नलिखित सम्बन्ध  $R$  का डोमेन क्या है?

$$R = \{(x, y) : x + y = 7, \text{ जहाँ } x, y \in N\}.$$

 वीडियो उत्तर देखें

2. यदि  $A = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$  तथा सम्बन्ध  $R$  इस प्रकार परिभाषित हो,

$$R = \{(x, y) : x - 2y = 0, \text{ जहाँ } x, y \in A\}.$$

तब (a)  $R$  का डोमेन, (b)  $R$  का परास, (c)  $R^{-1}$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

3. माना कि  $A = \{1, 2, 3\}$  तथा  $A$  में सम्बन्ध इस प्रकार परिभाषित है :

$$R = \{(1, 1) (1, 2), (2, 1), (2, 2). (2, 3), (3, 2)\}.$$

क्या  $R$  (a) स्वतुल्य है, (b) सममित है, (c) संक्रामक है, (d) प्रतिसममित है ?

 वीडियो उत्तर देखें

4. क्या प्राकृत संख्याओं के समुच्चय  $N$  में सम्बन्ध ' $<$ ' संक्रामक है?

 वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

5. सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  में सम्बन्ध ' $<$ ' संक्रामक (transitive) है, किन्तु स्वतुल्य (reflexive) नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  में  $R = \{(a, b) : a \leq b\}$  द्वारा परिभाषित सम्बन्ध स्वतुल्य तथा संक्रामक है, किन्तु सममित नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. जाँच कीजिए कि क्या समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  में  $R = \{(a, b) : b = a + 1\}$  द्वारा परिभाषित सम्बन्ध स्वतुल्य, सममित संक्रामक है ?

 वीडियो उत्तर देखें

8. जाँच कीजिए कि क्या वास्तविक संख्याओं के समुच्चय में  $R = \{(a, b) : a \leq b\}$  द्वारा परिभाषित सम्बन्ध स्वतुल्य, सममित संक्रामक है ?

 वीडियो उत्तर देखें

9. सिद्ध कीजिए कि बात समुच्चय  $P(X)$ , जिसमें कम-से-कम तीन अवयव हैं, में सम्बन्ध  $R: A \subset B$  स्वतुल्य, प्रतिसममित तथा संक्रामक है।



वीडियो उत्तर देखें

10. सिद्ध कीजिए कि किसी समुच्चय पर तत्समक सम्बन्ध (identity relation) स्वतुल्य होता है, किन्तु इसका विलोम आवश्यक रूप से सत्य नहीं होता है।



वीडियो उत्तर देखें

11. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित सम्बन्धों में से प्रत्येक स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है:

(a) प्राकृत संख्याओं के समुच्चय  $N$  पर परिभाषित सम्बन्ध

$$R = \{(x, y) : y = x + 5, x < 4\}$$

(b) समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  पर परिभाषित सम्बन्ध  $R =$

$\{(x, y), y \text{ भाज्य हैं } x \text{ से}\}.$



वीडियो उत्तर देखें

12. निम्नलिखित प्रत्येक सम्बन्ध  $R$  प्राकृत संख्याओं के

समुच्चय  $N$  पर परिभाषित है:  $R = \{(x, y) : x > y, x, y \in$



$N\}$

बताइए की उपर्युक्त संबंधों मे से कोन से स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है?



वीडियो उत्तर देखें

13. निम्नलिखित प्रत्येक सम्बन्ध  $R$  प्राकृत संख्याओं के समुच्चय  $N$  पर परिभाषित है:  $R = \{(x,y): x+y=10, x,y \in N\}$

बताइए की उपर्युक्त संबंधों मे से कोन से स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है?



वीडियो उत्तर देखें

14. निम्नलिखित प्रत्येक सम्बन्ध R प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N पर परिभाषित है:  $R = \{(x,y) : xy \text{ किसी पूर्णांक का वर्ग है, } x,y \in N\}$

बताइए की उपर्युक्त संबंधों में से कोन से स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है?



वीडियो उत्तर देखें

15. निम्नलिखित प्रत्येक सम्बन्ध R प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N पर परिभाषित है:  $R = \{(x,y) : x+4y = 10, x,y \in N\}$



वीडियो उत्तर देखें

16. एक ऐसे सम्बन्ध का उदाहरण दीजिए जो सममित हो, किन्तु न तो स्वतुल्य हो और न संक्रामक हो।



वीडियो उत्तर देखें

17. एक ऐसे सम्बन्ध का उदाहरण दीजिए संक्रामक हो, किन्तु न तो स्वतुल्य हो और न सममित हो।



वीडियो उत्तर देखें

18. एक ऐसे सम्बन्ध का उदाहरण दीजिएस्वतुल्य तथा सममित हो, किन्तु संक्रामक न हो।

 वीडियो उत्तर देखें

19. एक ऐसे सम्बन्ध का उदाहरण दीजिएस्वतुल्य तथा संक्रामक हो, किन्तु सममित न हो।

 वीडियो उत्तर देखें

20. माना कि  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  समुच्चय 4 पर सम्बन्ध परिभाषित कीजिए जिनमें ये गुणधर्म हों : स्वतुल्य और संक्रामक हो, किन्तु सममित नहीं।

 वीडियो उत्तर देखें

21. माना कि  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  समुच्चय 4 पर सम्बन्ध परिभाषित कीजिए जिनमें ये गुणधर्म हों : सममित हो, किन्तु न तो स्वतुल्य और न ही संक्रामक हो।

 वीडियो उत्तर देखें

22. माना कि  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  समुच्चय 4 पर सम्बन्ध परिभाषित कीजिए जिनमें ये गुणधर्म हों : स्वतुल्य , सममित और संक्रामक हो।

 वीडियो उत्तर देखें

23. माना कि  $A = \{a, b, c\}$  तथा  $A$  पर सम्बन्ध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है :

$$R = \{(a, a), (b, c), (a, b)\}$$

तब निम्निष्ठ संख्या में क्रमित युग्मों (ordered pairs) को लिखिए जिन्हें  $R$  में जोड़ने से  $R$  स्वतुल्य और संक्रामक हो जाए।



वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 1 B

1. यदि किसी समुच्चय  $A$  पर  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध हो तथा  $z R x$  और  $z R y$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $x R y$ , जहाँ  $x, y, z \in A$



वीडियो उत्तर देखें

2. यदि एक समतल में समस्त त्रिभुजों का समुच्चय  $A$  है तथा  $A$  पर परिभाषित सम्बन्ध  $R = \{(a, b) : \Delta a = \Delta b\}$  है, अर्थात्  $a R b \Rightarrow$  त्रिभुज  $a$  का क्षेत्रफल = त्रिभुज  $b$  का क्षेत्रफल, तो दर्शाइए कि  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है।



वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि पूर्णाकों के समुच्चय  $\mathbb{Z}$  में  $R = \{(a, b) : a - b, 2 \text{ से भाज्य है}\}$  द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध है।



वीडियो उत्तर देखें



4. दर्शाइए कि  $R = \{(a, b) : a-b, 3 \text{ से भाज्य है, जहाँ } a, b \in \mathbb{Z}\}$  द्वारा परिभाषित सम्बन्ध  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. सिद्ध कीजिए कि  $\mathbb{Z}$  पर परिभाषित सम्बन्ध  $R = \{(a, b) : a-b, 5 \text{ से भाज्य है}\}$  समुच्चय  $\mathbb{Z}$  पर एक तुल्यता सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $\mathbb{R}$  में  $|a| = |b|$  से परिभाषित सम्बन्ध  $a R b$  एक तुल्यता सम्बन्ध है। यह भी दर्शाइए कि  $|a| \geq |b|$  से परिभाषित सम्बन्ध  $a R b$  एक तुल्यता सम्बन्ध नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

7. दर्शाइए कि सभी प्राकृत संख्याओं के समुच्चय  $\mathbb{N}$  में विभाज्यता (divisibility) का सम्बन्ध

$$R = \{(a, b) : a | b\}$$

एक तुल्यता सम्बन्ध (equivalence relation) नहीं है।





वीडियो उत्तर देखें

8. प्राकृत संख्याओं के समुच्चय  $N$  में सम्बन्ध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है :

$$R = \{(a,b) : a \leq b\}$$

बताइए कि सम्बन्ध  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है अथवा नहीं ।



वीडियो उत्तर देखें

9. समुच्चय  $A = \{1,2,3\}$  में एक सम्बन्ध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है :

$$R = \{(1,1), (2,3), (3,2), (3,3)\}$$

बताइए कि R (i) स्वतुल्य , (ii) सममित , (iii) संक्रामक है  
अथवा नहीं

 वीडियो उत्तर देखें

10. मान लीजिए कि L किसी समतल में समस्त रेखाओं का एक समुच्चय है तथा  $R = \{(L_1, L_2) : L_1, L_2 \text{ पर लम्ब है}\}$  समुच्चय L में एक सम्बन्ध है। सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

11. मान लीजिए कि समुच्चय  $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$  में  $R=\{(a,b): a \text{ और } b \text{ दोनों ही या तो विषम है या सम है}\}$  द्वारा परिभाषित एक सम्बन्ध है। सिद्ध कीजिए कि  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है। साथ ही सिद्ध कीजिए कि उपसमुच्चय  $\{1, 3, 5, 7\}$  के सभी अवयव एक-दूसरे से सम्बन्धित हैं और उपसमुच्चय  $\{2, 4, 6\}$  के सभी अवयव एक-दूसरे से सम्बन्धित हैं, किन्तु उपसमुच्चय  $(1, 3, 5, 7)$  का कोई भी अवयव उपसमुच्चय  $\{2, 4, 6\}$  के किसी भी अवयव से सम्बन्धित नहीं है।



**वीडियो उत्तर देखें**

12. सिद्ध कीजिए कि समस्त बहुभुजों (polygons ) के समुच्चय A में,  $R = \{(P_1, P_2) : P_1 \text{ और } P_2 \text{ की भुजाओं की संख्या समान है}\}$  से परिभाषित सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध है। 3, 4 और 5 लम्बाई की भुजाओं वाले समकोण त्रिभुज T से सम्बन्धित समुच्चय A के सभी अवयवों का समुच्चय ज्ञात कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें

13. मान लीजिए कि XY - समतल में स्थित समस्त रेखाओं के समुच्चय L में  $R = \{(L_1, L_2) : L_1 \text{ समांतर है } L_2 \text{ के}\}$  द्वारा परिभाषित एक सम्बन्ध है । सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता

सम्बन्ध है। रेखा  $y=2x+4$  से सम्बन्धित समस्त रेखाओं का समुच्चय ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

14. समुच्चय  $A = \{1, 2, 3\}$  में सबसे छोटा तुल्यता सम्बन्ध क्या है?

 वीडियो उत्तर देखें

15. समुच्चय  $A = \{1, 2, 3\}$  में सबसे बड़ा तुल्यता सम्बन्ध क्या है?



वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 1 C

1. माना कि समुच्चय  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  में  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है, जो कि इस प्रकार परिभाषित है:

$R = \{(a, b) : 2, (a-b) \text{ को विभाजित करता है}\}$ । तुल्यता वर्ग  $[0]$  लिखिए ।

A.  $[0] = \{2, 3\}$

B.  $[0] = \{2, 5\}$



C.  $[0] = \{2, 4\}$

D.  $[0] = \{0, 4\}$

**Answer: C**



**वीडियो उत्तर देखें**

2. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय  $A = \{x \in \mathbb{Z} : 0 \leq x \leq 12\}$

} में सम्बन्ध  $R$  जो कि निम्नलिखित से दिय जाता है :

$$R = \{(a, b) : a = b\}$$

एक तुल्यता सम्बन्ध है। साथ ही, 1 से सम्बन्धित सभी

अवयव, अर्थात् तुल्यता वर्ग [1] ज्ञात कीजिए।

 उत्तर देखें

3. माना कि  $N$  प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है और मान लिया कि  $N \times N$  पर एक सम्बन्ध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है :

$(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow ad = bc$  , सभी  $(a, b), (c, d) \in N \times N$  के लिए ।

सिद्ध कीजिए कि  $R, N \times N$  पर एक तुल्यता सम्बन्ध है। साथ ही, तुल्यता वर्ग  $[(2, 6)]$  ज्ञात कीजिए ।

 उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए कि  $N \times N$  पर सम्बन्ध  $R$  जो कि इस प्रकार परिभाषित है :

$$(a, b) R (c, d) \Rightarrow a+d=b+c, \text{ at } (a, b), (c, d) \in N \times N \text{ के लिए}$$

एक तुल्यता सम्बन्ध है। साथ ही, तुल्यता वर्ग  $[(2, 3)]$  और  $[(7, 3)]$  ज्ञात कीजिए।



उत्तर देखें

5. दर्शाइए कि सम्बन्ध  $R$ , जो कि समुच्चय  $A \times A$  पर, जहाँ  $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  है, इस प्रकार परिभाषित है:

$$(a,b)R(c,d) \Rightarrow a+d = b+c, a,b,c,d \in A$$

एक तुल्यता सम्बन्ध है। अतः तुल्यता वर्ग [(3, 4)] लिखिए।

 उत्तर देखें

6. माना  $A = \{x \in \mathbb{Z} : 0 \leq x \leq 12\}$  . दर्शाइए कि  $R = \{(a, b) : a, b \in A, [a-b, 4 \text{ से भाज्य है}\}$  एक तुल्यता सम्बन्ध है। 1 से सम्बन्धित सभी अवयवों का समुच्चय ज्ञात कीजिए। तुल्यता वर्ग (2) भी लिखिए।

 वीडियो उत्तर देखें

1. माना कि  $X = \{a, b, c, d\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3\}$  और  $f(a)=1$ ,  
 $f(b)=2$ ,  $f(c)=2$ ,  $f(d)=3$

दर्शाए कि  $f$  एक बहु-एकी आच्छादक फलन है।



वीडियो उत्तर देखें

2. माना कि  $f: N \rightarrow N$  और  $f(n) = n + 1$ , जहाँ  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$  दर्शाए कि  $f$  एकैकी है, किन्तु आच्छादक नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

3. यदि  $f:A \rightarrow B$  तो  $f(A)$  ज्ञात कीजिए जब  $f$  एक आच्छादक फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. दर्शाइए कि फलन  $f: R \rightarrow R$  जो कि  $f(x) = ax + b$  द्वारा परिभाषित है, जहाँ  $a, b \in R, a \neq 0$  एकैकी आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. यदि  $N$  प्राकृत संख्याओं का समुच्चय हो तथा फलन  $f = N \rightarrow N, f(x) = x^2$  से परिभाषित है, तो सिद्ध कीजिए कि फलन  $f$  एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि फलन  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},$  जहाँ  $f(x) = x^3$  से परिभाषित है एकैकी आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. दर्शाइए कि फलन  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , जहाँ  $f(x) = x^3 + x$  से परिभाषित है एकैकी आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें

8. फलन  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  जहाँ  $f(x) = x^2 + x + 1$  है।

A. एकैकी एवं आच्छादक

B. एकैकी

C. आच्छादक

D.  $f$  परिभाषित नहीं है।



**Answer: B**



**वीडियो उत्तर देखें**

9. माना कि  $A = \{-1, 0, 1\}$  और  $f(x) = x^2, x \in A$  .

दर्शाइए कि फलन  $f: A \rightarrow A$  न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है।



**वीडियो उत्तर देखें**

10. मान लीजिए कि  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7\}$  और  $f =$

$\{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$  A से B तक एक फलन है। सिद्ध

कीजिए कि  $f$  एकैकी है।



वीडियो उत्तर देखें

11. निम्नलिखित में से प्रत्येक स्थिति में बताइए कि क्या दिये हुए फलन एकैकी, आच्छादक अथवा आच्छादी (bijective) हैं। अपने उत्तर का औचित्य भी बताइए :

(a)  $f(x) = 3 - 4x$  द्वारा परिभाषित फलन

$f: R \rightarrow R$  है।

(b)  $f(x) = x^2 + 1$  द्वारा परिभाषित फलन

$f: R \rightarrow R$  है।



वीडियो उत्तर देखें

12. मान लीजिए कि  $A = \mathbb{R} - \{3\}$  और  $B = \mathbb{R} - \{1\}$  है।  $f(x) = \frac{x - 2}{x - 3}$  द्वारा परिभाषित फलन  $f: A \rightarrow B$  पर विचार कीजिए। क्या/ एकैकी और आच्छादक है? अपने उत्तर का औचित्य भी बातइए।

 वीडियो उत्तर देखें

13. यदि  $\mathbb{R}$  वास्तविक संख्याओं का समुच्चय हो तथा फलन  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x, x \in \mathbb{R}$  द्वारा परिभाषित है, तो सिद्ध कीजिए कि  $f$  एकैकी फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

14. मान लीजिए कि किसी विद्यालय में कक्षा XII के सभी 50 विद्यार्थियों का समुच्चय  $A$  है। मान लिया कि  $f: A \rightarrow N, f(x) =$  विद्यार्थी  $x$  का रोल नम्बर द्वारा परिभाषित एक फलन है। सिद्ध कीजिए कि फलन  $f$  एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

15. दर्शाइए कि फलन  $f: R \rightarrow R$  जहाँ  $f(x) = x - [x]$ , न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

16. माना कि  $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \{-4, -2, 0, 2\}$  और फलन  $f, g: A \rightarrow B$  क्रमशः  $f(x) = x^2 - x$ ,  $x \in A$  तथा  $g(x) = 2x - \frac{1}{2} - 1$ ,  $x \in A$  द्वारा परिभाषित हैं क्या  $f$  और  $g$  समान हैं?

 वीडियो उत्तर देखें

17. यदि एक फलन  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = 4x^3 + 7$  द्वारा परिभाषित हो, तो फलन है।

A. एकैकी

B. एकैकी आच्छादक

C. आच्छादक

D.  $f$  परिभाषित नहीं है

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

प्रश्नावली 1 E

1. यदि  $f: R \rightarrow R$  एवं  $g: R \rightarrow R$  क्रमशः  $f(x) = x^2$  एवं  $g(x) = x + 3$  द्वारा परिभाषित किये जाते हैं, तो  $(g \circ f)(x)$  एवं  $(f \circ g)(x)$  के मान ज्ञात कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि  $g \circ f \neq f \circ g$

 वीडियो उत्तर देखें

2. यदि फलन  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^3$  से परिभाषित है तथा फलन  $g: R \rightarrow R$ ,  $g(x) = x + 3$  से परिभाषित है, तो  $(g \circ f)(x)$  का मान ज्ञात कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि  $g \circ f \neq f \circ g$ .



 वीडियो उत्तर देखें

3. यदि  $f: R \rightarrow R, f(x) = 2x + 3$  तथा  $g: R \rightarrow R, g(x) = e^x$  द्वारा परिभाषित हों, तो  $(g \circ f)(x)$  और  $(f \circ g)(x)$  के मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

4. यदि  $f: R \rightarrow R, f(x) = \log(1 + x^2)$  और  $g: R \rightarrow R, g(x) = e^x$  से परिभाषित हों, तो  $(g \circ f)(x)$  और  $(f \circ g)(x)$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें



5.  $f: R \rightarrow R$  , और  $g: R \rightarrow R$  इस प्रकार परिभाषित हैं :  $f(x) = 1 + x^2$  और  $g(x) = \log x$  , तो  $(f \circ g) (x)$  और  $(g \circ f) (x)$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

6. माना कि  $f: \{1,3,4\} \rightarrow \{1,2,5\}$  और  $g: \{1,2,5\} \rightarrow \{1,3\}$  ,  $f = \{(1,2), (3,5), (4,1)\}$  और  $g = \{(1,3), (2,3), (5,1)\}$  द्वारा प्रदत्त है ।  $g \circ f$  ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

7.  $g \circ f$  और  $f \circ g$  ज्ञात कीजिए, यदि  $f(x) = 8x^3$  और

$$g(x) = x^{1/3}$$

A.  $(g \circ f)(x) = 3x; (f \circ g)(x) = 8x$

B.  $(g \circ f)(x) = 2x; (f \circ g)(x) = 8x$

C.  $(g \circ f)(x) = 64x; (f \circ g)(x) = 8x$

D.  $(g \circ f)(x) = 2x; (f \circ g)(x) = 2x$

**Answer: B**



**वीडियो उत्तर देखें**

8. माना कि  $f: R \rightarrow R$  और  $g: R \rightarrow R$  इस प्रकार परिभाषित है

$$f(x) = \cos x \text{ और } g(x) = 3x^2$$

तो  $g \circ f$  और  $f \circ g$  ज्ञात कीजिए

A.  $g \circ f(x) = 3 \cos^2 x$ ,  $f \circ g(x) = \cos 3x^2$

B.  $g \circ f(x) = 2 \cos^2 x$ ,  $f \circ g(x) = \cos 2x^2$

C.  $g \circ f(x) = 3 \cos x$ ,  $f \circ g(x) = \cos 3x$

D.  $g \circ f(x) = \cos^2 x$ ,  $f \circ g(x) = \cos x^2$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

9. यदि फलन  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  और  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  इस प्रकार परिभाषित हैं :

$$f(x) = x + 1 \text{ और } g(x) = x - 1$$

सिद्ध कीजिए कि  $f \circ g = g \circ f = I_{\mathbb{R}}$



वीडियो उत्तर देखें

10. यदि  $f: A \rightarrow B$  और  $g: B \rightarrow A$ ,  $g \circ f = I_A$  को सन्तुष्ट करते हैं, तो सिद्ध कीजिए कि  $f$  एकैकी (one- one) है तथा  $g$  आच्छादक (onto) है।

 वीडियो उत्तर देखें

11. तीन फलनों  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  तथा  $h: \mathbb{N} \rightarrow$

$\mathbb{R}$  पर विचार कीजिए, जहाँ

$f(x) = 2x$ ,  $g(y) = 3y + 4$  तथा  $h(z) = \sin z$ ,  $\forall x, y, z$

$\in \mathbb{N}$

सिद्ध कीजिए कि  $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$

 वीडियो उत्तर देखें

12. दर्शाइए कि फलन  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  जो सभी  $x \in \mathbb{R}$  के लिए

$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$  द्वारा परिभाषित है, न तो एकैकी है और न

ही आच्छादक है। यदि  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 2x - 1$  द्वारा परिभाषित है, तो  $f \circ g(x)$  ज्ञात कीजिए।



उत्तर देखें

## प्रश्नावली 1 F

1. यदि फलन  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(x) = x^2$  से परिभाषित हो जहाँ  $\mathbb{Z}$ , पूर्णाकों का समुच्चय है, तो  $f^{-1}(3)$ ,  $f^{-1}(16)$ ,  $f^{-1}(25)$  और  $f^{-1}(-5)$  ज्ञात कीजिए। क्या प्रतिलोम फलन का अस्तित्व है?



उत्तर देखें

2. यदि  $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 + 5x + 9$  से परिभाषित हो, जहाँ  $R$  वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है तो  $f^{-1}(3)$  और  $f^{-1}(9)$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

3. यदि  $Q$  परिमेय संख्याओं का समुच्चय हो तथा:  $Q \rightarrow Q, f(x) = 3x + 5$  से परिभाषित हो, तो सिद्ध कीजिए कि फलन  $f$  एकैकी आच्छादक (one-one onto) है।  $f^{-1}$  भी ज्ञात कीजिए।



 वीडियो उत्तर देखें

4. माना कि  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 7$  से परिभाषित है सिद्ध कीजिए कि फलन  $f$  एकैकी आच्छादक है। साथ ही फलन  $f$  का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

5. माना कि  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 7$  से परिभाषित है। दर्शाइए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है। अतः  $f^{-1}$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें



6. सिद्ध कीजिए कि फलन  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\}$ , जहाँ

$f(x) = \frac{3}{x}$ , व्युत्क्रमणीय है तथा यह स्वयं का प्रतिलोम है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. माना कि  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x)=4x+3$  से परिभाषित है।

सिद्ध कीजिए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है।  $f$  का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

8.  $f(x) = x^2 + 4$  द्वारा प्रदत्त फलन

$f: R^+ \rightarrow [4, \infty)$  पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि

$f$  व्युत्क्रमणीय है तथा  $f$  का प्रतिलोम

$f^{-1}$ ,  $f^{-1}(y) = \sqrt{y - 4}$  से दिया जाता है जहाँ  $R^+$

सभी धनात्मक वास्तविक संख्याओं का समुच्चय (set of all

non-negative real numbers) है।



वीडियो उत्तर देखें

9.  $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$  द्वारा प्रदत्त फलन

$f: R^+ \rightarrow [-5, \infty)$  पर विचार कीजिए । सिद्ध

कीजिए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है और

$$f^{-1}(y) = \frac{\sqrt{y+6} - 1}{3} \text{ है।}$$

 वीडियो उत्तर देखें

10. माना कि  $A = \mathbb{R} - \{3\}$  और  $B = \mathbb{R} - \{1\}$ . फलन  $f : A \rightarrow B$ ,

जहाँ  $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$  पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए

कि  $f$  एकैकी और आच्छादक फलन है, और  $f^{-1}$  भी ज्ञात

कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

11. मान लीजिए कि  $S = \{1, 2, 3\}$  है। निर्धारित कीजिए कि नीचे परिभाषित फलन  $f: S \rightarrow S$  के प्रतिलोम फलन हैं।  $f^{-1}$  ज्ञात कीजिए यदि इसका अस्तित्व हो।

(a)  $f = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$ , (b)  $f = \{(1, 2), (2, 1), (3, 1)\}$ , (c)  $f = \{(1, 3), (3, 2), (2, 1)\}$



वीडियो उत्तर देखें

12. माना कि  $S = \{a, b, c\}$  तथा  $T = \{1, 2, 3\}$ ।  $S$  से  $T$  तक के निम्नलिखित फलनों के लिए  $f^{-1}$  ज्ञात कीजिए, यदि

इसका अस्तित्व हो :  $(a)f=\{(a,3),(b,2),(c,1)\}$  ,  $(b)f=\{(a,2),$   
 $(b,1), (c,1)\}$

 वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 1 G

1. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया ' \* ' संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं :

$\mathbb{N}$  में,  $a*b = a-b$  से परिभाषित संक्रिया\*

 वीडियो उत्तर देखें

2. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया ' \* ' संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं :

$\mathbb{N}$  में,  $a*b = ab$  से परिभाषित संक्रिया \*

 वीडियो उत्तर देखें

3. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया ' \* ' संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं :

$\mathbb{Z}^+$  में,  $a*b = a$  से परिभाषित संक्रिया \*

 वीडियो उत्तर देखें

4. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया ' \* ' संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं :

$\mathbb{Z}^+$  में,  $a*b = |a-b|$  से परिभाषित संक्रिया \*

 वीडियो उत्तर देखें

5. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया ' \* ' संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं :

R में,  $a*b = ab^2$  से परिभाषित संक्रिया \*

 वीडियो उत्तर देखें

6. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया ' \* ' संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं :

R में,  $a*b = a + 4b^2$  से परिभाषित संक्रिया \*



वीडियो उत्तर देखें

7. माना कि पूर्णाकों के समुच्चय Z पर \* एक द्विआधारी संक्रिया है, जो इस प्रकार परिभाषित है:  $a*b=2a+b-3$  . तब

$3*4$  का मान ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें



8. क्या समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  में साधारण योग '+' संक्रिया एक द्विआधारी संक्रिया है? अपने उत्तर का औचित्य भी बताइए।

 वीडियो उत्तर देखें

9. माना कि समुच्चय  $N$  पर एक द्विआधारी संक्रिया, '\*' इस प्रकार परिभाषित है :

$a*b = a$  और  $b$  का LCM,  $\forall a, b \in N$ . तब  $5*7$  का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

10. क्या समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  में,  $a*b = a$  और  $b$  का LCM द्वारा परिभाषित संक्रिया  $*$  एक द्विआधारी संक्रिया है? अपने उत्तर का औचित्य भी बताइए।



वीडियो उत्तर देखें

11. द्विआधारी संक्रिया  $*$  :  $R \times R \rightarrow R$  इस प्रकार परिभाषित है :  $a*b = 2a + b, \forall a, b \in R$ .  $(2*3) * 4$  का मान ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

12. यदि  $a*b$ ,  $a$  तथा  $b$  में से किसी बड़ी संख्या को दर्शाता है तथा यदि  $aob = (a* b) + 3$  है, तो  $(5) o (10)$  का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ  $*$  तथा  $o$  द्विआधारी संक्रियाएँ हैं।



वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 1 H

1. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया  $*$  के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या संक्रिया  $*$  क्रमविनिमेयी (commutative) है तथा क्या संक्रिया  $*$  साहचर्यी

(associative) है ?

$Z$  में  $a * b = a-b$  द्वारा परिभाषित।

 वीडियो उत्तर देखें

2. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया  $*$  के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या संक्रिया  $*$  क्रमविनिमेयी (commutative) है तथा क्या संक्रिया  $*$  साहचर्यी (associative) है ?

$Q$  में  $a * b = ab+1$  द्वारा परिभाषित।

 वीडियो उत्तर देखें

3. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया \* के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या संक्रिया \* क्रमविनिमेयी (commutative) है तथा क्या संक्रिया \* साहचर्यी (associative) है ?

Q में  $a * b = ab^2$  द्वारा परिभाषित।



वीडियो उत्तर देखें

4. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया \* के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या संक्रिया \* क्रमविनिमेयी (commutative) है तथा क्या संक्रिया \* साहचर्यी

(associative) है ?

$\mathbb{Q}$  में  $a * b = \frac{ab}{4}$  द्वारा परिभाषित।

 वीडियो उत्तर देखें

5. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया  $*$  के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या संक्रिया  $*$  क्रमविनिमेयी (commutative) है तथा क्या संक्रिया  $*$  साहचर्यी (associative) है ?

$\mathbb{Z}^+$  में  $a * b = a^b$  द्वारा परिभाषित।

 वीडियो उत्तर देखें

6. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया \* के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या संक्रिया \* क्रमविनिमेयी (commutative) है तथा क्या संक्रिया \* साहचर्यी (associative) है ?

$R - \{1\}$  में  $a * b = \frac{a}{b + 1}$  द्वारा परिभाषित।



वीडियो उत्तर देखें

7. परिमेय संख्याओं के समुच्चय  $Q$  में एक द्विआधारी संक्रिया इस प्रकार परिभाषित है :

$$a * b = a - b + ab, \forall a, b \in Q$$

बताइए कि क्या \* क्रमविनिमेयी है तथा क्या \* साहचर्यी है?



वीडियो उत्तर देखें

8. माना कि  $A$  कोई अरिक्त समुच्चय है तथा  $A$  में एक द्विआधारी संक्रिया  $*$  इस प्रकार परिभाषित है :  $a * b = a, \forall a, b \in A$  क्या संक्रिया क्रमवनिमेयी अथवा साहचर्यी है?



वीडियो उत्तर देखें

9. परिमेय संख्याओं के समुच्चय  $\mathbb{Q}$  में एक द्विआधारी संक्रिया  $*$ ,  $a * b = \frac{a - b}{2}$  से परिभाषित है। कि संक्रिया  $*$  न तो क्रमविनिमेयी है और न ही साहचर्यी है।



 वीडियो उत्तर देखें

10. माना कि  $S, I$  के अतिरिक्त सभी परिमेय संख्याओं का समुच्चय है तथा  $S$  में संक्रिया  $*$  इस प्रकार परिभाषित है :  $a *$

$b = a + b - ab, \forall a, b \in S$  सिद्ध कीजिए कि

(a)  $*$  समुच्चय  $S$  में एक द्विआधारी संक्रिया है।

(b)  $*$  क्रमविनिमेयी और साहचर्यी दोनों है।

 वीडियो उत्तर देखें

11. दर्शाइए कि  $R$  में योग संक्रिया '+' के लिए  $a$  का प्रतिलोम  $-a$  है तथा गुणन संक्रिया 'x' के लिए  $a \neq 0$  का प्रतिलोम

$$\frac{1}{a} \notin \mathbb{N} \mid$$



वीडियो उत्तर देखें

12. दर्शाइए कि प्राकृत संख्याओं के समुच्चय  $\mathbb{N}$  में योग संक्रिया '+' के लिए  $a \in \mathbb{N}$  का प्रतिलोम  $-a$  नहीं है तथा  $\mathbb{N}$  में गुणन संक्रिया  $\times$  के लिए  $a \in \mathbb{N}, a \neq 1$  का प्रतिलोम  $\frac{1}{a}$  नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

13. पूर्णाकों के समुच्चय  $Z$ , में द्विआधारी संक्रिया  $*$ ,  $a * b = a + b - 5$  के द्वारा परिभाषित है। संक्रिया  $*$  के लिए तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

14. पूर्णाकों के समुच्चय  $Z$ , में द्विआधारी संक्रिया  $*$ ,  $a * b = a + b + 2$  के द्वारा परिभाषित है। संक्रिया  $*$  के लिए तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

15. माना कि शून्येतर (non-zero) परिमेय संख्याओं के समुच्चय  $Q_0$  में एक द्विआधारी संक्रिया  $*$  इस प्रकार परिभाषित है :  $a * b = \frac{3ab}{5}$ ,  $\forall, a, b \in Q_0$  दर्शाइए कि संक्रिया  $*$  क्रमविनिमेयी और साहचर्यी है। साथ ही, तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए, यदि इसका अस्तित्व हो।



वीडियो उत्तर देखें

16. माना कि शून्येतर परिमेय संख्याओं के समुच्चय  $Q_0$  में एक द्विआधारी संक्रिया इस प्रकार परिभाषित है :  $a * b = \frac{ab}{2}$ ,  $\forall a, b \in Q_0$

(a) दर्शाइए कि संक्रिया क्रमविनिमेयी और साहचर्यी दोनों है।

(b)समुच्चय  $Q_0$  में तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए।

(c) समुच्चय  $Q_0$  के व्युत्क्रमणीय अवयव ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

17. माना कि  $N$  में द्विआधारी संक्रिया  $*$  इस प्रकार परिभाषित

है :  $a * b = a$  और  $b$  का HCF है। क्या  $N$  में इस संक्रिया के

लिए तत्समक अवयव का अस्तित्व है?

 वीडियो उत्तर देखें

**18.** माना कि परिमेय संख्याओं के समुच्चय  $\mathbb{Q}$  में निम्नलिखित

प्रकार से परिभाषित \* एक द्विआधारी संक्रिया है :

(a)  $a * b = a - b$

(b)  $a * b = a^2 + b^2$

(c)  $a * b = a + ab$

(d)  $a * b = (a - b)^2$

ज्ञात कीजिए कि इनमें से कौनसी संक्रियाएँ क्रमविनिमेयी है

और कौनसी साहचर्यी है ?



**वीडियो उत्तर देखें**

19. माना कि  $N$  में एक द्विआधारी संक्रिया  $a * b$ ,  $a$  और  $b$  का LCM द्वारा परिभाषित है। तब निम्न को हल करें -

(a)  $5 * 7, 20 * 16$  ज्ञात कीजिए।

(b) क्या संक्रिया  $*$  क्रमविनिमय है?

(c) क्या संक्रिया  $*$  साहचर्य है।

(d)  $N$  में तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए।

(e)  $N$  में कौन से अवयव व्युत्क्रमणीय हैं? उन्हें ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

20. माना कि  $A = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ , तथा A पर एक द्विआधारी संक्रिया

'\*' इस प्रकार परिभाषित है :

$$(a,b) * (c ,d) = (ad + bc, bd) , \forall (a, b ) (c , d) \in$$

A

(a) A पर संक्रिया '\*' क्रम विनिमेयी (commutative) है।

(b) A पर संक्रिया '\*' साहचर्यी (associative) है।

(c) A में कोई तत्समक अवयव (identity element) नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें



21. माना कि  $X$  एक अरिक्त समुच्चय है तथा  $X$  के घात समुच्चय  $P(X)$  में एक द्विआधारी संक्रिया  $*$  इस प्रकार परिभाषित है :  $A * B = (A - B) \cup (B - A)$  ,  $\forall A, B \in P(X)$  दर्शाइए कि :

(a) संक्रिया  $*$  के लिए  $P(X)$  में रिक्त समुच्चय  $\phi$  तत्समक अवयव है।

(b)  $A$  व्युत्क्रमणीय है, सभी  $A \in P(X)$  के लिए तथा  $A^{-1} = A$



वीडियो उत्तर देखें

22. इकाई के सभी घन मूलों के समुच्चय  $A = \{1, \omega, \omega^2\}$  पर विचार कीजिए। गुणन संक्रिया 'x' के लिए संयोजन सारणी की रचना कीजिए। साथ ही, गुणन के लिए तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

23. समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  में  $a \wedge b = \text{निम्नतम}(a, b)$  द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रिया  $\wedge$  पर विचार कीजिए। संक्रिया  $\wedge$  के लिए संयोजन सारणी लिखिए।

 वीडियो उत्तर देखें

## वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. यदि  $R$  एक सममित सम्बन्ध हो, तब

A.  $x R y$  और  $y R z \Rightarrow x R z$  .

B.  $x R y$  और  $y R x \Rightarrow x = y$

C.  $x R y \Rightarrow y R x$

D. इनमें से कोई नहीं।

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

2. समुच्चय R में सम्बन्ध R इस प्रकार है कि  $x R y \Rightarrow$

$D2x + 3y = 4$ , तो

A.  $0 R 1$

B.  $\frac{2}{3} R 1$

C.  $1 R \frac{2}{3}$

D.  $\frac{4}{5} R 0$

**Answer: C**



उत्तर देखें

3. समुच्चय  $\{1, 2, 3\}$  पर सम्बन्ध  $R$ ,  $R = \{(1, 2)\}$  से परिभाषित है, तब  $R$  है :

A. स्वतुल्य

B. संक्रामक

C. सममित

D. इनमें से कोई नहीं।

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

4. माना कि  $N$  में एक सम्बन्ध  $R$ ,  $x + 2y = 8$  द्वारा परिभाषित है। तब  $R$  का डोमेन है :

A.  $\{2,4,8\}$

B.  $\{2,4,6\}$

C.  $\{1,2,3,4\}$

D.  $\{1,2,4,6\}$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

5. R में एक सम्बन्ध R इस प्रकार परिभाषित है :  $a R b$  यदि  $a \geq b$ . तब R है :

- A. सममित, संक्रामक, किन्तु स्वतुल्य नहीं।
- B. स्वतुल्य, संक्रामक, किन्तु सममित नहीं।
- C. न स्वतुल्य न संक्रामक।
- D. एक तुल्यता सम्बन्ध।

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

6. माना कि एक समतल में सभी सरल रेखाओं का समुच्चय  $L$  है।  $L$  में एक सम्बन्ध  $R, L_1RL_2 \Leftrightarrow L_1 \perp L_2$  से परिभाषित है। तब  $R$  है :

A. स्वतुल्य

B. सममित

C. संक्रामक

D. इनमें से कोई नहीं।

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें



7. माना कि एक समतल में सभी त्रिभुजों का समुच्चय  $T$  है।  $T$

में एक सम्बन्ध  $R$ , इस प्रकार है :

$T_1 R \Leftrightarrow T_1, T_2$  के सर्वांगसम (congruent) है,

$\forall T_1, T_2 \in T$  तब  $R$  है :

A. स्वतुल्य है किन्तु सममित नहीं।

B. सममित है किन्तु संक्रामक नहीं।

C. तुल्यता सम्बन्ध है।

D. इनमें से कोई नहीं।

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

8. यदि  $x R y \Rightarrow x-y$  एक सम पूर्णांक है,  $\forall x, y \in Z$ , तब सम्बन्ध R है :

- A. केवल सममित
- B. केवल स्वतुल्य
- C. केवल संक्रामक
- D. तुल्यता संबंध।

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

9. समुच्चय  $A = \{1, 2, 3\}$  में सम्बन्ध  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$  है :

- A. केवल स्वतुल्य
- B. केवल सममित
- C. तुल्यता संबंध
- D. केवल संक्रामक

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

10. समुच्चय  $A = \{1, 2, 3\}$  पर अधिकतम तुल्यता सम्बन्धों की संख्या है :

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

11. माना कि  $f: R \rightarrow R, f(x) = \frac{1}{x}, \forall x \in R$  द्वारा परिभाषित है, तब  $f$  है

- A. एकेकी (one-one)
- B. आच्छादक (onto )
- C. एकैकी एवं आच्छादक
- D.  $f$  परिभाषित नहीं है।

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

12. यदि  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^2 + 1$  द्वारा परिभाषित हो, तो  $f^{-1}(5)$  का मान होगा :

A.  $\{-1,1\}$

B.  $\{1,2\}$

C.  $\{-2,2\}$

D. अस्तित्व नहीं है।

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

13. यदि  $f: R \rightarrow R, f(x) = 5x - 7, \forall x \in R$ , तो

$f^{-1}(7)$  का मान होगा :

A. 0

B. 14

C. 28

D.  $2\frac{4}{5}$

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

14. यदि  $f: Q \rightarrow Q$ ,  $f(x) = 2x + 5$  से परिभाषित हो, तो  $f^{-1}(x)$  का मान है :

A.  $2x - 5$

B.  $2x + 5$

C.  $\frac{1}{2}(x - 5)$

D. इनमें से कोई नहीं।

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें



15. यदि  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^2 + 1$  द्वारा परिभाषित हो, तो  $f^{-1}(0)$  का मान है:

A.  $\{-1,1\}$

B.  $\{0,1\}$

C.  $\phi$

D.  $\{-1,0\}$

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

16. माना  $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 + 1$  द्वारा परिभाषित है। तब 17 और -3 के पूर्व-प्रतिबिम्ब क्रमशः हैं :

A.  $\phi, \{-4, 4\}$

B.  $\{-3, 3\}, \phi$

C.  $\{-4, 4\}, \phi$

D.  $\{-4, 4\}, \{-2, 2\}$

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

17. यदि  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^3 + 3$  से परिभाषित हो, तो  $f^{-1}(x)$  है:

A.  $(x + 3)^{1/3}$

B.  $(x - 3)^{1/3}$

C.  $(3 - x)^{1/3}$

D.  $3-x$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

18. माना कि  $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 - 3$  से परिभाषित है। तब  $f^{-1}(x)$  का मान है :

A.  $\sqrt{x + 3}$

B.  $\sqrt{x} + 3$

C.  $x + \sqrt{3}$

D. इनमें से कोई नहीं।

**Answer: D**



**वीडियो उत्तर देखें**

19. माना कि फलन

$f: [2, \infty) \rightarrow R, f(x) = x^2 - 4x + 5$  द्वारा

परिभाषित है, तब फलन  $f$  का परिसर (range) है :

A.  $R$

B.  $[1, \infty)$

C.  $[4, \infty)$

D.  $[5, \infty)$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

20. माना कि फलन  $f: N \rightarrow R, f(x) = \frac{2x - 1}{2}$  से परिभाषित है तथा  $g: Q \rightarrow R, g(x) = x + 2$  से परिभाषित है। तब  $(g \circ f) \left( \frac{3}{2} \right)$  है :

A. 1

B. 2

C.  $\frac{7}{5}$

D. इनमें से कोई नहीं।

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

21. माना कि  $f: A \rightarrow B$  और  $g: B \rightarrow C$  एकैकी आच्छादक (bijective) फलन हैं। तब  $(gof)^{-1}$  हे :

A.  $f^{-1}og^{-1}$

B.  $fog$

C.  $g^{-1}of^{-1}$

D.  $gof$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

22. माना कि  $Q_0$  शून्येतर (non-zero) परिमेय संख्याओं का समुच्चय है तथा  $Q_0$  पर एक द्विआधारी संक्रिया  $*$  इस प्रकार परिभाषित है :  $a * b = \frac{ab}{2}$ ,  $\forall a, b \in Q_0$  तब  $*$  के लिए तत्समक अवयव है

A. 1

B. 4

C. 2

D. इनमें से कोई नहीं।

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें



23. माना कि सभी धनात्मक परिमेय संख्याओं के समुच्चय

$Q^+$  पर एक द्विआधारी संक्रिया  $*$ ,  $a * b$

$$= \frac{ab}{2}, \forall a, b \in Q^+ \text{ से परिभाषित है। तब अवयव 8}$$

का प्रतिलोम (inverse) है :

A.  $\frac{1}{8}$

B.  $\frac{1}{4}$

C.  $\frac{1}{2}$

D. 4

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

24. माना कि समुच्चय  $Q^+$  पर एक द्विआधारी संक्रिया  $*$ ,  $a$

$* b = \frac{ab}{3}$ ,  $\forall a, b \in Q^+$  है। तब  $4 * 6$  का प्रतिलोम

(inverse) है :

A.  $\frac{2}{3}$

B.  $\frac{3}{2}$

C.  $\frac{8}{9}$

D.  $\frac{9}{8}$

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

25. माना कि  $N$  में सम्बन्ध  $R$ ,  $a R b$  ये परिभाषित है, यदि

$2a + 3b = 30$  तब,  $R = \underline{\hspace{2cm}}$



वीडियो उत्तर देखें

26. माना कि  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$  द्वारा

परिभाषित है। तब  $f$  का डोमेन  $\underline{\hspace{2cm}}$  है।



वीडियो उत्तर देखें

27. यदि  $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 - 3x + 2$  से परिभाषित है। तब  $f(f(x)) = \underline{\hspace{2cm}}$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

28. माना कि  $f = \{(1, 2), (3, 5), (4, 1)\}$  तथा  $g = \{(2, 3), (5, 1), (1, 3)\}$ , तब  $g \circ f = \underline{\hspace{2cm}}$  और  $f \circ g = \underline{\hspace{2cm}}$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

29. माना कि समुच्चय  $A = \{1, 2, 3\}$  पर एक सम्बन्ध  $R = \{(1, 3), (3, 1), (3, 3)\}$  है तब  $R$  सममित, संक्रामक है किन्तु स्वतुल्य नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

30. माना कि समुच्चय  $A = \{1, 2, 3\}$  पर एक सम्बन्ध  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$  है। तब  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

### 31. सत्य /असत्य

यदि  $f: A \rightarrow B$  एकैकी आच्छादक फलन हो, तो  $f$  का प्रतिलोम  $f^{-1}$  अद्वितीय होता है।



वीडियो उत्तर देखें

### 32. सत्य /असत्य

यदि  $A = \{a, b, c, d\}$  तथा फलन  $f = \{(a,b), (b,d), (c,a), (d,c)\}$ , तब  $f^{-1} = \{(b,a), (d,b), (a,c), (c,d)\}$  है।



वीडियो उत्तर देखें

### 33. सत्य /असत्य

फलनों का संयोजन क्रमविनिमेयी (commutative) होता है।



वीडियो उत्तर देखें

### 34. सत्य /असत्य

प्रत्येक फलन व्युत्क्रमणीय (invertible) होता है।



वीडियो उत्तर देखें

35. समुच्चय  $A = \{a, b, c\}$  पर तत्समक सम्बन्ध लिखिए।



वीडियो उत्तर देखें

36. यदि  $N$  पर एक सम्बन्ध  $R = \{(x, 1y) : x + 2y = 8\}$  हो,  
तो  $R$  का परिसर लिखिए।



वीडियो उत्तर देखें

37. माना कि  $R = \{(a, a^3) : a, 5 \text{ से कम एक अभाज्य संख्या (prime number) है}\}$  एक सम्बन्ध है।  $R$  का परिसर



(range) ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

38. माना कि पूर्णाकों के समुच्चय  $Z$  पर  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है जो  $R = \{(a, b) : 2, a-b \text{ को विभाजित करता है}\}$  से दिया जाता है। तब तुल्यता वर्ग (equivalence class)  $[0]$  लिखिए।



वीडियो उत्तर देखें

39. कारण बताइए कि समुच्चय  $\{1, 2, 3\}$  पर सम्बन्ध  $R$  जो  $R = \{(1, 2), (2, 1)\}$  से दिया जाता है, क्यों संक्रामक (transitive) नहीं है ?



वीडियो उत्तर देखें

40. यदि  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x - 4$  द्वारा परिभाषित फलन व्युत्क्रमणीय (invertible) हो, तो  $f^{-1}(x)$  लिखिए।

A.  $\frac{x + 4}{3}$

B.  $\frac{2x + 4}{3}$

C.  $\frac{x + 3}{5}$

D.  $\frac{x + 1}{3}$

**Answer: A**

 वीडियो उत्तर देखें

41. फलन  $f(x) = \frac{|x - 1|}{x - 1}$  का परिसर (range) क्या है ?

 वीडियो उत्तर देखें

42. यदि  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = 3x + 2$  से परिभाषित हो, तो  $f\{f(x)\}$  लिखिए।

 वीडियो उत्तर देखें

43. यदि  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$  द्वारा परिभाषित हो, तो  $f\{f(x)\}$  ज्ञात कीजिए।

A.  $x^2$

B.  $x$

C.  $x^3$

D.  $x^4$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

**44.** माना कि  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7\}$ , तथा A से B तक एक फलन  $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$  .

बताइए कि क्या f एकैकी है या नहीं।



वीडियो उत्तर देखें

45.  $f = \sqrt{25 - x^2}$  से परिभाषित वास्तविक फलन  $f$  का डोमेन लिखिए।

 वीडियो उत्तर देखें

46.  $A = \{1, 2, 3\}$  पर निम्नलिखित सम्बन्धों में से कौन-सा सम्बन्ध एक फलन है?

$f = \{(1, 3), (2, 3), (3, 2)\}$ ,  $g = \{(1, 2), (1, 3), (3, 1)\}$

 वीडियो उत्तर देखें

47. यदि एक फलन  $g = \{(1, 1), (2, 3), (3, 5), (4, 7)\}$ ,  
 $g(x) = \alpha x + \beta$  द्वारा परिभाषित हो, तो  $\alpha$  और  $\beta$  के मान  
ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

48. माना कि  $A = \{a, b, c, d\}$  तथा  $f: A \rightarrow A$ ,  $f = \{(a,$   
 $b), (b, d), (c, a), (d, c)\}$  से दिया जाता है।  $f^{-1}$  ज्ञात  
कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

49. माना कि  $f, g : R \rightarrow R$ , क्रमशः  $f(x) = 2x + 1$  और  $g(x) = x^2 - 2$ ,  $\forall x \in R$  से परिभाषित है। तब  $g \circ f(x)$  ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

50. माना कि  $f: \{5,6\} \rightarrow \{2,3\}$  और  $g: \{2,3\} \rightarrow \{5,6\}$ ,  $f = \{(5, 2), (6, 3)\}$ ,  $g = \{(2, 5), (3, 6)\}$  से दिये जाते हैं। तब  $f \circ g$  ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें



51. माना कि फलन  $f : \{1, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 5\}$  और  $g : \{1,2,5\} \rightarrow \{1,3,4\}$ ,  $f = \{(1, 2), (3, 5), (4, 1)\}$  और  $g = \{(2, 3), (5, 1), (1, 3)\}$  से दिये जाते हैं।  $g \circ f$  लिखिए ।

A.  $\{(1, 3), (3, 1), (4, 3)\}$

B.  $\{(1, 3), (3, 4), (4, 1)\}$

C.  $\{(1, 3), (1, 3), (4, 3)\}$

D.  $\{(4, 3), (3, 1), (3, 3)\}$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

52. माना कि एक द्विआधारी संक्रिया  $*$ ,  $a * b = 3a + 4b - 2$  से परिभाषित है। तब  $4 * 5$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

53. यदि पूर्णाकों के समुच्चय  $Z$  पर द्विआधारी संक्रिया  $*$ ,  $a * b = a + 3b^2$  से परिभाषित हो, तो  $2 * 4$  का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

54. माना कि पूर्णाकों के समुच्चय  $Z$  पर द्विआधारी संक्रिया  $*$ ,  $a*b=2a+b-3$  से परिभाषित है। तब  $3 * 4$  का मान ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

55. माना कि  $N$  पर एक द्विआधारी संक्रिया  $*$ , व  $a*b = \text{HCF}(a, b)$ ,  $a, b \in N$  से दी जाती है। तब  $22 * 4$  का मान लिखिए।



वीडियो उत्तर देखें

56. माना कि शून्येतर (non-zero) वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R_0$  पर एक द्विआधारी संक्रिया  $*$ ,  $a * b = \frac{ab}{5}$ ,  $\forall a, b \in R_0$  से दी जाती है। तब  $2 *(x* 5) = 10$  से दिये गये  $x$  का मान लिखिए।



वीडियो उत्तर देखें