



## MATHS

### BOOKS - NAVBODH MATHS (HINDI)

#### संबंध एवं फलन

#### निदर्शी उदाहरण

1. क्या त्रिभुजों के समुच्चय में " सर्वांगसम संबंध " तुल्यता संबंध होता है ? स्पष्ट कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

2. मनुष्य में संबंध " का भाई है " तुल्यता संबंध है। यदि नहीं है तो क्यों ?

 वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए की समुच्चय  $\{1,2,3\}$  में  $R = \{(1, 1)(2, 2)(3, 3)(1, 2)(2, 3)\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य है परन्तु न तो सममित है और न संक्रमक है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए की धन पूर्णाकों में " विभाज्यता संबंध " स्वतुल्य और संक्रमक है किन्तु सममित नहीं।

 वीडियो उत्तर देखें

5. संबंध का एक ऐसा उदाहरण दीजिये जो सममित तथा संक्रमक तो हो परन्तु स्वतुल्य न हो।

 वीडियो उत्तर देखें

6. संबंध का एक ऐसा उदाहरण दीजिये जो स्वतुल्य हो परन्तु सममित और संक्रमक न हो।

 वीडियो उत्तर देखें

7. जाँच कीजिए की क्या समुच्चय  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  में  $R = \{(a, b) : b = a + 1\}$  द्वारा परिभाषित संबंध स्वतुल्य , सममित या संक्रमक है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. निर्धारित कीजिए की क्या निम्नलिखित संबंधो में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है -

समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, \dots, 13, 14\}$  में संबंध इस

प्रकार परिभाषित है कि

$$R = \{(x, y) : 3x - y = 0\}$$



वीडियो उत्तर देखें

9. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है -

प्राकृत संख्याओं का समुच्चय  $N$  में

$R = \{(x, y) : y = x + 5 \text{ तथा } x < 4\}$  द्वारा परिभाषित

संबंध  $R$  है।



वीडियो उत्तर देखें

10. निर्धारित कीजिए की क्या निम्नलिखित संबंधो में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है -

समुच्चय में  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  में  $R = \{(x, y) : y$   
भाज्य है  $x$  से } द्वारा परिभाषित संबंध  $R$  है।



वीडियो उत्तर देखें

11. निर्धारित कीजिए की क्या निम्नलिखित संबंधो में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है -

समस्त पूर्णाकों के समुच्चय  $Z$  में  $\{R = \{(x, y) : x - y$  एक  
पूर्णांक है } द्वारा परिभाषित संबंध  $R$



वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  में  $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$  न तो स्वतुल्य है न सममित है और न संक्रमक।



वीडियो उत्तर देखें

13. माना कि  $L$  एक समतल में सभी रेखाओं का समुच्चय है। माना कि  $L$  पर एक संबंध  $R$  " के समांतर है " से परिभाषित है तो दर्शाइए कि यह तुल्यता संबंध है।



वीडियो उत्तर देखें

14. माना कि  $N$  धन पूर्णाकों का समुच्चय है। यदि समुच्चय

$N \times N$  में परिभाषित एक संबंध  $R$  ऐसा हो कि

$$(a, b) \in R(c, d) \Rightarrow a + d = b + c$$

जहाँ  $a, b, c, d \in N$  तो सिद्ध कीजिए कि  $R$  एक तुल्यता संबंध

है।



वीडियो उत्तर देखें

15. यदि  $I$  शून्य रहित पूर्णाकों का समुच्चय हो और संबंध  $R$  इस

प्रकार परिभाषित है कि  $x R y$  यदि  $x^y = y^x$  जबकि  $x, y \in I$

तो क्या संबंध  $R$  एक तुल्यता संबंध है ?



वीडियो उत्तर देखें



16. दर्शाइए कि पूर्णाकों का समुच्चय  $I$  पर  $aRb \Leftrightarrow (a - b) \in 5I$  से विभाज्य है जहाँ  $a, b \in I$  द्वारा परिभाषित संबंध एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

17. सिद्ध कीजिए कि  $\mathbb{R}$  में  $R = \{(a, b) : a \leq b\}$  द्वारा परिभाषित से स्वतुल्य तथा संक्रमक है किन्तु सममित नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

18. मान लीजिए कि  $L$  समतल में स्थित समस्त रेखाओं का एक समुच्चय है तथा  $R = \{(L_1, L_2) : L_1, L_2 \text{ पर लंब है}\}$  समुच्चय  $L$  में परिभाषित एक संबंध है। सिद्ध कीजिए  $R$  कि सममित है किंतु न तो स्वतुल्य है और न संक्रमक है।



वीडियो उत्तर देखें

19. सिद्ध कीजिए कि समस्त बहुभुजों के समुच्चय  $A$  में  $R = \{(P_1, P_2) : P_1 \text{ तथा } P_2 \text{ कि भुजाओं कि संख्या समान है}\}$  प्रकार से परिभाषित संबंध  $R$  एक तुल्यता संबंध है। 3, 4 और 5 कि भुजाओं वाले समकोण त्रिभुज से संबंधित समुच्चय  $A$  के सभी अवयवों का समुच्चय ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

20. सिद्ध कीजिए कि समस्त त्रिभुजों के समुच्चय  $A$  में  $R = \{(T_1, T_2) : T_1, T_2 \text{ के समरूप है}\}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$  एक तुल्यता संबंध है। भुजाओं 3,4,5, वाले समकोण त्रिभुज  $T_1$ , भुजाओं 5,12,13 वाले समकोण त्रिभुज  $T_2$  तथा भुजाओं 6,8,10 वाले समकोण त्रिभुज पर विचार कीजिए।  $T_1, T_2$  और  $T_3$  में से कौन - से त्रिभुज परस्पर संबंधित है।



वीडियो उत्तर देखें

21. सिद्ध कीजिए कि  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  में  $R = \{(a, b) : |a - b| \text{ सम है}\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध एक तुल्यता

संबंध  $R$  है। प्रमाणित कीजिए कि  $\{1, 3, 5\}$  के सभी अवयव एक - दूसरे से संबंधित है और समुच्चय  $\{2, 4\}$  के सभी अवयव एक - दूसरे से संबंधित है परंतु  $\{1, 3, 5\}$  का कोई भी अवयव  $\{2, 4\}$  के किसी अवयव से संबंधित नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

22. मान लीजिए की  $XY$  तल में स्थित समस्त रेखाओं का समुच्चय  $L$  है और  $L$  में  $R = \{(L_1, L_2) : L_1 \text{ समांतर } L_2 \text{ है के}\}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$  है। सिद्ध कीजिये की  $R$  एक तुल्यता संबंध है रेखा  $y = 2x + 4$  से संबंधित समस्त रेखाओं का समुच्चय ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

23. सिद्ध कीजिए की पूर्णाकों के समुच्चय  $z$  में  $R = \{(a, b) : \text{संख्या } 2, (a - b) \text{ को विभाजित करती है} \}$  द्वारा प्रदत्त संबंध एक तुल्यता संबंध है।



वीडियो उत्तर देखें

24. मान लीजिए की समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  में  $R = \{(a, b) : a \text{ तथा } b \text{ दोनों ही या तो विषम है या सम है}\}$  द्वारा परिभाषित एक संबंध है। सिद्ध कीजिए कि  $R$  एक तुल्यता संबंध है। साथ ही सिद्ध कीजिए कि एक तुल्यता उपसमुच्चय  $\{1, 3, 5, 7\}$  के सभी अवयव एक - दूसरे से संबंधित है परंतु

उपसमुच्चय  $\{1, 3, 5, 7\}$  का कोई भी अवयव उपसमुच्चय  $\{2, 4, 6\}$  के किसी भी अवयव से संबंधित नहीं है।



उत्तर देखें

25. माना  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  तथा  $R = \{(a, b) : \text{संख्या } 2, (a - b) \text{ को विभाजित करती है}\}$  तब तुल्यता वर्ग  $[0]$  को ज्ञात कीजिए



वीडियो उत्तर देखें

26. माना  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  तथा  $R = \{(x, y) : x - y = 3k\}$  जहाँ  $k$  एक पूर्णांक है अर्थात

$xRy$  जब  $(x - y)^3$  से विभाज्य है , तो सिद्ध कीजिए कि  $R$  एक तुल्यता संबंध है तथा तुल्यता समुच्चय भी बनाइये।



उत्तर देखें

27. माना  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  तथा  $R = \{(a, b) | a - b | 2 \text{ से विभाजित है } \}$  तो सिद्ध कीजिए कि  $R$  एक तुल्यता संबंध है तथा तुल्यता वर्ग भी बनाइए।



उत्तर देखें

28.  $R$  वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है तथा प्रतिचित्रण  $f: R \rightarrow R$  जहाँ  $f(x) = e^x, x \in R$  द्वारा परिभाषित है तो

सिद्ध कीजिए कि  $f$  एकैकी प्रतिचित्रण है।



वीडियो उत्तर देखें

29. निम्नलिखित फलनों की एकैक तथा आच्छादी गुणों की जाँच कीजिए -

$f(x) = x^2$  द्वारा प्रदत्त  $f: N \rightarrow N$  फलन है।



वीडियो उत्तर देखें

30. निम्नलिखित फलनों की एकैक तथा आच्छादी गुणों की जाँच कीजिए -

$f(x) = x^2$  द्वारा प्रदत्त  $f: Z \rightarrow Z$  फलन है।





वीडियो उत्तर देखें

31. निम्नलिखित फलनों की एकैक तथा आच्छादी गुणों की जाँच कीजिए -

$f(x) = x^2$  द्वारा प्रदत्त  $f: R \rightarrow R$  फलन है।



वीडियो उत्तर देखें

32. निम्नलिखित फलनों की एकैक तथा आच्छादी गुणों की जाँच कीजिए -

$f(x) = x^3$  द्वारा प्रदत्त  $f: N \rightarrow N$  फलन है।



वीडियो उत्तर देखें

**33.** निम्नलिखित फलनों की एकैक तथा आच्छादी गुणों की जाँच कीजिए -

$f(x) = x^3$  द्वारा प्रदत्त  $f: Z \rightarrow Z$  फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

**34.** सिद्ध कीजिए की प्रतिचित्रण  $f: R \rightarrow R$  जो कि  $f(x) = 3x + 5$  द्वारा परिभाषित है एकैकी आच्छादक है जहाँ पर  $R$  वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

 वीडियो उत्तर देखें

35. मान लीजिए की समस्त  $n \in N$  के लिए

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2} \\ \frac{n}{2} \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित एक फलन  $f: N \rightarrow N$  है। बताइए की क्या फलन  $f$  एकैकी आच्छादक है। अपने उत्तर का औचित्य भी बताइए।



वीडियो उत्तर देखें

36. मान लीजिए कि  $A = R - \{3\}$  तथा  $B = R - \{1\}$

है।  $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$  द्वारा परिभाषित फलन  $f: A \rightarrow B$  पर

विचार कीजिए। क्या  $f$  एकैकी तथा आच्छादा है ? अपने उत्तर का औचित्य भी बताइये।



वीडियो उत्तर देखें

37. सिद्ध कीजिए कि  $f(x) = [x]$  द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन  $f: R \rightarrow R$  न तो एकैकी है और न आच्छादक है जहाँ  $[x]$   $x$  से कम या उसके बराबर महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता है।

 वीडियो उत्तर देखें

38. सिद्ध कीजिए कि

$$f: R \rightarrow R \text{ द्वारा प्रदत्त } f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

चिन्ह फलन न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

39. दर्शाइए की प्रतिचित्रण  $f: R \rightarrow R$  जहाँ न  $f(x) = -\sin x$  एकैकी है और न आच्छादक।

 वीडियो उत्तर देखें

40. सिद्ध कीजिये की नीचे परिभाषित फलन  $f: N \rightarrow N$  एकैकी तथा आच्छादक दोनों ही है -

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{x} \\ x - 1 & \text{x} \end{cases}$$

 वीडियो उत्तर देखें

41. सिद्ध कीजिये कि  $f(x) = [x]$  द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन  $f: R \rightarrow R$  न तो एकैकी है और न आच्छादक है जहाँ  $[x]$ ,  $x$  से कम में उसके बराबर महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता है।

 वीडियो उत्तर देखें

42. यदि  $f(x) = x^2$  और  $g(x) = x + 3, x \in R$  तब  $(gof)x, (fog)x, (fog)^2$  का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

43. यदि  $f: R \rightarrow R$  जहाँ  $f(x) = 2x + 1$  तथा  $g: R \rightarrow R$  जहाँ  $g(x) = x^2 - 2$  हो , तो सिद्ध कीजिए की  $(g \circ f)x \neq (f \circ g)x$

 वीडियो उत्तर देखें

44. यदि  $f: R \rightarrow R$  तथा  $g: R \rightarrow R$  फलन क्रमशः  $f(x) = \cos x$  तथा  $g(x) = 3x^2$  द्वारा परिभाषित है , तो  $g \circ f$  और  $f \circ g$  ज्ञात कीजिए। सिद्ध कीजिए की  $g \circ f \neq f \circ g$

 वीडियो उत्तर देखें

45. मान लीजिए कि  $f: \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{3, 4, 5, 9\}$  और  $g: \{3, 4, 5, 9\} \rightarrow \{7, 11, 15\}$  दो फलन इस प्रकार हैं कि  $f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = f(5) = 5$  और  $g(3) = g(4) = 7$  तथा  $g(5) = g(9) = 11$  तो ज्ञात  $(g \circ f)$  कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

46. माना  $f: R \rightarrow R$  और  $g: R \rightarrow R$  इस प्रकार परिभाषित  $f(x) = x^2, g(x) = x + 2, \forall x \in R$ , है तो  $g \circ f$  और  $f \circ g$  ज्ञात कीजिए। क्या  $g \circ f = f \circ g$  ?



वीडियो उत्तर देखें



47. यदि  $f(x) = |x|$  और  $g(x) = |5x - 2|$  तो  $g \circ f$  और  $f \circ g$  ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

48. माना  $f(x) = \sqrt{1-x}$  और  $g(x) = \log x$  तो  $f \circ g$  ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

49. माना  $f$  महत्तम पूर्णांक फलन है तथा  $g$  मापांक फलन है , तब

निम्न का मान ज्ञात कीजिए -

$$(g \circ f) \left( \frac{-5}{3} \right) - (f \circ g) \left( \frac{-5}{3} \right)$$



वीडियो उत्तर देखें

50. माना  $f$  महत्तम पूर्णांक फलन है तथा  $g$  मापांक फलन है , तब

निम्न का मान ज्ञात कीजिए -

$$(g \circ f) \left( \frac{5}{3} \right) - (f \circ g) \left( \frac{5}{3} \right)$$



उत्तर देखें

51. माना  $f$  महत्तम पूर्णांक फलन है तथा  $g$  मापांक फलन है , तब

निम्न का मान ज्ञात कीजिए -

$$(f + 2g)(-1)$$

 वीडियो उत्तर देखें

52. यदि  $f(x) = [x]$  और  $g(x) = |x|$  तो

$(f \circ g)\left(\frac{5}{2}\right) - (g \circ f)\left(\frac{-5}{2}\right)$  का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

53. यदि  $f(x) = \frac{3x}{x-1}$  और  $\phi(x) = \frac{x}{x-3}$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $f\{\phi(x)\} = \phi\{f(x)\}$

 वीडियो उत्तर देखें

54. यदि  $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$  और  $g(x) = \frac{x+1}{x-3}$  हो, तो  $f\{g(x)\}$  और  $g\{f(x)\}$  का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

55. समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  के लिए दो प्रतिचित्रण  $f: A \rightarrow A$  तथा  $g: A \rightarrow A$  इस प्रकार परिभाषित है कि

$$f(1) = 3, f(2) = 5, f(3) = 3, , f(4) = 1, f(5) = 2$$

$$g(1) = 4, g(2) = 1, g(3) = 1, g(4) = 2, g(5) = 3$$

(fog) फलन (gof) और ज्ञात कीजिए।

 उत्तर देखें

56. मान लीजिए कि  $S = \{1, 2, 3\}$  है , निर्धारित कीजिए कि क्या नीचे परिभाषित फलन  $f: S \rightarrow S$  के प्रतिलोम है।  $f^{-1}$  ज्ञात कीजिए यदि इसका अस्तित्व है।

 उत्तर देखें

57. माना कि  $f: R \rightarrow R$  इस प्रकार परिभाषित है कि

$$f(x) = x^2 + 1 \text{ तो } f^{-1}(26) = ?$$



वीडियो उत्तर देखें

58. माना कि  $f: R \rightarrow R$  इस प्रकार परिभाषित है कि

$$f(x) = x^2 + 1$$

$f^{-1}\{10, 37\}$  तो ज्ञात कीजिए



वीडियो उत्तर देखें

59. यदि प्रतिचित्रण  $f: R \rightarrow R$  जहाँ  $f(x) = x^2 + 1$  से परिभाषित हो , तो  $f^{-1}(0)$ ,  $f^{-1}(5)$ ,  $f^{-1}(10)$ ,  $f^{-1}(50)$  ज्ञात कीजिए



उत्तर देखें

60.  $f(x) = 4x + 3$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: R \rightarrow R$  पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है।  $f$  का प्रतिलोम फलन भी ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

61.  $f(x) = x^2 + 4$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: R_+ \rightarrow [4, \infty)$  पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है तथा  $f$  का प्रतिलोम  $f^{-1}$ ,  $f^{-1}(y) = \sqrt{y - 4}$  द्वारा प्राप्त होता है जहाँ  $R_+$  सभी ऋणोत्तर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

 वीडियो उत्तर देखें

62.  $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: R_+ \rightarrow [-5, \infty)$  पर विचार कीजिए सिद्ध कीजिए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है तथा  $f^{-1}(y) = \left[ \frac{\sqrt{y + 6} - 1}{3} \right]$  है।

 वीडियो उत्तर देखें



63. दो फलनों  $F: N \rightarrow N$  तथा  $g: N \rightarrow N$  के उदाहरण दीजिये जो इस प्रकार हो कि  $g \circ f$  आच्छादक है किन्तु  $f$  आच्छादक नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

64. दो फलनों  $f: N \rightarrow Z$  तथा  $g: Z \rightarrow Z$  के उदाहरण दीजिये जो इस प्रकार हो कि  $g \circ f$  एकैकी है परन्तु  $g$  एकैकी नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

65. तीन फलन  $f: N \rightarrow N, g: N \rightarrow N$  तथा  $h: N \rightarrow R$  पर विचार कीजिए  $f(x) = 2x, g(y) = 3y + 4$  तथा  $h(z) = \sin z \forall x, y, z$  in  $N$  सिद्ध कीजिए  $ho(gof) = (hog)of$

 वीडियो उत्तर देखें

66. मान लीजिए कि  $f: x \rightarrow y$  एक व्युत्क्रमणीय फलन है। सिद्ध कीजिए कि  $f^{-1}$  का प्रतिलोम  $f$  है अर्थात  $(f^{-1})^{-1} = f$

 वीडियो उत्तर देखें

67. मान लीजिए कि  $y = \{n^2 : n \in N\} \subset N$  है। फलन  $f: N \rightarrow Y$  जहाँ  $f(n) = n^2$  पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है  $f$  का प्रतिलोम भी ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

68. सिद्ध कीजिए कि यदि  $f: A \rightarrow B$  तथा  $g: B \rightarrow C$  आच्छादक है , तो  $g \circ f: A \rightarrow C$  भी आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें

69. सिद्ध कीजिए कि यदि  $f: A \rightarrow B$  तथा  $g: B \rightarrow C$  एकैकी है, तो  $g \circ f: A \rightarrow C$  भी एकैकी है।



वीडियो उत्तर देखें

70.

$f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{a, b, c\}$ ,  $f(1) = a$ ,  $f(2) = b$ ,  $f(3) = c$

द्वारा प्रदत्त फलन  $f$  पर विचार कीजिए  $f^{-1}$  ज्ञात कीजिए और

सिद्ध कीजिए कि  $(f^{-1})^{-1} = f$  है।



वीडियो उत्तर देखें

71. सिद्ध कीजिए कि  $a * b = a + 2b$  द्वारा प्रदत्त

$* : R \times R \rightarrow R$  साहचर्य नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

72. सिद्ध कीजिए कि प्रदत्त परिभाषित  $a * b = a + 2b$  द्वारा

$* : R \times R \rightarrow R$  क्रमविनिमेय नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

73. क्या समुच्चय  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  में  $a * b = a$ , तथा  $b$  का

LCM द्वारा परिभाषित  $*$  एक द्विआधारी संक्रिया है ? अपने उत्तर

का औचित्य भी बताइये।



वीडियो उत्तर देखें

74. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया  $*$  से एक द्विआधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं। उस दशा में जब  $*$  एक द्विआधारी संक्रिया नहीं औचित्य भी बताइए।

$Z^+$  में,  $a * b = ab$  द्वारा परिभाषित संक्रिया  $*$



वीडियो उत्तर देखें

75. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया  $*$  से एक द्विआधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं। उस दशा में जब  $*$  एक द्विआधारी संक्रिया नहीं औचित्य भी बताइए।

$Z^+$  में,  $a * b = ab$  द्वारा परिभाषित संक्रिया  $*$



वीडियो उत्तर देखें

76. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया  $*$  से एक द्विआधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं। उस दशा में जब  $*$  एक द्विआधारी संक्रिया नहीं औचित्य भी

बताइए।

$\mathbb{R}$  में, संक्रिया  $*$ ,  $a * b = ab^2$  द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

77. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया  $*$  से एक द्विआधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं। उस दशा में जब  $*$  एक द्विआधारी संक्रिया नहीं औचित्य भी बताइए।

$\mathbb{Z}^+$  में संक्रिया  $*$ ,  $a * b = |a - b|$  द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें



78. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया  $*$  से एक द्विआधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं। उस दशा में जब  $*$  एक द्विआधारी संक्रिया नहीं औचित्य भी बताइए।

$Z^+$  में संक्रिया  $*$ ,  $a * b = a$  द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

79. निर्धारित कीजिए कि समुच्चय  $R$  में प्रदत्त निम्नलिखित द्विआधारी संक्रियाओं में से कौन - सी साहचर्य है और कौन - सी क्रमविनिमेय है।

$$a * b = 1 \forall a, b \in R$$



वीडियो उत्तर देखें



वीडियो उत्तर देखें

80. निर्धारित कीजिए कि समुच्चय  $R$  में प्रदत्त निम्नलिखित द्विआधारी संक्रियाओं में से कौन - सी साहचर्य है और कौन - सी क्रमविनिमेय है।

$$a * b = \frac{a + b}{2} \quad \forall a, b \in R$$



वीडियो उत्तर देखें

81. मान लीजिए कि  $N$  में एक द्विआधारी संक्रिया  $*$ ,  $a * b = a$  तथा  $b$  का LCM द्वारा परिभाषित है। निम्नलिखित ज्ञात कीजिए -

$$5(* )7, 20(* )16$$



वीडियो उत्तर देखें

82. मान लीजिए कि  $N$  में एक द्विआधारी संक्रिया

$*$ ,  $a * b = a$  तथा  $b$  का LCM द्वारा परिभाषित है।

निम्नलिखित ज्ञात कीजिए -

क्या संक्रिया  $*$  क्रमविनिमेय है ?



वीडियो उत्तर देखें

83. मान लीजिए कि  $N$  में एक द्विआधारी संक्रिया

$*$ ,  $a * b = a$  तथा  $b$  का LCM द्वारा परिभाषित है।

निम्नलिखित ज्ञात कीजिए -

क्या \* साहचर्य है ?



वीडियो उत्तर देखें

84. मान लीजिए कि  $N$  में एक द्विआधारी संक्रिया

$*$ ,  $a * b = a$  तथा  $b$  का LCM द्वारा परिभाषित है।

निम्नलिखित ज्ञात कीजिए -

$N$  में  $*$  का तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

85. मान लीजिए कि  $N$  में एक द्विआधारी संक्रिया

$*$ ,  $a * b = a$  तथा  $b$  का LCM द्वारा परिभाषित है।

निम्नलिखित ज्ञात कीजिए -

$N$  के कौन - से अवयव  $*$  संक्रिया के लिए व्युत्क्रमणीय है।



वीडियो उत्तर देखें

86. मान लीजिए  $N$  में  $a * b = a$  तथा  $b$  का LCM द्वारा

परिभाषित एक द्विआधारी संक्रिया है। क्या  $*$  क्रमविनिमेय है ?

क्या  $*$  साहचर्य है ? क्या  $N$  में द्विआधारी संक्रिया के तत्समक का

अस्तित्व है ?



वीडियो उत्तर देखें

**87.** समुच्चय  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  में  $a \wedge b =$  निम्नतम  $\{a, b\}$  द्वारा परिभाषित संक्रिया पर विचार कीजिए संक्रिया  $\wedge$  के लिए संक्रिया सारणी बनाइए।



वीडियो उत्तर देखें

**88.** समुच्चय  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  में निम्नलिखित संक्रिया सारणी द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रिया  $*$  पर विचार कीजिए -  
 $(2 * 3) * 4$  तथा  $2 * (3 * 4)$  का परिकलन कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

89. समुच्चय  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  में निम्नलिखित संक्रिया सारणी द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रिया  $*$  पर विचार कीजिए -

$(2 * 3) * (4 * 5)$  का परिकलन कीजिए।



उत्तर देखें

90. माना प्रकृत संख्याओं के समुच्चय  $N$  का एक द्विआधारी संक्रिया  $\circ$  द्वारा परिभाषित किया गया है  $a \circ b = a^b$ ,  $a, b \in N$  तथा  $(N, \circ)$  साहचर्य या क्रमविनिमेय नियम पालन करता है अथवा नहीं ?



वीडियो उत्तर देखें

91. परिमेय संख्याओं के समुच्चय  $Q$  में संक्रिया  $\circ$  इस प्रकार

परिभाषित है -

$a \circ b = a + b - ab, \forall a, b \in Q$  तो सिद्ध कीजिए कि -

$$a \circ b = b \circ a$$



वीडियो उत्तर देखें

92. परिमेय संख्याओं के समुच्चय  $Q$  में संक्रिया  $\circ$  इस प्रकार

परिभाषित है -

$a \circ b = a + b - ab, \forall a, b \in Q$  तो सिद्ध कीजिए कि -

$$a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$$



वीडियो उत्तर देखें



93. सिद्ध कीजिए कि  $A = \{1, -1\}$  गुणन पर द्विआधारी संक्रिया है परन्तु समुच्चय  $B = \{1, 3\}$  पर नहीं।

 वीडियो उत्तर देखें

94. निम्नलिखित सारणी से समुच्चय  $\{a, b, c\}$  द्विचर संक्रिया  $\circ$  के लिए क्रम विनिमेयता कि जाँच कीजिए।

 उत्तर देखें

95. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  के एक द्विचर संक्रिया  $\circ$  निम्नानुसार परिभाषित है -

$$aob = a + b + ab$$

इसका तत्समक अवयव तथा a का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

## विविध उदाहरण

1. यदि  $f: A \rightarrow B$  एकैकी आच्छादक प्रतिचित्रण हो , तो सिद्ध कीजिए कि f का प्रतिलोम प्रतिचित्रण  $f^{-1}$  अद्वितीय है।



वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिए कि  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = 10x + 7$  द्वारा परिभाषित फलन है। एक ऐसा फलन  $g: R \rightarrow R$  ज्ञात कीजिए कि जिसके लिए  $gof = fog = I_R$  हो।

 वीडियो उत्तर देखें

3. यदि  $f: R \rightarrow R$  जहाँ  $f(x) = x^2 - 3x + 2$  द्वारा परिभाषित है तो  $f[f(x)]$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

4. मान लीजिए कि  $f: R \rightarrow R$  है तब निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित चिन्ह फलन है।

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

तथा  $g: R \rightarrow R, g(x) = [x]$  द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन है जहाँ  $[x], x$  से कम या के बराबर पूर्णांक है तो क्या  $f \circ g$  तथा  $g \circ f$  अंतराल में संपाती है ?



उत्तर देखें

5. सिद्ध कीजिए कि यदि  $f: A \rightarrow B$  तथा  $g: B \rightarrow C$  आच्छादक है तो  $g \circ f: A \rightarrow C$  भी आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि  $f: R \rightarrow \{x \in R: -1 < x < 1\}$

जहाँ  $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$ ,  $x \in R$  द्वारा परिभाषित फलन

एकैकी तथा आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें

7. मान लीजिए कि  $f: W \rightarrow W$   $f(x) = n - 1$  यदि  $n$

विषम है तथा  $f(x) = n + 1$  यदि  $n$  सम है द्वारा परिभाषित है।

सिद्ध कीजिए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है  $f$  का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

यहाँ  $W$  समस्त पूर्णाकों का समुच्चय है।



वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 1 1

1. निर्धारित कीजिए की क्या निम्नलिखित संबंधो में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है। किसी विशेष समय पर किसी नगर के निवासियों के समुच्चय में निम्नलिखित संबंध  $R$  -

$$R = \{(x, y) : x \text{ तथा } y \text{ एक स्थान पर कार्य करते हैं}\}$$



वीडियो उत्तर देखें

2. निर्धारित कीजिए की क्या निम्नलिखित संबंधो में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है। किसी विशेष समय पर किसी

नगर के निवासियों के समुच्चय में निम्नलिखित संबंध R -

$$R = \{(x, y) : x \text{ तथा } y \text{ एक ही मोहल्ले में रहते हैं}\}$$



वीडियो उत्तर देखें

3. निर्धारित कीजिए की क्या निम्नलिखित संबंधो में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है। किसी विशेष समय पर किसी नगर के निवासियों के समुच्चय में निम्नलिखित संबंध R -

$$R = \{(x, y) : x, y \text{ से ठीक - ठीक } 7 \text{ सेमी लम्बा है}\}$$



वीडियो उत्तर देखें

4. निर्धारित कीजिए की क्या निम्नलिखित संबंधो में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है। किसी विशेष समय पर किसी नगर के निवासियों के समुच्चय में निम्नलिखित संबंध R -

$$R = \{(x, y) : x, y \text{ की पत्नी है}\}$$



वीडियो उत्तर देखें

5. निर्धारित कीजिए की क्या निम्नलिखित संबंधो में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक है। किसी विशेष समय पर किसी नगर के निवासियों के समुच्चय में निम्नलिखित संबंध R -

$$R = \{(x, y), x, y \text{ के पिता है}\}$$



वीडियो उत्तर देखें



6. जाँच कीजिए कि क्या  $R$  में  $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$  द्वारा परिभाषित संबंध स्वतुल्य सममित अथवा संक्रमक है ?



वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय  $\{1, 2, 3\}$  में  $R = \{(1, 2)(2, 1)(2, 3)\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध  $R$  सममित है किन्तु न स्वतुल्य है और न ही संक्रमक है।



वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय  $A = \{x \in \mathbb{Z} : 0 \leq x \leq 12\}$

में दिए गए निम्नलिखित संबंधों  $R$  में से प्रत्येक एक तुल्यता संबंध है

$$R = \{(a, b) : |a - b| \text{ का एक गुणज है}\}$$



वीडियो उत्तर देखें

9. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय  $A = \{x \in \mathbb{Z} : 0 \leq x \leq 12\}$

में दिए गए निम्नलिखित संबंधों  $R$  में से प्रत्येक एक तुल्यता संबंध है

$$R = \{(a, b) : a = b\}$$



वीडियो उत्तर देखें

10. सिद्ध कीजिए कि किसी कॉलेज के पुस्तकालय कि समस्त पुस्तकों के समुच्चय A में  $R = \{(x, y) : x \text{ तथा } y \text{ में पंजो कि संख्या समान है } \}$  द्वारा प्रदत्त संबंध R एक तुल्यता संबंध एक तुल्यता संबंध है।



वीडियो उत्तर देखें

11. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिये -

सममित हो परन्तु न तो स्वतुल्य हो और न संक्रमक हो।



वीडियो उत्तर देखें

**12. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिये -**

संक्रमक हो परन्तु न तो स्वतुल्य हो और न सममित हो।



**वीडियो उत्तर देखें**

**13. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिये -**

स्वतुल्य तथा सममित हो किन्तु संक्रमक न हो।



**वीडियो उत्तर देखें**

**14. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिये -**

स्वतुल्य तथा संक्रमक हो किन्तु सममित न हो।

 वीडियो उत्तर देखें

15. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिये -

सममित तथा संक्रमक हो किन्तु स्वतुल्य न हो।

 वीडियो उत्तर देखें

16. सिद्ध कीजिए कि प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय  $N$  पर

परिभाषित संबंध  $R$  जबकि  $a R b$  का अर्थ है

$a^2 - 4ab + 3b^2 = 0 (a, b \in N)$  स्वतुल्य है किन्तु न तो

सममित है और संक्रमक।

 वीडियो उत्तर देखें

17. सिद्ध कीजिए कि  $N \times N$  पर संबंध  $R$  जहाँ  $(a, b)R(c, d) \Rightarrow ad = bc$  तुल्यता संबंध है।



वीडियो उत्तर देखें

18. सिद्ध कीजिए कि धन पूर्णाकों के समुच्चय में  $a R b$  ,  $a^b = b^a$  स्वतुल्य एवं सममित है।



वीडियो उत्तर देखें

19. सिद्ध कीजिये कि समुच्चयों में संबंध " बराबर है " तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 1 2

1. मान लीजिए कि  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^4$  द्वारा परिभाषित है। सिद्ध कीजिये कि  $f$  न तो एकैकी है न ही आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिए की  $f(x) = 3x$  द्वारा परिभाषित फलन  $f: R \rightarrow R$  है। सिद्ध कीजिये की  $f$  एकैकी आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. मान लीजिए कि  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7\}$  तथा  $f = \{(1, 4)(2, 5)(3, 6)\}$  से  $A$  तक  $B$  फलन है। सिद्ध कीजिये कि  $f$  एकैकी है।

 वीडियो उत्तर देखें



4. सिद्ध कीजिये कि  $f(x) = |x|$  द्वारा प्रदत्त मापांक फलन  $f: R \rightarrow R$  न तो एकैकी और न आच्छादक है जहाँ  $|x|$  बराबर  $x$  यदि  $x$  धन या शून्य है तथा  $|x|$  बराबर  $-x$  यदि ऋण है।



वीडियो उत्तर देखें

5. मान लीजिए कि  $f(x) = 3 - 4x$  द्वारा परिभाषित फलन  $f: R \rightarrow R$  है। सिद्ध कीजिये कि  $f$  एकैकी आच्छादक फलन है।



वीडियो उत्तर देखें

6. मान लीजिए कि  $f(x) = 1 + x^2$  द्वारा परिभाषित फलन  $f: R \rightarrow R$  है। सिद्ध कीजिये कि  $f$  न तो एकैकी न ही आच्छादक फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिये कि  $f(x) = 2x$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: N \rightarrow N$  एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं।

 वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिये कि  $f(x) = 2x$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: R \rightarrow R$  एकैकी तथा आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

9. सिद्ध कीजिये कि  $f(1) = f(2) = 1$  तथा  $x > 2$  के लिए  $f(x) = x - 1$  द्वारा परिभाषित  $f: N \rightarrow N$  आच्छादक तो है किन्तु एकैकी नहीं।

 वीडियो उत्तर देखें

10. सिद्ध कीजिये कि नीचे परिभाषित फलन  $f: N \rightarrow N$

एकैकी तथा आच्छादक दोनों ही है

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{x} \\ x - 1 & \text{x} \end{cases}$$



वीडियो उत्तर देखें

11. यदि  $f: R \rightarrow R$  तथा  $f(x) = x^2 + 2, \forall x \in R$  तो

सिद्ध कीजिये कि  $f$  बहु - एक अन्तःक्षेपी है।



वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिये कि प्रतिचित्रण  $f: R \rightarrow R$  जो  $f(x) = \cos x, \forall x \in R$  से परिभाषित है न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

### प्रश्नावली 13

1. यदि  $f(x) = e^{2x}$  और  $g(x) = \log \sqrt{x}, x > 0$  तो निम्न का मान ज्ञात कीजिये -

$$(f \circ g)(x)$$

 वीडियो उत्तर देखें

2. यदि  $f(x) = e^{2x}$  और  $g(x) = \log \sqrt{x}$ ,  $x > 0$  तो निम्न का मान ज्ञात कीजिये -

$$(f \circ g)(x)$$



वीडियो उत्तर देखें

3. यदि  $f(x) = e^{2x}$  और  $g(x) = \log \sqrt{x}$ ,  $x > 0$  तो निम्न का मान ज्ञात कीजिये -

$$(g \circ f)(x)$$



वीडियो उत्तर देखें

4. यदि  $f$  और  $g$  फलन इस प्रकार है कि  $f(x) = x^3$  और  $g(x) = \cos x, \forall x \in R$ , फलन इस प्रकार है कि और तो  $g \circ f$  तथा  $f \circ g$  के मान ज्ञात कीजिये। दिखाइए कि  $g \circ f \neq f \circ g$

 वीडियो उत्तर देखें

5. यदि  $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}, \forall x \in R$  तथा  $g(x) = \frac{x}{1 - |x|}, \forall x \in R$  जहाँ  $-1 < x < 1$  तो  $g \circ f$  तथा  $f \circ g$  ज्ञात कीजिये दिखाइए कि  $f \circ g = g \circ f$

 वीडियो उत्तर देखें

6. यदि फलन  $f$  और  $g$  इस प्रकार है कि  $f(x) = x^3, \forall x \in R$  और  $g(x) = x^2, \forall x \in R$  तो  $(f \circ g) x$  तथा  $(g \circ f) x$  ज्ञात कीजिये।  $(g \circ f)^3$  भी ज्ञात कीजिये तथा सिद्ध कीजिये कि  $f \circ g = g \circ f$

 वीडियो उत्तर देखें

7. माना  $f$  ज्या फलन है तथा  $g$  फलन  $2x$  है।  $f \circ g$  तथा  $g \circ f$  ज्ञात कीजिये क्या ये दोनों समान है ?  $(f \circ g)^{\frac{\pi}{2}}$  का मान ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें



8. माना  $f$  कोई वास्तविक तत्सम फलन है तथा  $g$  फलन  $2x$  है ,  
तो सिद्ध कीजिए कि  $gof = f + f$

 वीडियो उत्तर देखें

9. यदि  $f(x) = x$  और  $g(x) = \frac{1}{x}$ , तो सिद्ध कीजिए कि  
 $f\{g(x)\} = g\{f(x)\}$

 वीडियो उत्तर देखें

10. यदि  $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$ , तो  $f\left\{f\left(\frac{1}{x}\right)\right\}$  का मान ज्ञात  
कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें



वीडियो उत्तर देखें

11. तत्समक फलन  $f(x) = x$  तथा मापक फलन  $g(x) = |x|$  का योग ज्ञात कीजिए



वीडियो उत्तर देखें

12. यदि दो फलन  $f$  और  $g$  इस प्रकार हैं कि  $f(x) = x^4$  और  $g(x) = \tan x$ ,  $(g \circ f)x$  तो का मान ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

13. यदि फलन  $f$  और  $g$  इस प्रकार है कि  $f(x) = x^3$  तथा  $g(x) = \sin x$ , तो  $(g \circ f)x$  का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

14. यदि फलन  $f$  और  $g$  इस प्रकार है कि  $f(x) = x^2$  तथा  $g(x) = \cos x$  तो  $(g \circ f)x$  का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

15.  $x$  के उन सभी मानों के समुच्चय को ज्ञात कीजिए जिनके लिए निम्न फलन परिभाषित है -

$$f(x) = \sqrt{9 - x^2} + \frac{1}{2}\sin x$$

 वीडियो उत्तर देखें

16.  $x$  के उन सभी मानों के समुच्चय को ज्ञात कीजिए जिनके लिए निम्न फलन परिभाषित है -

$$f(x) = \sqrt{1 - x} - \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}}$$

 वीडियो उत्तर देखें

17. मान लीजिये  $f: R \rightarrow R$  में  $f(x) = 2x - 3, \forall x \in R$  परिभाषित फलन है, तो  $f^{-1}$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

18. यदि  $f(x) = \frac{4x + 3}{6x - 4}$ ,  $x \neq \frac{2}{3}$  तो सिद्ध कीजिए कि सभी  $x \neq \frac{2}{3}$  के लिए  $f \circ f(x) = x$  है का प्रतिलोम फलन क्या है ?



वीडियो उत्तर देखें

19. सिद्ध कीजिए कि  $f: [-1, 1] \rightarrow R$ ,  $f(x) = \frac{x}{x + 2}$

द्वारा प्रदत्त फलन एकैकी है।

फलन  $f: [-1, 1] \rightarrow (f \text{ का परिसर } )$  का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

20. मान लीजिये  $f: N \rightarrow R, f(x) = 4x^2 + 12x + 15$  द्वारा परिभाषित एक फलन है। सिद्ध कीजिए कि  $f: N \rightarrow S$  जहाँ  $S, f$  का परिसर , व्यत्क्रमणीय है।  $f$  का प्रतिलोम भी ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

21. कारण सहित बताइये कि क्या निम्नलिखित फलनों के प्रतिलोम है -

$$f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{10\}$$

जहाँ

$$f = \{(1, 10)(2, 10)(3, 10)(4, 10)\}$$



वीडियो उत्तर देखें

22. कारणसहित बताइये कि क्या निम्नलिखित फलनों के प्रतिलोम है -

$$g: \{5, 6, 7, 8\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$$

जहाँ

$$g = \{(3, 4)(6, 3)(7, 4)(8, 2)\}$$



वीडियो उत्तर देखें

23. कारणसहित बताइये कि क्या निम्नलिखित फलनों के प्रतिलोम है -

$$h: \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{7, 9, 11, 13\}$$

$$\text{जहाँ } h = \{(2, 7)(3, 9)(4, 11)(5, 13)\}$$



वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 1 4

1. सिद्ध कीजिए कि  $I$  में संक्रिया  $\circ$  जो  $aob = a - b$   $a, b \in I$  द्वारा परिभाषित है द्विआधारी संक्रिया है। यह न तो क्रमविनिमेय और न साहचर्य नियम का पालन करती है।



वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए कि  $Q^+$  (धनात्मक परिमेय संख्या ) में संक्रिया  $\circ$  जो  $aob = \frac{ab}{2}a, b \in Q^+$  द्वारा परिभाषित है द्विआधारी



संक्रिया है। यह क्रमविनिमेय और साहचर्य नियम का पालन करती है।



वीडियो उत्तर देखें

3. परिमेय संख्याओं के समुच्चय  $Q$  में संक्रिया  $\circ$  इस प्रकार परिभाषित है -

$$a \circ b = a + b - ab, \forall a, b \in Q,$$

इसका तत्समक तथा प्रतिलोम अवयव ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

4. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  में द्विचर संक्रिया  $\circ$  इस प्रकार परिभाषित है -

$$a \circ b = a + b + 2ab$$

सिद्ध कीजिए कि यह कर्मविनिमय नियम , साहचर्य नियम का पालन करती है।



वीडियो उत्तर देखें

5. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  में द्विचर संक्रिया  $\circ$  इस प्रकार परिभाषित है -

$$a \circ b = 3a + 3b$$

सिद्ध कीजिए कि यह क्रमविनिमेय नियम का पालन करती है और साहचर्य नियम का पालन नहीं करती है।



वीडियो उत्तर देखें

6. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  में द्विचर संक्रिया इस प्रकार परिभाषित है -

$$aob = 2a + 5b$$

सिद्ध कीजिए कि यह क्रमविनिमेय और साहचर्य नियम का पालन नहीं करती है।



वीडियो उत्तर देखें

7. माना  $Q$  पर एक द्विआधारी संक्रिया  $\circ$  परिभाषित है बताइये कौन - सी द्विआधारी संक्रियाएँ क्रमविनिमेय है -

$$a \circ b = a - b, a, b \in Q$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. माना  $Q$  पर एक द्विआधारी संक्रिया  $\circ$  परिभाषित है बताइये कौन - सी द्विआधारी संक्रियाएँ क्रमविनिमेय है -

$$a \circ b = a^2 + b^2, a, b \in Q$$

 वीडियो उत्तर देखें

9. माना  $Q$  पर एक द्विआधारी संक्रिया  $\circ$  परिभाषित है बताइये कौन - सी द्विआधारी संक्रियाएँ क्रमविनिमेय है -

$$a \circ b = a + ab, a, b \in Q$$

 वीडियो उत्तर देखें

10. माना  $Q$  पर एक द्विआधारी संक्रिया  $\circ$  परिभाषित है बताइये कौन - सी द्विआधारी संक्रियाएँ क्रमविनिमेय है -

$$a \circ b = (a - b)^2, a, b \in Q$$

 वीडियो उत्तर देखें

11. माना  $Q$  पर एक द्विआधारी संक्रिया  $\circ$  परिभाषित है बताइये कौन - सी द्विआधारी संक्रियाएँ साहचर्य है -

$$a \circ b = a - b, a, b \in Q$$

 वीडियो उत्तर देखें

12. माना  $Q$  पर एक द्विआधारी संक्रिया  $\circ$  परिभाषित है बताइये कौन - सी द्विआधारी संक्रियाएँ साहचर्य है -

$$a \circ b = \frac{ab}{4}, a, b \in Q$$

 वीडियो उत्तर देखें

13. माना  $\mathcal{Q}$  पर एक द्विआधारी संक्रिया  $\circ$  परिभाषित है बताइये कौन - सी द्विआधारी संक्रियाएँ साहचर्य है -

$$a \circ b = a - b + ab, a, b \in \mathcal{Q}$$

 वीडियो उत्तर देखें

14. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया  $*$  के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या  $*$  द्विआधारी क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है ?

$\mathcal{Z}$  में  $a * b = a - b$  द्वारा परिभाषित

 वीडियो उत्तर देखें

15. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया  $*$  के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या  $*$  द्विआधारी क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है ?

Q में  $a * b = ab + 1$  द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

16. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया  $*$  के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या  $*$  द्विआधारी क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है ?

Q में  $a * b = \frac{ab}{2}$  द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें



17. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया  $*$  के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या  $*$  द्विआधारी क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है ?

$Z^+$  में  $a * b = 2^{ab}$  द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

18. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया  $*$  के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या  $*$  द्विआधारी क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है ?

$Z^+$  में  $a * b = a^b$  द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

19. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया  $*$  के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या  $*$  द्विआधारी क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है ?

$$R - \{-1\} \text{ में } a * b = \frac{a}{b+1} \text{ द्वारा परिभाषित।}$$



वीडियो उत्तर देखें

20. मान लीजिये  $A = N \times N$  है तथा  $A$  में  $(ab) * (c, d) = (a + c, b + d)$  द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रिया है। सिद्ध कीजिए कि  $*$  क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है।  $A$  में  $*$  का तत्समक अवयव यदि कोई है तो ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

## विविध प्रश्नावली

1. सिद्ध कीजिये की  $f(x) = x^3$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: R \rightarrow R$  एकैक है।



वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिये कि  $S = \{a, b, c\}$  तथा  $T = \{1, 2, 3\}$  है  $S$  से  $T$  तक के निम्नलिखित फलनों  $F$  के लिए  $F^{-1}$  ज्ञात कीजिये यदि उसका अस्तित्व है।

$$F = \{(a, 3), (b, 2), (c, 1)\}$$

 वीडियो उत्तर देखें

3. मान लीजिये कि  $S = \{a, b, c\}$  तथा  $T = \{1, 2, 3\}$  है  $S$  से  $T$  तक के निम्नलिखित फलनों  $F$  के लिए  $F^{-1}$  ज्ञात कीजिये यदि उसका अस्तित्व है।

$$F = \{(a, 2), (b, 1), (c, 1)\}$$

 वीडियो उत्तर देखें

4. समुच्चय  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$  से स्वयं तक के समस्त आच्छादक फलनों कि संख्या ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

5. यदि  $f(x) = \sin x$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow R$   
तथा  $g(x) = \cos x$  द्वारा प्रदत्त फलन  $g: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow R$  पर  
विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि  $f$  तथा  $g$  एकैकी है परन्तु  
 $f + g$  एकैकी नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए समुच्चय  $\{1, 2, 3\}$  में  $(1,2)$  तथा  $(2,1)$  को  
अन्तर्विष्ट करने वाले तुल्यता संबंधो की संख्या 2 है।



वीडियो उत्तर देखें

7. मान लीजिए कि  $A = \{1, 2, 3, \}$  है तब सिद्ध कीजिए कि ऐसे संबंधो कि संख्या चार है जिनमे  $(1,2)$  तथा  $(2,1)$  है और जो स्वतुल्य तथा संक्रामक तो है किन्तु सममित नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

8. मान लीजिए कि  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  है मान लीजिए कि X में

$R_1 = \{x, y) : x - y \text{ संख्या 3 से भाज्य है } \}$  द्वारा प्रदत्त y एक संबंध  $R_1$  है तथा  $R_2 = \{x, y : \{x, y\} \subset \{1, 4, 7\} \text{ या } (xy) \subset \{2, 5, 8\} \text{ या } (x, y) \subset \{3, 6, 9\} \}$  द्वारा प्रदत्त X में एक अन्य संख्या है सिद्ध कीजिए कि  $R_1 = R_2$  है।



वीडियो उत्तर देखें

9. मान लीजिए कि  $f: X \rightarrow Y$  एक फलन है।  $X$  में  $R = \{(a, b) : f(a) = f(b)\}$  द्वारा प्रदत्त एक संबंध  $R$  परिभाषित कीजिए। जाँचिए कि क्या एक  $R$  तुल्यता संबंध है ?



वीडियो उत्तर देखें

10. समुच्चय  $A = \{1, 2, 3\}$  से स्वयं तक सभी एकैकी फलन की संख्या ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

1. मान लीजिए की समुच्चय  $\{1, 2, 3, 4\}$  में  
 $R = \{(1, 2), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (1, 3), (3, 3), (3, 2)\}$

परिभाषित संबंध R है। निम्नलिखित में से सही उत्तर चुनिए -

- A. R स्वतुल्य तथा सममित है किन्तु संक्रामक नहीं है
- B. R स्वतुल्य तथा संक्रामक है किन्तु सममित नहीं है
- C. R सममित तथा संक्रामक है किन्तु स्वतुल्य नहीं है
- D. R एक तुल्यता संबंध है।

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें



2. मान लीजिए की समुच्चय  $N$  में

$R = \{(a, b) : a = b - 2, b > 6\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध  $R$  है

निम्नलिखित में से सही उत्तर चुनिए -

A.  $(2, 4) \in R$

B.  $(3, 8) \in R$

C.  $(6, 8) \in R$

D.  $(8, 7) \in R$

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

3. मान लीजिए कि  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^4$  द्वारा परिभाषित है। सही उत्तर का चयन कीजिए -

- A.  $f$  एकैकी आच्छादक है
- B.  $f$  बहु एक आच्छादक है
- C.  $f$  एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है
- D.  $f$  न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

4. मान लीजिए  $f(x) = 3x$  कि द्वारा परिभाषित फलन  $f: R \rightarrow R$  है। सही उत्तर चुनिए -

- A.  $f$  एकैकी आच्छादक है
- B.  $f$  बहु एक आच्छादक है
- C.  $f$  एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है
- D.  $f$  न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

5. यदि  $f: R \rightarrow R, f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$  द्वारा प्रदत्त तो

$(f \circ f)(x)$  बराबर है -

A.  $x^{1/3}$

B.  $x^3$

C.  $x$

D.  $3 - x^3$

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

6. मान लीजिए कि  $f(x) = \frac{4x}{3x + 4}$  द्वारा परिभाषित एक

फलन  $f: R - \left\{ \frac{-4}{3} \right\} \rightarrow R$  है  $f$  का प्रतिलोम  $g$  : परिसर

$f: R - \left\{ \frac{-4}{3} \right\}$  निम्नलिखित में से किसके द्वारा प्राप्त होगा -

A.  $g(y) = \frac{3y}{3 - 4y}$

B.  $g(y) = \frac{4y}{3 - 4y}$

C.  $g(y) = \frac{4y}{3 - 4y}$

D.  $g(y) = \frac{3y}{4 - 3y}$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

7. समुच्चय  $\{a, b\}$  में द्विआधारी संक्रियाओं की संख्या है -

A. 10

B. 16

C. 20

D. 8

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

8. यदि  $A = \{1, 2, 3\}$  हो, तो अवयव (1, 2) वाले तुल्यता संबंधों की संख्या है -

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Answer: B**



**वीडियो उत्तर देखें**

9. यदि  $A = \{1, 2, 3\}$  हो , तो ऐसे संबंध जिनमे अवयव (1,2)

तथा (1,3) हो और जो स्वतुल्य तथा सममित है किन्तु संक्रामक

नहीं है कि संख्या है -

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Answer: A**



**वीडियो उत्तर देखें**

**10.**  $a * b = a^3 + b^3$  इस प्रकार से परिभाषित  $N$  में एक

द्विआधारी संक्रिया  $*$  पर विचार कीजिए । अतः निम्नलिखित में से

सही उत्तर का चयन कीजिए -



- A. \* साहचर्य तथा क्रम - विनिमेय दोनों है
- B. \* क्रम - विनिमेय है किन्तु साहचर्य नहीं है
- C. \* साहचर्य है किन्तु क्रम - विनिमेय नहीं है
- D. \* न तो क्रम - विनिमेय है न साहचर्य है।

**Answer: B**



**वीडियो उत्तर देखें**

11. प्रतिचित्रण  $f: N \rightarrow N$  जो  $f(x) = 2x$  जहां  $x \in N$  से परिभाषित है , होगा -

A. एकैकी अन्तर्क्षेपी

B. एकैकी आच्छादक

C. बहु - एक आच्छादक

D. बहु - एक अन्तर्क्षेपी

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

12. यदि  $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 + 1$  जहाँ  $x \in R$  द्वारा परिभाषित है, तो  $f^{-1}(5)$  का मान है -

A. 26

B. 4

C. 2

D. अस्तित्व नहीं है

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

13. यदि  $f: R \rightarrow R, f(x) = 2x + 5$  द्वारा परिभाषित है ,

तब  $f^{-1}(y)$  का मान है -

A.  $2x + 5$

B.  $\frac{1}{2}(y - 5)$

C.  $2y + 5$

D. y

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

14. यदि  $f: R \rightarrow R$  तथा  $g: R \rightarrow R$  क्रमशः  $f(x) = x^3$

तथा  $g(x) = x^4$  परिभाषित है, तो  $(g \circ f)(4)$  तो

A.  $4^{12}$

B.  $4^7$

C. 4

D.  $4^{-1}$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

15. यदि  $f: R \rightarrow R, g: R \rightarrow R$  क्रमशः  $f(x) = \cos x$   
और  $g(x) = x^2$ , तो  $(f \circ g)(x)$  है -

A.  $\cos^2 x$

B.  $\cos x^2$

C.  $x^2 \cos x$

D. इनमे से कोई नहीं

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

16. यदि  $f: R \rightarrow R$  जहाँ  $f(x) = 5x - 7, \forall x \in R$ , तो  $f^{-1}(7)$  का मान होगा -

A. 0

B. 28

C. 14

D.  $2\frac{4}{5}$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

17. यदि प्रतिचित्रण  $f: R \rightarrow R, f(x) = x^3$  तथा प्रतिचित्रण  $g: R \rightarrow R, g(x) = x^2$  से परिभाषित है , तब  $(g \circ f)(3)$  का मान है -

A.  $3^4$

B.  $3^5$

C.  $3^6$

D.  $3^3$

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

18. यदि  $A = \{1, 2, 3\}$  तथा  $B = \{a, b, c\}$  तो निम्न में से कौन - सा संबंध फलन है -

A.  $\{(1, a), (1, a), (2, b), (3, c)\}$

B.  $\{(1, a), (2, a), (3, c)\}$

C.  $\{(1, a), (2, b), (2, c)\}$

D.  $\{(1, a), (1, b), (2, b), (3, c)\}$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें