



MATHS

BOOKS - NAVBODH MATHS (HINDI)

संबंध एवं फलन

निदर्शी उदाहरण

1. क्या त्रिभुजों के समुच्चय में " सर्वांगसम संबंध " तुल्यता संबंध होता है ? स्पष्ट कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

2. मनुष्य में संबंध " का भाई है " तुल्यता संबंध है। यदि नहीं है तो क्यों ?

 वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए की समुच्चय $\{1,2,3\}$ में $R = \{(1, 1)(2, 2)(3, 3)(1, 2)(2, 3)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य है परन्तु न तो सममित है और न संक्रमक है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए की धन पूर्णाकों में " विभाज्यता संबंध " स्वतुल्य और संक्रमक है किन्तु सममित नहीं।

 वीडियो उत्तर देखें

5. संबंध का एक ऐसा उदाहरण दीजिये जो सममित तथा संक्रमक तो हो परन्तु स्वतुल्य न हो।

 वीडियो उत्तर देखें

6. संबंध का एक ऐसा उदाहरण दीजिये जो स्वतुल्य हो परन्तु सममित और संक्रमक न हो।



वीडियो उत्तर देखें

7. जाँच कीजिए की क्या समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में $R = \{(a, b) : b = a + 1\}$ द्वारा परिभाषित संबंध स्वतुल्य , सममित या संक्रमक है।



वीडियो उत्तर देखें

8. निर्धारित कीजिए की क्या निम्नलिखित संबंधो में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है -

समुच्चय $A = \{1, 2, 3, \dots, 13, 14\}$ में संबंध इस

प्रकार परिभाषित है कि

$$R = \{(x, y) : 3x - y = 0\}$$



वीडियो उत्तर देखें

9. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है -

प्राकृत संख्याओं का समुच्चय N में

$R = \{(x, y) : y = x + 5 \text{ तथा } x < 4\}$ द्वारा परिभाषित

संबंध R है।



वीडियो उत्तर देखें

10. निर्धारित कीजिए की क्या निम्नलिखित संबंधो में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है -

समुच्चय में $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में $R = \{(x, y) : y$
भाज्य है x से } द्वारा परिभाषित संबंध R है।



वीडियो उत्तर देखें

11. निर्धारित कीजिए की क्या निम्नलिखित संबंधो में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है -

समस्त पूर्णाकों के समुच्चय Z में $\{R = \{(x, y) : x - y$ एक
पूर्णांक है } द्वारा परिभाषित संबंध R



वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R न तो स्वतुल्य है न सममित है और न संक्रमक।



वीडियो उत्तर देखें

13. माना कि L एक समतल में सभी रेखाओं का समुच्चय है। माना कि L पर एक संबंध R " के समांतर है " से परिभाषित है तो दर्शाइए कि यह तुल्यता संबंध है।



वीडियो उत्तर देखें

14. माना कि N धन पूर्णाकों का समुच्चय है। यदि समुच्चय

$N \times N$ में परिभाषित एक संबंध R ऐसा हो कि

$$(a, b) \in R(c, d) \Rightarrow a + d = b + c$$

जहाँ $a, b, c, d \in N$ तो सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध

है।



वीडियो उत्तर देखें

15. यदि I शून्य रहित पूर्णाकों का समुच्चय हो और संबंध R इस

प्रकार परिभाषित है कि $x R y$ यदि $x^y = y^x$ जबकि $x, y \in I$

तो क्या संबंध R एक तुल्यता संबंध है ?



वीडियो उत्तर देखें

16. दर्शाइए कि पूर्णाकों का समुच्चय I पर $aRb \Leftrightarrow (a - b) \in 5I$ से विभाज्य है जहाँ $a, b \in I$ द्वारा परिभाषित संबंध एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

17. सिद्ध कीजिए कि \mathbb{R} में $R = \{(a, b) : a \leq b\}$ द्वारा परिभाषित से स्वतुल्य तथा संक्रमक है किन्तु सममित नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

18. मान लीजिए कि L समतल में स्थित समस्त रेखाओं का एक समुच्चय है तथा $R = \{(L_1, L_2) : L_1, L_2 \text{ पर लंब है}\}$ समुच्चय L में परिभाषित एक संबंध है। सिद्ध कीजिए R कि सममित है किंतु न तो स्वतुल्य है और न संक्रमक है।



वीडियो उत्तर देखें

19. सिद्ध कीजिए कि समस्त बहुभुजों के समुच्चय A में $R = \{(P_1, P_2) : P_1 \text{ तथा } P_2 \text{ कि भुजाओं कि संख्या समान है}\}$ प्रकार से परिभाषित संबंध R एक तुल्यता संबंध है। 3, 4 और 5 कि भुजाओं वाले समकोण त्रिभुज से संबंधित समुच्चय A के सभी अवयवों का समुच्चय ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

20. सिद्ध कीजिए कि समस्त त्रिभुजों के समुच्चय A में $R = \{(T_1, T_2) : T_1, T_2 \text{ के समरूप है}\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R एक तुल्यता संबंध है। भुजाओं 3,4,5, वाले समकोण त्रिभुज T_1 , भुजाओं 5,12,13 वाले समकोण त्रिभुज T_2 तथा भुजाओं 6,8,10 वाले समकोण त्रिभुज पर विचार कीजिए। T_1, T_2 और T_3 में से कौन - से त्रिभुज परस्पर संबंधित है।



वीडियो उत्तर देखें

21. सिद्ध कीजिए कि $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ में $R = \{(a, b) : |a - b| \text{ सम है}\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध एक तुल्यता

संबंध R है। प्रमाणित कीजिए कि $\{1, 3, 5\}$ के सभी अवयव एक - दूसरे से संबंधित है और समुच्चय $\{2, 4\}$ के सभी अवयव एक - दूसरे से संबंधित है परंतु $\{1, 3, 5\}$ का कोई भी अवयव $\{2, 4\}$ के किसी अवयव से संबंधित नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

22. मान लीजिए की XY तल में स्थित समस्त रेखाओं का समुच्चय L है और L में $R = \{(L_1, L_2) : L_1 \text{ समांतर } L_2 \text{ है के}\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R है। सिद्ध कीजिये की R एक तुल्यता संबंध है रेखा $y = 2x + 4$ से संबंधित समस्त रेखाओं का समुच्चय ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

23. सिद्ध कीजिए की पूर्णाकों के समुच्चय z में $R = \{(a, b) : \text{संख्या } 2, (a - b) \text{ को विभाजित करती है}\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध एक तुल्यता संबंध है।



वीडियो उत्तर देखें

24. मान लीजिए की समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ में $R = \{(a, b) : a \text{ तथा } b \text{ दोनों ही या तो विषम है या सम है}\}$ द्वारा परिभाषित एक संबंध है। सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है। साथ ही सिद्ध कीजिए कि एक तुल्यता उपसमुच्चय $\{1, 3, 5, 7\}$ के सभी अवयव एक - दूसरे से संबंधित है परंतु

उपसमुच्चय $\{1, 3, 5, 7\}$ का कोई भी अवयव उपसमुच्चय $\{2, 4, 6\}$ के किसी भी अवयव से संबंधित नहीं है।



उत्तर देखें

25. माना $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ तथा $R = \{(a, b) : \text{संख्या } 2, (a - b) \text{ को विभाजित करती है}\}$ तब तुल्यता वर्ग $[0]$ को ज्ञात कीजिए



वीडियो उत्तर देखें

26. माना $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ तथा $R = \{(x, y) : x - y = 3k\}$ जहाँ k एक पूर्णांक है अर्थात

xRy जब $(x - y)^3$ से विभाज्य है , तो सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है तथा तुल्यता समुच्चय भी बनाइये।



उत्तर देखें

27. माना $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ तथा $R = \{(a, b) | a - b | 2 \text{ से विभाजित है } \}$ तो सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है तथा तुल्यता वर्ग भी बनाइए।



उत्तर देखें

28. R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है तथा प्रतिचित्रण $f: R \rightarrow R$ जहाँ $f(x) = e^x, x \in R$ द्वारा परिभाषित है तो

सिद्ध कीजिए कि f एकैकी प्रतिचित्रण है।



वीडियो उत्तर देखें

29. निम्नलिखित फलनों की एकैक तथा आच्छादी गुणों की जाँच कीजिए -

$f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f: N \rightarrow N$ फलन है।



वीडियो उत्तर देखें

30. निम्नलिखित फलनों की एकैक तथा आच्छादी गुणों की जाँच कीजिए -

$f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f: Z \rightarrow Z$ फलन है।



वीडियो उत्तर देखें

31. निम्नलिखित फलनों की एकैक तथा आच्छादी गुणों की जाँच कीजिए -

$f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f: R \rightarrow R$ फलन है।



वीडियो उत्तर देखें

32. निम्नलिखित फलनों की एकैक तथा आच्छादी गुणों की जाँच कीजिए -

$f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त $f: N \rightarrow N$ फलन है।



वीडियो उत्तर देखें

33. निम्नलिखित फलनों की एकैक तथा आच्छादी गुणों की जाँच कीजिए -

$f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त $f: Z \rightarrow Z$ फलन है।



वीडियो उत्तर देखें

34. सिद्ध कीजिए की प्रतिचित्रण $f: R \rightarrow R$ जो कि $f(x) = 3x + 5$ द्वारा परिभाषित है एकैकी आच्छादक है जहाँ पर R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।



वीडियो उत्तर देखें

35. मान लीजिए की समस्त $n \in N$ के लिए

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2} \\ \frac{n}{2} \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित एक फलन $f: N \rightarrow N$ है। बताइए की क्या फलन f एकैकी आच्छादक है। अपने उत्तर का औचित्य भी बताइए।



वीडियो उत्तर देखें

36. मान लीजिए कि $A = R - \{3\}$ तथा $B = R - \{1\}$

है। $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ द्वारा परिभाषित फलन $f: A \rightarrow B$ पर

विचार कीजिए। क्या f एकैकी तथा आच्छादा है ? अपने उत्तर का औचित्य भी बताइये।



वीडियो उत्तर देखें

37. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = [x]$ द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन $f: R \rightarrow R$ न तो एकैकी है और न आच्छादक है जहाँ $[x]$ x से कम या उसके बराबर महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता है।



वीडियो उत्तर देखें

38. सिद्ध कीजिए कि

$$f: R \rightarrow R \text{ द्वारा प्रदत्त } f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

चिन्ह फलन न तो एकैकी है और न आच्छादक है।



 वीडियो उत्तर देखें

39. दर्शाइए की प्रतिचित्रण $f: R \rightarrow R$ जहाँ न $f(x) = -\sin x$ एकैकी है और न आच्छादक।

 वीडियो उत्तर देखें

40. सिद्ध कीजिये की नीचे परिभाषित फलन $f: N \rightarrow N$ एकैकी तथा आच्छादक दोनों ही है -

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{x} \\ x - 1 & \text{x} \end{cases}$$

 वीडियो उत्तर देखें

41. सिद्ध कीजिये कि $f(x) = [x]$ द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन $f: R \rightarrow R$ न तो एकैकी है और न आच्छादक है जहाँ $[x]$, x से कम में उसके बराबर महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता है।



वीडियो उत्तर देखें

42. यदि $f(x) = x^2$ और $g(x) = x + 3, x \in R$ तब $(gof)x, (fog)x, (fog)^2$ का मान ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

43. यदि $f: R \rightarrow R$ जहाँ $f(x) = 2x + 1$ तथा $g: R \rightarrow R$ जहाँ $g(x) = x^2 - 2$ हो , तो सिद्ध कीजिए की $(g \circ f)x \neq (f \circ g)x$

 वीडियो उत्तर देखें

44. यदि $f: R \rightarrow R$ तथा $g: R \rightarrow R$ फलन क्रमशः $f(x) = \cos x$ तथा $g(x) = 3x^2$ द्वारा परिभाषित है , तो $g \circ f$ और $f \circ g$ ज्ञात कीजिए। सिद्ध कीजिए की $g \circ f \neq f \circ g$

 वीडियो उत्तर देखें

45. मान लीजिए कि $f: \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{3, 4, 5, 9\}$ और $g: \{3, 4, 5, 9\} \rightarrow \{7, 11, 15\}$ दो फलन इस प्रकार हैं कि $f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = f(5) = 5$ और $g(3) = g(4) = 7$ तथा $g(5) = g(9) = 11$ तो ज्ञात $(g \circ f)$ कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

46. माना $f: R \rightarrow R$ और $g: R \rightarrow R$ इस प्रकार परिभाषित $f(x) = x^2, g(x) = x + 2, \forall x \in R$, है तो $g \circ f$ और $f \circ g$ ज्ञात कीजिए। क्या $g \circ f = f \circ g$?



वीडियो उत्तर देखें

47. यदि $f(x) = |x|$ और $g(x) = |5x - 2|$ तो $g \circ f$ और $f \circ g$ ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

48. माना $f(x) = \sqrt{1-x}$ और $g(x) = \log x$ तो $f \circ g$ ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

49. माना f महत्तम पूर्णांक फलन है तथा g मापांक फलन है , तब

निम्न का मान ज्ञात कीजिए -

$$(g \circ f) \left(\frac{-5}{3} \right) - (f \circ g) \left(\frac{-5}{3} \right)$$



वीडियो उत्तर देखें

50. माना f महत्तम पूर्णांक फलन है तथा g मापांक फलन है , तब

निम्न का मान ज्ञात कीजिए -

$$(g \circ f) \left(\frac{5}{3} \right) - (f \circ g) \left(\frac{5}{3} \right)$$



उत्तर देखें

51. माना f महत्तम पूर्णांक फलन है तथा g मापांक फलन है , तब

निम्न का मान ज्ञात कीजिए -

$$(f + 2g)(-1)$$

 वीडियो उत्तर देखें

52. यदि $f(x) = [x]$ और $g(x) = |x|$ तो

$(f \circ g)\left(\frac{5}{2}\right) - (g \circ f)\left(\frac{-5}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

53. यदि $f(x) = \frac{3x}{x-1}$ और $\phi(x) = \frac{x}{x-3}$, तो सिद्ध कीजिए कि $f\{\phi(x)\} = \phi\{f(x)\}$

 वीडियो उत्तर देखें

54. यदि $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ और $g(x) = \frac{x+1}{x-3}$ हो, तो $f\{g(x)\}$ और $g\{f(x)\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

55. समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ के लिए दो प्रतिचित्रण $f: A \rightarrow A$ तथा $g: A \rightarrow A$ इस प्रकार परिभाषित है कि

$$f(1) = 3, f(2) = 5, f(3) = 3, , f(4) = 1, f(5) = 2$$

$$g(1) = 4, g(2) = 1, g(3) = 1, g(4) = 2, g(5) = 3$$

(fog) फलन (gof) और ज्ञात कीजिए।

 उत्तर देखें

56. मान लीजिए कि $S = \{1, 2, 3\}$ है , निर्धारित कीजिए कि क्या नीचे परिभाषित फलन $f: S \rightarrow S$ के प्रतिलोम है। f^{-1} ज्ञात कीजिए यदि इसका अस्तित्व है।

 उत्तर देखें

57. माना कि $f: R \rightarrow R$ इस प्रकार परिभाषित है कि

$$f(x) = x^2 + 1 \text{ तो } f^{-1}(26) = ?$$



वीडियो उत्तर देखें

58. माना कि $f: R \rightarrow R$ इस प्रकार परिभाषित है कि

$$f(x) = x^2 + 1$$

$f^{-1}\{10, 37\}$ तो ज्ञात कीजिए



वीडियो उत्तर देखें

59. यदि प्रतिचित्रण $f: R \rightarrow R$ जहाँ $f(x) = x^2 + 1$ से परिभाषित हो , तो $f^{-1}(0)$, $f^{-1}(5)$, $f^{-1}(10)$, $f^{-1}(50)$ ज्ञात कीजिए

 उत्तर देखें

60. $f(x) = 4x + 3$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \rightarrow R$ पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है। f का प्रतिलोम फलन भी ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

61. $f(x) = x^2 + 4$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R_+ \rightarrow [4, \infty)$ पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है तथा f का प्रतिलोम f^{-1} , $f^{-1}(y) = \sqrt{y - 4}$ द्वारा प्राप्त होता है जहाँ R_+ सभी ऋणोत्तर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।



वीडियो उत्तर देखें

62. $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R_+ \rightarrow [-5, \infty)$ पर विचार कीजिए सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है तथा $f^{-1}(y) = \left[\frac{\sqrt{y + 6} - 1}{3} \right]$ है।



वीडियो उत्तर देखें

63. दो फलनों $F: N \rightarrow N$ तथा $g: N \rightarrow N$ के उदाहरण दीजिये जो इस प्रकार हो कि $g \circ f$ आच्छादक है किन्तु f आच्छादक नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

64. दो फलनों $f: N \rightarrow Z$ तथा $g: Z \rightarrow Z$ के उदाहरण दीजिये जो इस प्रकार हो कि $g \circ f$ एकैकी है परन्तु g एकैकी नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

65. तीन फलन $f: N \rightarrow N, g: N \rightarrow N$ तथा $h: N \rightarrow R$ पर विचार कीजिए $f(x) = 2x, g(y) = 3y + 4$ तथा $h(z) = \sin z \forall x, y, z$ in N सिद्ध कीजिए $ho(gof) = (hog)of$

 वीडियो उत्तर देखें

66. मान लीजिए कि $f: x \rightarrow y$ एक व्युत्क्रमणीय फलन है। सिद्ध कीजिए कि f^{-1} का प्रतिलोम f है अर्थात $(f^{-1})^{-1} = f$

 वीडियो उत्तर देखें

67. मान लीजिए कि $y = \{n^2 : n \in N\} \subset N$ है। फलन $f: N \rightarrow Y$ जहाँ $f(n) = n^2$ पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है f का प्रतिलोम भी ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

68. सिद्ध कीजिए कि यदि $f: A \rightarrow B$ तथा $g: B \rightarrow C$ आच्छादक है , तो $g \circ f: A \rightarrow C$ भी आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें

69. सिद्ध कीजिए कि यदि $f: A \rightarrow B$ तथा $g: B \rightarrow C$ एकैकी है, तो $g \circ f: A \rightarrow C$ भी एकैकी है।



वीडियो उत्तर देखें

70.

$f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{a, b, c\}$, $f(1) = a$, $f(2) = b$, $f(3) = c$

द्वारा प्रदत्त फलन f पर विचार कीजिए f^{-1} ज्ञात कीजिए और

सिद्ध कीजिए कि $(f^{-1})^{-1} = f$ है।



वीडियो उत्तर देखें

71. सिद्ध कीजिए कि $a * b = a + 2b$ द्वारा प्रदत्त

$* : R \times R \rightarrow R$ साहचर्य नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

72. सिद्ध कीजिए कि प्रदत्त परिभाषित $a * b = a + 2b$ द्वारा

$* : R \times R \rightarrow R$ क्रमविनिमेय नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

73. क्या समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ में $a * b = a$, तथा b का

LCM द्वारा परिभाषित $*$ एक द्विआधारी संक्रिया है ? अपने उत्तर

का औचित्य भी बताइये।



वीडियो उत्तर देखें

74. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया $*$ से एक द्विआधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं। उस दशा में जब $*$ एक द्विआधारी संक्रिया नहीं औचित्य भी बताइए।

Z^+ में, $a * b = ab$ द्वारा परिभाषित संक्रिया $*$



वीडियो उत्तर देखें

75. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया $*$ से एक द्विआधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं। उस दशा में जब $*$ एक द्विआधारी संक्रिया नहीं औचित्य भी बताइए।

Z^+ में, $a * b = ab$ द्वारा परिभाषित संक्रिया $*$



वीडियो उत्तर देखें

76. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया $*$ से एक द्विआधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं। उस दशा में जब $*$ एक द्विआधारी संक्रिया नहीं औचित्य भी

बताइए।

\mathbb{R} में, संक्रिया $*$, $a * b = ab^2$ द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

77. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया $*$ से एक द्विआधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं। उस दशा में जब $*$ एक द्विआधारी संक्रिया नहीं औचित्य भी बताइए।

\mathbb{Z}^+ में संक्रिया $*$, $a * b = |a - b|$ द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

78. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया $*$ से एक द्विआधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं। उस दशा में जब $*$ एक द्विआधारी संक्रिया नहीं औचित्य भी बताइए।

Z^+ में संक्रिया $*$, $a * b = a$ द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

79. निर्धारित कीजिए कि समुच्चय R में प्रदत्त निम्नलिखित द्विआधारी संक्रियाओं में से कौन - सी साहचर्य है और कौन - सी क्रमविनिमेय है।

$$a * b = 1 \forall a, b \in R$$



वीडियो उत्तर देखें



वीडियो उत्तर देखें

80. निर्धारित कीजिए कि समुच्चय R में प्रदत्त निम्नलिखित द्विआधारी संक्रियाओं में से कौन - सी साहचर्य है और कौन - सी क्रमविनिमेय है।

$$a * b = \frac{a + b}{2} \quad \forall a, b \in R$$



वीडियो उत्तर देखें

81. मान लीजिए कि N में एक द्विआधारी संक्रिया $*$, $a * b = a$ तथा b का LCM द्वारा परिभाषित है। निम्नलिखित ज्ञात कीजिए -

$$5(*)7, 20(*)16$$



वीडियो उत्तर देखें

82. मान लीजिए कि N में एक द्विआधारी संक्रिया

$*$, $a * b = a$ तथा b का LCM द्वारा परिभाषित है।

निम्नलिखित ज्ञात कीजिए -

क्या संक्रिया $*$ क्रमविनिमेय है ?



वीडियो उत्तर देखें

83. मान लीजिए कि N में एक द्विआधारी संक्रिया

$*$, $a * b = a$ तथा b का LCM द्वारा परिभाषित है।

निम्नलिखित ज्ञात कीजिए -

क्या * साहचर्य है ?



वीडियो उत्तर देखें

84. मान लीजिए कि N में एक द्विआधारी संक्रिया

$*$, $a * b = a$ तथा b का LCM द्वारा परिभाषित है।

निम्नलिखित ज्ञात कीजिए -

N में $*$ का तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

85. मान लीजिए कि N में एक द्विआधारी संक्रिया

$*$, $a * b = a$ तथा b का LCM द्वारा परिभाषित है।

निम्नलिखित ज्ञात कीजिए -

N के कौन - से अवयव $*$ संक्रिया के लिए व्युत्क्रमणीय है।



वीडियो उत्तर देखें

86. मान लीजिए N में $a * b = a$ तथा b का LCM द्वारा

परिभाषित एक द्विआधारी संक्रिया है। क्या $*$ क्रमविनिमेय है ?

क्या $*$ साहचर्य है ? क्या N में द्विआधारी संक्रिया के तत्समक का

अस्तित्व है ?



वीडियो उत्तर देखें

87. समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में $a \wedge b =$ निम्नतम $\{a, b\}$ द्वारा परिभाषित संक्रिया पर विचार कीजिए संक्रिया \wedge के लिए संक्रिया सारणी बनाइए।



वीडियो उत्तर देखें

88. समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ में निम्नलिखित संक्रिया सारणी द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रिया $*$ पर विचार कीजिए -
 $(2 * 3) * 4$ तथा $2 * (3 * 4)$ का परिकलन कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

89. समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ में निम्नलिखित संक्रिया सारणी द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रिया $*$ पर विचार कीजिए -

$(2 * 3) * (4 * 5)$ का परिकलन कीजिए।



उत्तर देखें

90. माना प्रकृत संख्याओं के समुच्चय N का एक द्विआधारी संक्रिया \circ द्वारा परिभाषित किया गया है $a \circ b = a^b$, $a, b \in N$ तथा (N, \circ) साहचर्य या क्रमविनिमेय नियम पालन करता है अथवा नहीं ?



वीडियो उत्तर देखें

91. परिमेय संख्याओं के समुच्चय Q में संक्रिया \circ इस प्रकार

परिभाषित है -

$a \circ b = a + b - ab, \forall a, b \in Q$ तो सिद्ध कीजिए कि -

$$a \circ b = b \circ a$$



वीडियो उत्तर देखें

92. परिमेय संख्याओं के समुच्चय Q में संक्रिया \circ इस प्रकार

परिभाषित है -

$a \circ b = a + b - ab, \forall a, b \in Q$ तो सिद्ध कीजिए कि -

$$a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$$



वीडियो उत्तर देखें

93. सिद्ध कीजिए कि $A = \{1, -1\}$ गुणन पर द्विआधारी संक्रिया है परन्तु समुच्चय $B = \{1, 3\}$ पर नहीं।

 वीडियो उत्तर देखें

94. निम्नलिखित सारणी से समुच्चय $\{a, b, c\}$ द्विचर संक्रिया \circ के लिए क्रम विनिमेयता कि जाँच कीजिए।

 उत्तर देखें

95. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R के एक द्विचर संक्रिया \circ निम्नानुसार परिभाषित है -

$$aob = a + b + ab$$

इसका तत्समक अवयव तथा a का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

विविध उदाहरण

1. यदि $f: A \rightarrow B$ एकैकी आच्छादक प्रतिचित्रण हो , तो सिद्ध कीजिए कि f का प्रतिलोम प्रतिचित्रण f^{-1} अद्वितीय है।



वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिए कि $f: R \rightarrow R$, $f(x) = 10x + 7$ द्वारा परिभाषित फलन है। एक ऐसा फलन $g: R \rightarrow R$ ज्ञात कीजिए कि जिसके लिए $gof = fog = I_R$ हो।

 वीडियो उत्तर देखें

3. यदि $f: R \rightarrow R$ जहाँ $f(x) = x^2 - 3x + 2$ द्वारा परिभाषित है तो $f[f(x)]$ ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

4. मान लीजिए कि $f: R \rightarrow R$ है तब निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित चिन्ह फलन है।

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

तथा $g: R \rightarrow R, g(x) = [x]$ द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन है जहाँ $[x], x$ से कम या के बराबर पूर्णांक है तो क्या $f \circ g$ तथा $g \circ f$ अंतराल में संपाती है ?



उत्तर देखें

5. सिद्ध कीजिए कि यदि $f: A \rightarrow B$ तथा $g: B \rightarrow C$ आच्छादक है तो $g \circ f: A \rightarrow C$ भी आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि $f: R \rightarrow \{x \in R: -1 < x < 1\}$

जहाँ $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$, $x \in R$ द्वारा परिभाषित फलन

एकैकी तथा आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें

7. मान लीजिए कि $f: W \rightarrow W$ $f(x) = n - 1$ यदि n

विषम है तथा $f(x) = n + 1$ यदि n सम है द्वारा परिभाषित है।

सिद्ध कीजिए कि f व्यत्क्रमणीय है f का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

यहाँ W समस्त पूर्णाकों का समुच्चय है।



वीडियो उत्तर देखें

प्रश्नावली 1 1

1. निर्धारित कीजिए की क्या निम्नलिखित संबंधो में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है। किसी विशेष समय पर किसी नगर के निवासियों के समुच्चय में निम्नलिखित संबंध R -

$$R = \{(x, y) : x \text{ तथा } y \text{ एक स्थान पर कार्य करते है}\}$$



वीडियो उत्तर देखें

2. निर्धारित कीजिए की क्या निम्नलिखित संबंधो में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है। किसी विशेष समय पर किसी

नगर के निवासियों के समुच्चय में निम्नलिखित संबंध R -

$$R = \{(x, y) : x \text{ तथा } y \text{ एक ही मोहल्ले में रहते हैं}\}$$



वीडियो उत्तर देखें

3. निर्धारित कीजिए की क्या निम्नलिखित संबंधो में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है। किसी विशेष समय पर किसी नगर के निवासियों के समुच्चय में निम्नलिखित संबंध R -

$$R = \{(x, y) : x, y \text{ से ठीक - ठीक } 7 \text{ सेमी लम्बा है}\}$$



वीडियो उत्तर देखें

4. निर्धारित कीजिए की क्या निम्नलिखित संबंधो में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है। किसी विशेष समय पर किसी नगर के निवासियों के समुच्चय में निम्नलिखित संबंध R -

$$R = \{(x, y) : x, y \text{ की पत्नी है}\}$$



वीडियो उत्तर देखें

5. निर्धारित कीजिए की क्या निम्नलिखित संबंधो में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है। किसी विशेष समय पर किसी नगर के निवासियों के समुच्चय में निम्नलिखित संबंध R -

$$R = \{(x, y), x, y \text{ के पिता है}\}$$



वीडियो उत्तर देखें

6. जाँच कीजिए कि क्या R में $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$ द्वारा परिभाषित संबंध स्वतुल्य सममित अथवा संक्रमक है ?

 वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $R = \{(1, 2)(2, 1)(2, 3)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R सममित है किन्तु न स्वतुल्य है और न ही संक्रमक है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $A = \{x \in \mathbb{Z} : 0 \leq x \leq 12\}$

में दिए गए निम्नलिखित संबंधों R में से प्रत्येक एक तुल्यता संबंध है

$$R = \{(a, b) : |a - b| \text{ का एक गुणज है}\}$$

 वीडियो उत्तर देखें

9. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $A = \{x \in \mathbb{Z} : 0 \leq x \leq 12\}$

में दिए गए निम्नलिखित संबंधों R में से प्रत्येक एक तुल्यता संबंध है

$$R = \{(a, b) : a = b\}$$

 वीडियो उत्तर देखें

10. सिद्ध कीजिए कि किसी कॉलेज के पुस्तकालय कि समस्त पुस्तकों के समुच्चय A में $R = \{(x, y) : x \text{ तथा } y \text{ में पंजो कि संख्या समान है } \}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R एक तुल्यता संबंध एक तुल्यता संबंध है।



वीडियो उत्तर देखें

11. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिये -

सममित हो परन्तु न तो स्वतुल्य हो और न संक्रमक हो।



वीडियो उत्तर देखें

12. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिये -

संक्रमक हो परन्तु न तो स्वतुल्य हो और न सममित हो।



वीडियो उत्तर देखें

13. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिये -

स्वतुल्य तथा सममित हो किन्तु संक्रमक न हो।



वीडियो उत्तर देखें

14. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिये -

स्वतुल्य तथा संक्रमक हो किन्तु सममित न हो।

 वीडियो उत्तर देखें

15. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिये -

सममित तथा संक्रमक हो किन्तु स्वतुल्य न हो।

 वीडियो उत्तर देखें

16. सिद्ध कीजिए कि प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय N पर

परिभाषित संबंध R जबकि $a R b$ का अर्थ है

$a^2 - 4ab + 3b^2 = 0 (a, b \in N)$ स्वतुल्य है किन्तु न तो

सममित है और संक्रमक।

 वीडियो उत्तर देखें

17. सिद्ध कीजिए कि $N \times N$ पर संबंध R जहाँ $(a, b)R(c, d) \Rightarrow ad = bc$ तुल्यता संबंध है।



वीडियो उत्तर देखें

18. सिद्ध कीजिए कि धन पूर्णाकों के समुच्चय में $a R b$, $a^b = b^a$ स्वतुल्य एवं सममित है।



वीडियो उत्तर देखें

19. सिद्ध कीजिये कि समुच्चयों में संबंध " बराबर है " तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

प्रश्नावली 1 2

1. मान लीजिए कि $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x^4$ द्वारा परिभाषित है। सिद्ध कीजिये कि f न तो एकैकी है न ही आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिए की $f(x) = 3x$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \rightarrow R$ है। सिद्ध कीजिये की f एकैकी आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. मान लीजिए कि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ तथा $f = \{(1, 4)(2, 5)(3, 6)\}$ से A तक B फलन है। सिद्ध कीजिये कि f एकैकी है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिये कि $f(x) = |x|$ द्वारा प्रदत्त मापांक फलन $f: R \rightarrow R$ न तो एकैकी और न आच्छादक है जहाँ $|x|$ बराबर x यदि x धन या शून्य है तथा $|x|$ बराबर $-x$ यदि ऋण है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. मान लीजिए कि $f(x) = 3 - 4x$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \rightarrow R$ है। सिद्ध कीजिये कि f एकैकी आच्छादक फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. मान लीजिए कि $f(x) = 1 + x^2$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \rightarrow R$ है। सिद्ध कीजिये कि f न तो एकैकी न ही आच्छादक फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिये कि $f(x) = 2x$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: N \rightarrow N$ एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं।

 वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिये कि $f(x) = 2x$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \rightarrow R$ एकैकी तथा आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें

9. सिद्ध कीजिये कि $f(1) = f(2) = 1$ तथा $x > 2$ के लिए $f(x) = x - 1$ द्वारा परिभाषित $f: N \rightarrow N$ आच्छादक तो है किन्तु एकैकी नहीं।



वीडियो उत्तर देखें

10. सिद्ध कीजिये कि नीचे परिभाषित फलन $f: N \rightarrow N$

एकैकी तथा आच्छादक दोनों ही है

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & x \\ x - 1 & x \end{cases}$$



वीडियो उत्तर देखें

11. यदि $f: R \rightarrow R$ तथा $f(x) = x^2 + 2, \forall x \in R$ तो

सिद्ध कीजिये कि f बहु - एक अन्तःक्षेपी है।



वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिये कि प्रतिचित्रण $f: R \rightarrow R$ जो $f(x) = \cos x, \forall x \in R$ से परिभाषित है न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

प्रश्नावली 13

1. यदि $f(x) = e^{2x}$ और $g(x) = \log \sqrt{x}, x > 0$ तो निम्न का मान ज्ञात कीजिये -

$$(f \circ g)(x)$$

 वीडियो उत्तर देखें

2. यदि $f(x) = e^{2x}$ और $g(x) = \log \sqrt{x}$, $x > 0$ तो निम्न का मान ज्ञात कीजिये -

$$(f \circ g)(x)$$



वीडियो उत्तर देखें

3. यदि $f(x) = e^{2x}$ और $g(x) = \log \sqrt{x}$, $x > 0$ तो निम्न का मान ज्ञात कीजिये -

$$(g \circ f)(x)$$



वीडियो उत्तर देखें

4. यदि f और g फलन इस प्रकार है कि $f(x) = x^3$ और $g(x) = \cos x, \forall x \in R$, फलन इस प्रकार है कि और तो $g \circ f$ तथा $f \circ g$ के मान ज्ञात कीजिये। दिखाइए कि $g \circ f \neq f \circ g$

 वीडियो उत्तर देखें

5. यदि $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}, \forall x \in R$ तथा $g(x) = \frac{x}{1 - |x|}, \forall x \in R$ जहाँ $-1 < x < 1$ तो $g \circ f$ तथा $f \circ g$ ज्ञात कीजिये दिखाइए कि $f \circ g = g \circ f$

 वीडियो उत्तर देखें

6. यदि फलन f और g इस प्रकार है कि $f(x) = x^3, \forall x \in R$ और $g(x) = x^2, \forall x \in R$ तो $(f \circ g) x$ तथा $(g \circ f) x$ ज्ञात कीजिये। $(g \circ f)^3$ भी ज्ञात कीजिये तथा सिद्ध कीजिये कि $f \circ g = g \circ f$

 वीडियो उत्तर देखें

7. माना f ज्या फलन है तथा g फलन $2x$ है। $f \circ g$ तथा $g \circ f$ ज्ञात कीजिये क्या ये दोनों समान है ? $(f \circ g)^{\frac{\pi}{2}}$ का मान ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

8. माना f कोई वास्तविक तत्सम फलन है तथा g फलन $2x$ है ,
तो सिद्ध कीजिए कि $gof = f + f$

 वीडियो उत्तर देखें

9. यदि $f(x) = x$ और $g(x) = \frac{1}{x}$, तो सिद्ध कीजिए कि
 $f\{g(x)\} = g\{f(x)\}$

 वीडियो उत्तर देखें

10. यदि $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$, तो $f\left\{f\left(\frac{1}{x}\right)\right\}$ का मान ज्ञात
कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें



वीडियो उत्तर देखें

11. तत्समक फलन $f(x) = x$ तथा मापक फलन $g(x) = |x|$ का योग ज्ञात कीजिए



वीडियो उत्तर देखें

12. यदि दो फलन f और g इस प्रकार हैं कि $f(x) = x^4$ और $g(x) = \tan x$, $(g \circ f)x$ तो का मान ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

13. यदि फलन f और g इस प्रकार है कि $f(x) = x^3$ तथा $g(x) = \sin x$, तो $(g \circ f)x$ का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

14. यदि फलन f और g इस प्रकार है कि $f(x) = x^2$ तथा $g(x) = \cos x$ तो $(g \circ f)x$ का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

15. x के उन सभी मानों के समुच्चय को ज्ञात कीजिए जिनके लिए निम्न फलन परिभाषित है -

$$f(x) = \sqrt{9 - x^2} + \frac{1}{2} \sin x$$

 वीडियो उत्तर देखें

16. x के उन सभी मानों के समुच्चय को ज्ञात कीजिए जिनके लिए निम्न फलन परिभाषित है -

$$f(x) = \sqrt{1 - x} - \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}}$$

 वीडियो उत्तर देखें

17. मान लीजिये $f: R \rightarrow R$ में $f(x) = 2x - 3, \forall x \in R$ परिभाषित फलन है, तो f^{-1} ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

18. यदि $f(x) = \frac{4x + 3}{6x - 4}$, $x \neq \frac{2}{3}$ तो सिद्ध कीजिए कि सभी $x \neq \frac{2}{3}$ के लिए $f \circ f(x) = x$ है का प्रतिलोम फलन क्या है ?



वीडियो उत्तर देखें

19. सिद्ध कीजिए कि $f: [-1, 1] \rightarrow R$, $f(x) = \frac{x}{x + 2}$

द्वारा प्रदत्त फलन एकैकी है।

फलन $f: [-1, 1] \rightarrow (f \text{ का परिसर })$ का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

20. मान लीजिये $f: N \rightarrow R, f(x) = 4x^2 + 12x + 15$ द्वारा परिभाषित एक फलन है। सिद्ध कीजिए कि $f: N \rightarrow S$ जहाँ S, f का परिसर , व्यत्क्रमणीय है। f का प्रतिलोम भी ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

21. कारण सहित बताइये कि क्या निम्नलिखित फलनों के प्रतिलोम है -

$$f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{10\}$$

जहाँ

$$f = \{(1, 10)(2, 10)(3, 10)(4, 10)\}$$



वीडियो उत्तर देखें

22. कारणसहित बताइये कि क्या निम्नलिखित फलनों के प्रतिलोम है -

$$g: \{5, 6, 7, 8\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$$

जहाँ

$$g = \{(3, 4)(6, 3)(7, 4)(8, 2)\}$$



वीडियो उत्तर देखें

23. कारणसहित बताइये कि क्या निम्नलिखित फलनों के प्रतिलोम है -

$$h: \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{7, 9, 11, 13\}$$

$$\text{जहाँ } h = \{(2, 7)(3, 9)(4, 11)(5, 13)\}$$



वीडियो उत्तर देखें

प्रश्नावली 1 4

1. सिद्ध कीजिए कि I में संक्रिया \circ जो $aob = a - b$ $a, b \in I$ द्वारा परिभाषित है द्विआधारी संक्रिया है। यह न तो क्रमविनिमेय और न साहचर्य नियम का पालन करती है।



वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए कि Q^+ (धनात्मक परिमेय संख्या) में संक्रिया \circ जो $aob = \frac{ab}{2}a, b \in Q^+$ द्वारा परिभाषित है द्विआधारी

संक्रिया है। यह क्रमविनिमेय और साहचर्य नियम का पालन करती है।



वीडियो उत्तर देखें

3. परिमेय संख्याओं के समुच्चय Q में संक्रिया \circ इस प्रकार परिभाषित है -

$$a \circ b = a + b - ab, \forall a, b \in Q,$$

इसका तत्समक तथा प्रतिलोम अवयव ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

4. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में द्विचर संक्रिया \circ इस प्रकार परिभाषित है -

$$a \circ b = a + b + 2ab$$

सिद्ध कीजिए कि यह कर्मविनिमय नियम , साहचर्य नियम का पालन करती है।



वीडियो उत्तर देखें

5. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में द्विचर संक्रिया \circ इस प्रकार परिभाषित है -

$$a \circ b = 3a + 3b$$

सिद्ध कीजिए कि यह क्रमविनिमेय नियम का पालन करती है और साहचर्य नियम का पालन नहीं करती है।



वीडियो उत्तर देखें

6. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में द्विचर संक्रिया इस प्रकार परिभाषित है -

$$aob = 2a + 5b$$

सिद्ध कीजिए कि यह क्रमविनिमेय और साहचर्य नियम का पालन नहीं करती है।



वीडियो उत्तर देखें

7. माना Q पर एक द्विआधारी संक्रिया \circ परिभाषित है बताइये कौन - सी द्विआधारी संक्रियाएँ क्रमविनिमेय है -

$$a \circ b = a - b, a, b \in Q$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. माना Q पर एक द्विआधारी संक्रिया \circ परिभाषित है बताइये कौन - सी द्विआधारी संक्रियाएँ क्रमविनिमेय है -

$$a \circ b = a^2 + b^2, a, b \in Q$$

 वीडियो उत्तर देखें

9. माना Q पर एक द्विआधारी संक्रिया \circ परिभाषित है बताइये कौन - सी द्विआधारी संक्रियाएँ क्रमविनिमेय है -

$$a \circ b = a + ab, a, b \in Q$$

 वीडियो उत्तर देखें

10. माना Q पर एक द्विआधारी संक्रिया \circ परिभाषित है बताइये कौन - सी द्विआधारी संक्रियाएँ क्रमविनिमेय है -

$$a \circ b = (a - b)^2, a, b \in Q$$

 वीडियो उत्तर देखें

11. माना Q पर एक द्विआधारी संक्रिया \circ परिभाषित है बताइये कौन - सी द्विआधारी संक्रियाएँ साहचर्य है -

$$a \circ b = a - b, a, b \in Q$$

 वीडियो उत्तर देखें

12. माना Q पर एक द्विआधारी संक्रिया \circ परिभाषित है बताइये कौन - सी द्विआधारी संक्रियाएँ साहचर्य है -

$$a \circ b = \frac{ab}{4}, a, b \in Q$$

 वीडियो उत्तर देखें

13. माना \mathcal{Q} पर एक द्विआधारी संक्रिया \circ परिभाषित है बताइये कौन - सी द्विआधारी संक्रियाएँ साहचर्य है -

$$a \circ b = a - b + ab, a, b \in \mathcal{Q}$$

 वीडियो उत्तर देखें

14. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया $*$ के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या $*$ द्विआधारी क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है ?

\mathcal{Z} में $a * b = a - b$ द्वारा परिभाषित

 वीडियो उत्तर देखें

15. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया $*$ के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या $*$ द्विआधारी क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है ?

Q में $a * b = ab + 1$ द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

16. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया $*$ के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या $*$ द्विआधारी क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है ?

Q में $a * b = \frac{ab}{2}$ द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

17. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया $*$ के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या $*$ द्विआधारी क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है ?

Z^+ में $a * b = 2^{ab}$ द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

18. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया $*$ के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या $*$ द्विआधारी क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है ?

Z^+ में $a * b = a^b$ द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

19. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया $*$ के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या $*$ द्विआधारी क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है ?

$$R - \{-1\} \text{ में } a * b = \frac{a}{b+1} \text{ द्वारा परिभाषित।}$$



वीडियो उत्तर देखें

20. मान लीजिये $A = N \times N$ है तथा A में $(ab) * (c, d) = (a + c, b + d)$ द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रिया है। सिद्ध कीजिए कि $*$ क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है। A में $*$ का तत्समक अवयव यदि कोई है तो ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

विविध प्रश्नावली

1. सिद्ध कीजिये की $f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \rightarrow R$ एकैक है।



वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिये कि $S = \{a, b, c\}$ तथा $T = \{1, 2, 3\}$ है S से T तक के निम्नलिखित फलनों F के लिए F^{-1} ज्ञात कीजिये यदि उसका अस्तित्व है।

$$F = \{(a, 3), (b, 2), (c, 1)\}$$

 वीडियो उत्तर देखें

3. मान लीजिये कि $S = \{a, b, c\}$ तथा $T = \{1, 2, 3\}$ है S से T तक के निम्नलिखित फलनों F के लिए F^{-1} ज्ञात कीजिये यदि उसका अस्तित्व है।

$$F = \{(a, 2), (b, 1), (c, 1)\}$$

 वीडियो उत्तर देखें

4. समुच्चय $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ से स्वयं तक के समस्त आच्छादक फलनों कि संख्या ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

5. यदि $f(x) = \sin x$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow R$

तथा $g(x) = \cos x$ द्वारा प्रदत्त फलन $g: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow R$ पर

विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि f तथा g एकैकी है परन्तु

$f + g$ एकैकी नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $(1,2)$ तथा $(2,1)$ को

अन्तर्विष्ट करने वाले तुल्यता संबंधो की संख्या 2 है।



वीडियो उत्तर देखें

7. मान लीजिए कि $A = \{1, 2, 3, \}$ है तब सिद्ध कीजिए कि ऐसे संबंधो कि संख्या चार है जिनमे $(1,2)$ तथा $(2,1)$ है और जो स्वतुल्य तथा संक्रामक तो है किन्तु सममित नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

8. मान लीजिए कि $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ है मान लीजिए कि X में

$R_1 = \{x, y) : x - y \text{ संख्या } 3 \text{ से भाज्य है } \}$ द्वारा प्रदत्त y एक संबंध R_1 है तथा $R_2 = \{x, y : \{x, y\} \subset \{1, 4, 7\} \text{ या } (xy) \subset \{2, 5, 8\} \text{ या } (x, y) \subset \{3, 6, 9\} \}$ द्वारा प्रदत्त X में एक अन्य संख्या है सिद्ध कीजिए कि $R_1 = R_2$ है।



वीडियो उत्तर देखें

9. मान लीजिए कि $f: X \rightarrow Y$ एक फलन है। X में $R = \{(a, b) : f(a) = f(b)\}$ द्वारा प्रदत्त एक संबंध R परिभाषित कीजिए। जाँचिए कि क्या एक R तुल्यता संबंध है ?



वीडियो उत्तर देखें

10. समुच्चय $A = \{1, 2, 3\}$ से स्वयं तक सभी एकैकी फलन की संख्या ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

1. मान लीजिए की समुच्चय $\{1, 2, 3, 4\}$ में

$$R = \{(1, 2), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (1, 3), (3, 3), (3, 2)\}$$

परिभाषित संबंध R है। निम्नलिखित में से सही उत्तर चुनिए -

A. R स्वतुल्य तथा सममित है किन्तु संक्रामक नहीं है

B. R स्वतुल्य तथा संक्रामक है किन्तु सममित नहीं है

C. R सममित तथा संक्रामक है किन्तु स्वतुल्य नहीं है

D. R एक तुल्यता संबंध है।

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिए की समुच्चय N में

$R = \{(a, b) : a = b - 2, b > 6\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R है

निम्नलिखित में से सही उत्तर चुनिए -

A. $(2, 4) \in R$

B. $(3, 8) \in R$

C. $(6, 8) \in R$

D. $(8, 7) \in R$

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

3. मान लीजिए कि $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x^4$ द्वारा परिभाषित है। सही उत्तर का चयन कीजिए -

- A. f एकैकी आच्छादक है
- B. f बहु एक आच्छादक है
- C. f एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है
- D. f न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

4. मान लीजिए $f(x) = 3x$ कि द्वारा परिभाषित फलन $f: R \rightarrow R$ है। सही उत्तर चुनिए -

- A. f एकैकी आच्छादक है
- B. f बहु एक आच्छादक है
- C. f एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है
- D. f न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

5. यदि $f: R \rightarrow R, f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$ द्वारा प्रदत्त तो

$(f \circ f)x$ बराबर है -

A. $x^{1/3}$

B. x^3

C. x

D. $3 - x^3$

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

6. मान लीजिए कि $f(x) = \frac{4x}{3x + 4}$ द्वारा परिभाषित एक

फलन $f: R - \left\{ \frac{-4}{3} \right\} \rightarrow R$ है f का प्रतिलोम g : परिसर

$f: R - \left\{ \frac{-4}{3} \right\}$ निम्नलिखित में से किसके द्वारा प्राप्त होगा -

A. $g(y) = \frac{3y}{3 - 4y}$

B. $g(y) = \frac{4y}{3 - 4y}$

C. $g(y) = \frac{4y}{3 - 4y}$

D. $g(y) = \frac{3y}{4 - 3y}$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

7. समुच्चय $\{a, b\}$ में द्विआधारी संक्रियाओं की संख्या है -

A. 10

B. 16

C. 20

D. 8

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

8. यदि $A = \{1, 2, 3\}$ हो , तो अवयव (1, 2) वाले तुल्यता संबंधों की संख्या है -

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

9. यदि $A = \{1, 2, 3\}$ हो , तो ऐसे संबंध जिनमे अवयव (1,2)

तथा (1,3) हो और जो स्वतुल्य तथा सममित है किन्तु संक्रामक

नहीं है कि संख्या है -

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

10. $a * b = a^3 + b^3$ इस प्रकार से परिभाषित N में एक

द्विआधारी संक्रिया $*$ पर विचार कीजिए । अतः निम्नलिखित में से

सही उत्तर का चयन कीजिए -

- A. * साहचर्य तथा क्रम - विनिमेय दोनों है
- B. * क्रम - विनिमेय है किन्तु साहचर्य नहीं है
- C. * साहचर्य है किन्तु क्रम - विनिमेय नहीं है
- D. * न तो क्रम - विनिमेय है न साहचर्य है।

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

11. प्रतिचित्रण $f: N \rightarrow N$ जो $f(x) = 2x$ जहां $x \in N$ से परिभाषित है , होगा -

A. एकैकी अन्तर्क्षेपी

B. एकैकी आच्छादक

C. बहु - एक आच्छादक

D. बहु - एक अन्तर्क्षेपी

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

12. यदि $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 + 1$ जहाँ $x \in R$ द्वारा परिभाषित है, तो $f^{-1}(5)$ का मान है -

A. 26

B. 4

C. 2

D. अस्तित्व नहीं है

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

13. यदि $f: R \rightarrow R, f(x) = 2x + 5$ द्वारा परिभाषित है ,
तब $f^{-1}(y)$ का मान है -

A. $2x + 5$

B. $\frac{1}{2}(y - 5)$

C. $2y + 5$

D. y

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

14. यदि $f: R \rightarrow R$ तथा $g: R \rightarrow R$ क्रमशः $f(x) = x^3$

तथा $g(x) = x^4$ परिभाषित है, तो $(g \circ f)(4)$ तो

A. 4^{12}

B. 4^7

C. 4

D. 4^{-1}

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

15. यदि $f: R \rightarrow R, g: R \rightarrow R$ क्रमशः $f(x) = \cos x$
और $g(x) = x^2$, तो $(f \circ g)(x)$ है -

A. $\cos^2 x$

B. $\cos x^2$

C. $x^2 \cos x$

D. इनमे से कोई नहीं

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

16. यदि $f: R \rightarrow R$ जहाँ $f(x) = 5x - 7, \forall x \in R$, तो $f^{-1}(7)$ का मान होगा -

A. 0

B. 28

C. 14

D. $2\frac{4}{5}$

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

17. यदि प्रतिचित्रण $f: R \rightarrow R, f(x) = x^3$ तथा प्रतिचित्रण $g: R \rightarrow R, g(x) = x^2$ से परिभाषित है , तब $(g \circ f)(3)$ का मान है -

A. 3^4

B. 3^5

C. 3^6

D. 3^3

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

18. यदि $A = \{1, 2, 3\}$ तथा $B = \{a, b, c\}$ तो निम्न में से कौन - सा संबंध फलन है -

A. $\{(1, a), (1, a), (2, b), (3, c)\}$

B. $\{(1, a), (2, a), (3, c)\}$

C. $\{(1, a), (2, b), (2, c)\}$

D. $\{(1, a), (1, b), (2, b), (3, c)\}$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें