



India's Number 1 Education App

## **MATHS**

## BOOKS - BHARATI BHAWAN MATHS (HINDI)

$$\frac{dy}{dx}$$
 का प्रयोग

साधित उदाहरण

1. व्रक  $y^2=4x$  में वक्र में उस बिंदु का प्रवणता (डाल)

निकले जहाँ y =2 फिर बिंदु पर स्पर्शरेखा X - अक्ष से साथ

कौन - सा कोण बनती है बताए |



वीडियो उत्तर देखें

**2.** वक्र  $y = x^3 - 2x^2 + x - 2$  पर , उन बिन्दुओ को

मालूम करे जिन पर की स्पर्शरेखा X - अक्ष के समांतर हो |



**3.** व्रक  $2x^2 + 3xy + 4y^2 = 9$  पर उन बिन्दुओं के नियामक मालूम करे जिन पर की ढ़ाल  $-\frac{7}{11}$  है |



**4.** साबित करे की व्रक  $y^2=4ax$  के उन बिन्दुओ पर की स्पर्शरेखा जहाँ  $\mathbf{x}=\mathbf{a}$  है , एक - दूसरी पर लब है |



वीडियो उत्तर देखें

5. वृत्त  $x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0$  और

$$x^2+y^2-2y-9=0$$
 का प्रतिच्छेदी कोण किनले



**6.** सिद्ध करे की वक्र  $x^2 + 4y^2 = 8$  और एक वक्र

$$x^2-2y^2=4$$
 एक - दूसरी को समकोण पर काटते है |



**7.** सिद्ध करे की वक्र  $y^2 = 4x$  और  $x^2 + y^2 - 6x + 1 = 0$  एक - दूसरे को बिंदु (1,2) पर स्पर्श करते है |



**8.** वक्र  $2y+x^2=3$  के बिंदु (1,1) पर स्पर्शरेखा और अभिलंब के प्रवणता ज्ञात करे | फिर उनके समीकरण प्राप्त करे |



**9.** वक्र  $x=a\cos^3\theta, y=a\sin\theta^3\theta$  के  $\theta=\frac{\pi}{4}$  पर अभिलंब का समीकरण निकले |



**10.** वक्र  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  के बिंदु  $(a\cos\phi, b\sin\phi)$ 

पर स्पर्शखा तथा अभिलंब के समीकरण निकले .



**11.**  $y = x^2 + 3x + 4$  के किन बिंदुऔ पर की

स्पर्शखाए मूलबिंदु से गुजरती है ?



12. दो मोटर गाड़िया एक ही चाल v से एक स्थान से चालना प्रारभ करती है | एक ठीक उत्तर तथा दूरसे ठीक परिचम दिशा में जा रही है | बताइए की वे किस दर से एक - दुसरी से अलग हो रही है |



वीडियो उत्तर देखें

13. 13 फुट लबा एक दड जिसके छोर A तथा B है , क्रमश : दो लब रेखा OX तथा OY पर खिसक रहा है | यदि किसी समय A दुरी O से 12 फुट है तथा उस समय इस छोर की गति 2 फुट प्रति सेकड़ है , तो बताइए की छोर B की गति क्या है |



14. 6 फ़ूड ऊचाई आदमी 24 फ़ूट ऊंचे प्रकाश - स्तब्ध की जड़ा से सीधी रेखा में 3 मील प्रति घटे की दर दूर जा रहा है | बताइए की उसकी छाया का सिरा किसी दर से बढ़ रहा है |



15. एक गोल गुब्बारे में हवा भरी जा रही है | और इसकी त्रिज्या  $\frac{1}{2}$  इच/ मिनट बढ़ रही है | जब त्रिज्या 2 इच हो तो उस समय आयतन किस दर से बढ़ता जाएगा ?



16. यदि किसी वृत्त का क्षेत्रफल समरूप दर से बढ़ता है तो सिद्ध करे की उसके परिमाप की वृध्दि की दर , उसकी त्रिज्या के प्रतीप विचार करती है |



17. एक उलटे शकु की गहराई 10 इच तथा व्यास 10 इच प्रति मिनट की दर से इसमें पानी डाला जा रहा है | उस क्षण पानी की सतह किस दर से चढ़ती रहेगी जिस क्षण गहराई 6 इच होगी ?



वीडियो उत्तर देखें

**18.** एक कण किसी रेखा पर इस प्रकार चलता है की इसकी दुरी s किसी दिया हुए बिंदु से t से o के बाद  $s=\left(\frac{1}{3}t^2-\frac{1}{2}t^2-6t+5\right)$  फुट से प्राप्त होता है | (i)  $2\frac{1}{2}$  से o के बाद वेग क्या है | (iii) उस बिंदु पर वेगवर्धन क्या है जहाँ वेग शुन हो जाता है |



**19.** अवकल का प्रयोग करके  $(15)^{\frac{1}{2}}$  का सिन्नकट मान तीन दशमलव स्थान तक ज्ञात कीजिए |



**20.**  $\cos 31^\circ$  और  $\cos 29^\circ$  के सन्निकट मान ज्ञात करे जबिक  $1^\circ = 0.0175$  रेडियन |



21. एक खोखले गोले की धातु का लगभग आयतन निकले जिसकी मोटाई 0.01 इच तथा भीतरी त्रिज्या 5 इच है |



वीडियो उत्तर देखें

**22.** बताए की फलन  $f(x) = x^2 - 4x + 3$  निम्नलिखित  $\mathbf x$  के मानो पर वर्धमान है या हासमान है -

(i) 
$$x = 1$$
 (ii)  $x = 3$ 



**23.** x के किन मानों के लिए फलन  $y = x^2 - 5x + 3$ 



वीडियो उत्तर देखें

का मान (i) बढ़ रहा है और (ii) घट रहा है |

**24.** सिद्ध कीजिए की  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  $f(x)=rac{4\sin x}{2+\cos x}-x, x$  का वर्धमान फलन है |



**25.** निम्नलिखित में कौन - से फलन  $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$  में निरंतर

हासमान है ? सकारण बताए |

A. cosx

B. cos2x

C. cos3x

D. tanx

## **Answer:**



26. a का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए अंतराल [

1, 2] में फलन  $f(x) = 1 + ax + x^2$  निरंतर वर्धमान ( सुनिश्चत नहीं ) फलन होगा |



वीडियो उत्तर देखें

अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमे 27.

 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ 

(a) निरतर हासमान हो (b) सुनिश्चित निरतर हासमान हो |



## प्रश्नावली 9

**1.** वक्र  $x^2 + y^2 = 25$  के बिंदु पर का प्रवणता निकाले जहाँ x = -3, y = 4



**2.** वक्र  $x^2 - 2y^2 = 8$  के उन बिन्दुओ पर के प्रवणता निकले जहाँ x = 4



**3.** वक्र  $x^2=1-5y$  के उस बिंदु पर का प्रवणता निकाले जहाँ x=4 फिर उस बिंदु पर की स्पर्शरेखा x - अक्ष के साथ कौन -सा कोण बनती है , बताए|



**4.** वक्र y=(x+1)(x-3) के उन बिन्दुओ पर की ढ़ाल निकाले जहाँ यह x -अक्ष को काटता है | फिर उन बिन्दुओ पर पर खींची गई स्पर्शरेखा x -अक्ष को किस कोण पर काटती है ज्ञात करे |



**5.** वक्र  $y=x^3-12x+10\,$  पर , उन बिन्दुओ को मालूम करे जिन पर की स्पर्शरेखाए x -अक्ष के समांतर है |



**6.** वक्र  $y^2=4ax$  पर उस बिंदु को मालूम करे जिस पर की स्पर्शरेखाए x -अक्ष के साथ  $45^\circ$  का कोण बनती है |



**7.** वक्र  $2x^2 + 3xy + 4y^2 = 1$  पर उन बिन्दुओं के

नियामक मालूम करे जहाँ स्पर्शरेखाए

(a) x -अक्ष के समांतर हो , (b) y - अक्ष के समांतर हो |



वीडियो उत्तर देखें

**8.** वक्र  $9x^2 + 16y^2 = 144$  पर स्थित उन बिन्दुओं के

निर्देशांक ज्ञात कीजिये जिन पर खींची गई स्पर्शी

- (i) x-अक्ष के समानान्तर है |
- (ii) y-अक्ष के समानान्तर है |



**9.** वक्र  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4$  के किस बिंदुऔ पर स्पर्शरेखा अक्षो के साथ बराबर झुकी हुई है |



वीडियो उत्तर देखें

**10.** वक्र  $x^3-y^2=2$  पर उन बिन्दुओ को मालूम करे जिन पर वक्र की ढ़ाल 2 है |



**11.** फलन  $x^3-y^2=2$  के आलेख में उन बिन्दुओ को मालूम करे जहाँ प्रवणता शून्य हो |



वीडियो उत्तर देखें

**12.** वृत्त  $x^2 + y^2 = 20$  के उन बिनुऔ को मालूम करे

जहाँ पर की स्पर्शरेखा x-2y=5 के समांतर है |



**13.** वक्र  $y = Ax + Bx^2$  का आलेख (1,0) से गुजरता है और उस बिंदु पर ढ़ाल  $\frac{1}{2}$  है , तो A , B के मान नीकाले |



वीडियो उत्तर देखें

**14.** सिद्ध करे की वक्र  $y^2=2x$  के उन बिन्दुओ पर जहाँ  $x=rac{1}{2}$  है , स्पर्शरेखाए परस्पर लब है|



**15.** वक्र 
$$x^2=8y+6$$
 के बिंदु  $\left(0,\ -rac{3}{4}
ight)$  तथा

$$\left(4,\,rac{5}{4}\,
ight)$$
 पर की स्पर्शरेखाए की बीच कोण मालुम करे |



**16.** सिद्ध करे की वक्र 
$$y^2=x$$
 के बिंदु  $\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)$  तथा  $\left(\frac{1}{4},-\frac{1}{2}\right)$  पर स्पर्शखाए के बीच का कोण ज्ञात करे  $|$ 

**17.** वक्र  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  के बिंदु (a,0) तथा (0,b) पर

खींची गई स्परिखाए के बीच का कोण ज्ञात करे



**18.** दिखाए की वक्र  $y^2=2ax$  के उन बिन्दुओ पर की

स्पर्शी जहाँ 
$$x=rac{1}{2}a$$
, समकोण बनती है |



**19.** परवलय  $y^2=x$  और  $x^2=8y$  एक दूसरे को किस कोण पर काटते है |



वीडियो उत्तर देखें

**20.** वक्र  $y=x^2$  और  $y^2=x$  जा प्रतिच्छेद - कोण

निकले |



**21.** वक्र  $y=4-x^2$  और  $y=x^2$  का प्रतिच्छेद - कोण

निकले |



22. वक्र y = sin x तथा y = cos x के छेदन कोण निकाले |



**23.** बिंदु (२,२) पर वक्रो  $y = 6 - x^2$  तथा  $x^2 = 4y$  के

बीच का कोण निकले |

**24.** सिद्ध करे की मूलबिंदु पर वक्र  $2y=x^2, y^2=32x$  एक - दूसरे को समकोण पर काटते है |



**25.** वक्र  $ax^2 + by = 1$  तथा  $a_1x^2 + b_1y^2 = 1$  के लबरूप कटने की क्या शर्ते है ?



**26.** सिद्ध करे की वक्र  $x^2 - y^2 = 16$  और xy = 15 समकोण पर एक दूसरे को कटते है|



वीडियो उत्तर देखें

**27.** सिद्ध करे की वक्र  $xy = 4, \, x^2 + y^2 = 8$  एक दूसरे को स्पर्श करते है|



**28.** वक्र  $y=x^3-x$  की स्पर्शरेखा एव अभिलंब की प्रवणता उस बिंदु पर ज्ञात कीजिए जहाँ वक्र , सरल रेखा x=2 को प्रतीच्छदे करता है | फिर उस बिंदु पर स्पर्शरेखा एव अभिलंब का समीकरण निकले |



**29.** वक्र  $x=t^2+3t-8, y=2t^2-2t-5$  के बिंदु (-4,5) पर स्पर्शरेखा और अभिलंब की प्रवणत ज्ञात की जिए | फिर उस बिंदु पर स्पर्शरेखा का समीकरण निकले |



**30.** वक्र  $y^2=4ax$  के बिंदु  $\left(at^2,2at\right)$  पर स्पर्शरेखा तथा अभिलंब का समीकरण निकले |



वीडियो उत्तर देखें

**31.** वक्र  $x^3 = y^2$  के बिंदु (1,1) पर स्पर्शरेखा का समीकरण निकले |



**32.** वक्र  $y^2 - y - 2 = x$  के उस बिंदु (1,1) पर स्पर्शरेखा

का समीकरण निकाले|



वीडियो उत्तर देखें

**33.** सिद्ध करे की दीर्घवृत्त (ellipse)  $5x^2+y^2=1$  के

बिंदु  $\left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}\right)$  पर की स्पर्शखा (1,1) से गुजरती है |



**34.** सिद्ध करे की परवलय  $y^2 = 4x - 8$  के बिंदु (2,0)

पर का अभिलब मूलबिंदु से गुजरता है |



वीडियो उत्तर देखें

**35.** वृत्त  $x^2 + y^2 = 25$  की उन स्पर्शरेखा का समीकरण

निकाले जो 3x-4y=7 (a) के समांतर (b) पर लब है |



1. कोई वस्तु दो समतल दर्पणों के बीच रखी है , यदि दोनों दर्पणों की बीच का कोण  $45^\circ$  हो, तो उस वस्तु के बनने वाले प्रतिबिम्ब होंगे-



वीडियो उत्तर देखें

2. दो सड़कें एक-दूसरी से 90° का कोण बनाती हैं। दो साइकिल-सवार A और B इनके चराहे से एक साथ अलग-अलग सड़क पर 3: 4 के वेग से साइकिल चलाना प्रारंभ करते हैं। उनके बीच की दूरी बदलने की दर का A के वेग के साथ अनुपात निकालें।



3. दो सड़कें एक-दूसरी से  $90^{\circ}$  का कोण बनाती हैं दो मोटर गाड़ियाँ चौराहे से क्रमशः a मील और b मील दूरियों से चौराहे की तरफ एक ही चाल y मील/घं $\circ$  से चलना प्रारंभ करती हैं। सिद्ध करें कि 2 घंटे के बाद वे  $\frac{4y^2-(a+b)y}{\sqrt{a^2+b^2-4y(a+b)+8y^2}}$  मील/घं $\circ$  की दर सें एक दूसरी के निकट हो रही हैं।



4. 26 फुट लंबी एक सीढ़ी क्षैतिज तल तथा एक सीधी दीवार से लगी है। 5 फुट प्रति सेकंड की दर से वह फिसलती है। सीढ़ी की चोटी का वेग निकालिए जबिक वह 24 फुट की ऊँचाई पर हो।



वीडियो उत्तर देखें

5. 13 फुट लंबी एक सीढ़ी दीवार के सहारे ऊर्ध्वधर तल में सदा रहते हुए खिसक रही है। जब इसका ऊपरी छोर दीवार की जड़ से 12 फुट की ऊँचाई पर है तब इस छोर की गति 2 फुट प्रति सेकंड है। बताइए कि उसी समय निचले छोर की गति क्या है।



6. 6 फुट लंबा एक आदमी 15 फुट ऊँचे प्रकाश-स्तंभ की जड़ से प्रति घंटा 3 मील की दर से दूर जा रहा है। उसकी छाया के बढ़ने की दर बताइए।



7. 30° का कोण बनाती हुई एक सीढ़ी एक दीवार से लगी है। एक आदमी 3 फुट/से० की दर से उस पर चढ़ रहा है। कितनी तेजी से वह दीवार की ओर बढ़ रहा है?



## वीडियो उत्तर देखें

8. एक पतंग 100 फुट की ऊँचाई पर है तथा इसका धागा 260 फुट निकला हुआ है। पतंग 6! मील/घं० की दर से उड़ानेवाले व्यक्ति से दूर सीधे क्षैतिज दिशा में जा रही है। बताइए किस दर से धागा निकल रहा है।



9. एक गोलाकार नमक का ढेला पानी में इस प्रकार घुल रहा है कि किसी समय उसके आयतन का ह्रास उसकी सतह के समानुपाती है। सिद्ध कीजिए कि उसकी त्रिज्या एक स्थिर दर से घट रही है।



वीडियो उत्तर देखें

10. एक लचीले गोले के साथ एक नल लगाकर कोई पिचकारी (syringe) बनाई गई है। अगर गोले को इस प्रकार दाबा जाए कि त्रिज्या एक नियत दर a फुo/सेo से घटती है, तो नल से पानी निकलने की दर निकालें, जब

त्रिज्या = h फुट।



वीडियो उत्तर देखें

11. किसी तालाब में यदि वृत्ताकार लहरे इस तरह फैल रही हो कि परिंधि a फुट प्रति सेकंड की दर से बढ़ रही है, तो दिखाएँ कि वृत्त की त्रिज्या फु०/से० की दर से बढ़ रही है।



12. यदि किसी वृत्त की त्रिज्या 6 सेमी/से० की दर से बढ़ रही हो, तो उसके क्षेत्रफल क वृद्धि की दर मालूम करें, जबिक त्रिज्या 50 सेमी है।



वीडियो उत्तर देखें

13. धातु का एक वर्गाकार चदरा फैल रहा है और उसकी हर भुजा 2 इंच/मि० की एकरूप दर से बढ़ रही है। चदरे का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है जब भुजा 20 इंच है?



14. यदि किसी समबाह त्रिभुज की भुजा समरूप दर 3 फु०/ से० से बढ़ती हो, तो बताइए कि त्रिभुज का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है जबकि त्रिभुज की भुजा 10 फुट है।



वीडियो उत्तर देखें

15. एक बेलनाकार टब में एक घनफुट प्रति मिनट की दर से पानी भरा जा रहा है। यदि टब के वृत्तीय आधार की त्रिज्या a फुट हो तो बताएँ कि किस दर से टब में पानी ऊपर उठ रहा है।



16. पानी एक ऐसे हौज से निकल रहा है जो एक उलटा समकोणीय वृत्ताकार शंकु है जिसका अर्द्ध-शीर्षकोण  $45^{\circ}$  और अक्ष ऊर्ध्वाधर है। उस क्षण पानी के निकलने की दर बताइए, जब पानी की सतह की गहराई 2 फुट है और उस क्षण पानी की सतह के घटने की दर 3 इंच प्रति मिनट है।



वीडियो उत्तर देखें

17. एक उलटे समकोणीय वृत्ताकार शंकु, जिसका अर्द्ध-शीर्षकोण  $30^\circ$  है, पानी से भरा जा रहा है। पानी के आयतन- परिवर्तन की दर निकालें, जब पानी की गहराई 3 फुट है और गहराई बदलने की दर 1 इंच/सेo है।



**18.** एक कण किसी सरल रेखा में जा रहा है तथा रेखा के निर्दिष्ट बिंदु से उसकी दूरी मीटर में । सेकंड बाद S है। यदि  $s=3+2t+t^2$ ' से दूरी ज्ञात हो तो 2 से० बाद उसका वेग और 3 से० बाद उसका त्वरण निकालें।



19. एक कण किसी सरल रेखा में जा रहा है तथा रेखा के निर्दिष्ट बिंदु से उसकी दूरी मीटर में । सेकंड बाद S है। यदि  $s=t^2-2t^2$  हो तो सिद्ध करे की कण निर्दष्ट बिंदु से विरमावस्थ से चला था | फिर कितने समय बाद कण विरमावस्था में लौट आएगा |



वीडियो उत्तर देखें

20. एक कण किसी सरल रेखा में जा रहा है तथा रेखा के निर्दिष्ट बिंदु से उसकी दूरी मीटर में । सेकंड बाद S है। यदि  $s=rac{1}{3}t^3-16t$  तो जब वेग शून्य के बराबर है उस समय का त्वरण ज्ञात करे |



21. एक कण किसी सरल रेखा में जा रहा है तथा रेखा के

निर्दिष्ट बिंदु से उसकी दूरी मीटर में t सेकंड बाद S है।

यदि  $t = 2s^2 + 3s + 1$  तो सिद्ध करे कि कण में वेग -

परिवर्तन कि दर वेग के धन के समानुपाती होगी |



**1.** अवकल का प्रयोग करके निम्नलिखित के सन्निकट मान तीन या चार दशमलव स्थान तक ज्ञात कीजिए।  $26^{1/3}$ 



**2.** अवकल का प्रयोग करके निम्नलिखित के सिन्नकट मान तीन या चार दशमलव स्थान तक ज्ञात कीजिए।  $\sqrt{50.5}$ 





**3.** अवकल का प्रयोग करके निम्नलिखित के सिन्नकट मान तीन या चार दशमलव स्थान तक ज्ञात कीजिए।  $(80)^{1/4}$ 



**4.** अवकल का प्रयोग करके निम्नलिखित के सन्निकट मान तीन या चार दशमलव स्थान तक ज्ञात कीजिए।  $\left( 0.999 \right)^{1/10}$ 



**5.** अवकल का प्रयोग करके निम्नलिखित के सिन्नकट मान तीन या चार दशमलव स्थान तक ज्ञात कीजिए।  $(33)^{1/5}$ 



**6.**  $\sin 59^{\circ} 30'$  और  $\sin 60^{\circ} 30$  के सन्निकट मान तीन या चार दशमलव स्थान तक ज्ञात कीजिए |



**7.** यदि  $\log_e, 3 = 1.0986$ , तो  $\log_e, 3.02$  का मान ज्ञात करें।



## वीडियो उत्तर देखें

**8.** एक उलटे समकोणीय वृत्ताकार शंकु की शक्ल के पात्र की ऊँचाई h = 27 है, जहाँ r = 31817 की त्रिज्या। इस पात्र में पानी की ऊँचाई  $\frac{3}{2}$  इंच है। यदि घ०इं० पानी और इस पात्र में डाल दिया जाए तो सिद्ध करें कि पानी की गहराई 0.14 इंच बढ़ जाएगी।



उत्तर देखें

9. एक खोखले गोले की धातु का लगभग आयतन निकालें यदि भीतरी त्रिज्या = 4 इंच और धातु की मोटाई = 0.04 इंच हो।



वीडियो उत्तर देखें

10. एककेंद्रीय दो वृत्तों के बीच का क्षेत्रफल निकालें, जब भीतरी वृत्त की त्रिज्या = 3 इंच और बाहरी वृत्त की त्रिज्या = 3.012 इंच है।



11. यदि किसी गोले कि त्रिज्या 3 सेमी से 3.01 सेमी हो , जाए

तो उसके आयतन कि वृध्दि मालूम करे |

