doubtnut
India's Number 1 Education App

MATHS

BOOKS - BHARATI BHAWAN MATHS (HINDI)

द्विचर संक्रियाएँ

साधित उदाहरण

1. मान लिया कि a o b निम्न प्रकार से परभाषित है :

$aob = \frac{a+b}{2}$, जहाँ $a \in Q$ (प्रमेय संख्याओं का

समुच्चय), $b \in Q$.

क्या o में संवरक, कर्मविनिमेय और साहचर्य गुण हैं।

वीडियो उत्तर देखें

2. यदि सभी परिमेय संख्याओं के समुच्चय Q में एक द्विचर संक्रिया

$$\cdot, Q \times Q \rightarrow Q \cdot (x, y) = x \cdot y = x + y - xy$$

तो सिद्ध कीजिए कि . साहचर्य है।

वीडियो उत्तर देखें

3. मान लिया कि सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय R पर एक द्विचर संक्रिया o निम्न प्रकार से परभाषित है :

$aob = 2a + 3b, \forall a, b \in R.$

दिखाएँ कि o साहचर्य नहीं है ।

वीडियो उत्तर देखें

4. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय में दो द्विचर संक्रियाएँ $*$ और $\odot$ निम्न जैसा परिभाषित है :

$a * b = a - b \qquad a \odot B = ab.$

सिद्ध करें कि संक्रिया $*$, $\odot$ पर बंटनीय नहीं है ।

वीडियो उत्तर देखें

प्रश्नावली 4

1. क्या निम्नलिखित संक्रियाएँ क्रमविनिमेय, साहचर्य द्विचर संक्रियाएँ हैं ?

(i) $a, b \in I \qquad a * b = b$

वीडियो उत्तर देखें

2. क्या निम्नलिखित संक्रियाएँ क्रमविनिमेय, साहचर्य द्विचर संक्रियाएँ हैं ?

(ii) $a, b \in Q \qquad a * b = \dfrac{a+b}{3}$

वीडियो उत्तर देखें

3. क्या निम्नलिखित संक्रियाएँ क्रमविनिमेय, साहचर्य द्विचर संक्रियाएँ हैं ?

(iii) $a, b \in I \qquad a * b = a + 2b$

वीडियो उत्तर देखें

4. क्या निम्नलिखित संक्रियाएँ क्रमविनिमेय, साहचर्य द्विचर संक्रियाएँ हैं ?

(iv) $a, b \in Q \qquad a * b = a - b$

वीडियो उत्तर देखें

5. क्या निम्नलिखित संक्रियाएँ क्रमविनिमेय, साहचर्य द्विचर संक्रियाएँ हैं ?

(v) $a, b \in Q \qquad a * b = a + b - ab$

वीडियो उत्तर देखें

6. ऐसी द्विचर संक्रिया का एक उदाहरण दें जो

(i) क्रमविनिमेय हो, साहचर्य नहीं हो

वीडियो उत्तर देखें

7. ऐसी द्विचर संक्रिया का एक उदाहरण दें जो

(ii) साहचर्य हो, क्रमविनिमेय नहीं हो

वीडियो उत्तर देखें

8. ऐसी द्विचर संक्रिया का एक उदाहरण दें जो

(iii) क्रमविनिमेय और साहचर्य हो

वीडियो उत्तर देखें

9. मान लिया कि $o: R \times R \rightarrow R$ निम्न प्रकार से परिभाषित है -

$aob = a + 2b, \forall a, b \in R.$

दिखाएँ कि o साहचर्य नहीं है।

वीडियो उत्तर देखें

10. मान लिया कि -1 को छोड़कर सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय T है| T पर एक द्विचर संक्रिया $*$ है , जो निम्न प्रकार से परिभाषित है तो इसके लिये तत्समक ज्ञात करो :

$a * b = a + b + ab.$

वीडियो उत्तर देखें

11. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय में दो द्विचर संक्रियाएँ $*$ और $\odot$ निम्न जैसा परिभाषित है :

$a * b = a - b \qquad a \odot B = ab.$

सिद्ध करें कि संक्रिया $*$, $\odot$ पर बंटनीय नहीं है ।

वीडियो उत्तर देखें

संबंध फलन और द्विचर संक्रिया पर विविध प्रश्न

1. सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$, द्वारा परिभाषित संबंध R, न तो स्वतुल्य है, न सममित हैं और न ही संक्रामक है ।

वीडियो उत्तर देखें

2. जाँचकर बताएँ कि वास्तविक संख्याओं का समुच्चय R में निम्नलिखित संबंद्ध स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है कि नहीं।

$R = [(a, b) : a = b + 1]$

वीडियो उत्तर देखें

3. जाँचकर बताएँ कि वास्तविक संख्याओं का समुच्चय R में निम्नलिखित संबंद्ध स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है कि नहीं।

$R = [(a, b) : a - b = 6n, n \in W$

वीडियो उत्तर देखें

4. जाँचकर बताएँ कि वास्तविक संख्याओं का समुच्चय R में निम्नलिखित संबंद्ध स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है कि नहीं ।

$R = \{(a, b) : a - b = 4n, n \in W]$

वीडियो उत्तर देखें

5. माना कि P = किसी तल के सभी बिंदुओं का समुच्चय है। दो बिंदु A और B को संबंधित कहे जाएँगे यदि $OA = OB$ हो, जहाँ O मूलबिंदु है। सिद्ध करें कि R, समुच्चय P पर एक तुल्यता संबंध है।

वीडियो उत्तर देखें

6. माना कि $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, माना कि X में सम्बन्ध R_1 तथा R_2 इस प्रकार हैं कि $R_1 = \{(x, y) : x - y, 3$ से विभाज्य हैं| तथा $R_2 = \{(x, y) : \{x, y\} \subset \{1, 4, 7\}$ या $\{x, y\} \subset \{2, 5, 8\}$ या $\{x, y\} \subset \{3, 6, 9\}$ जहाँ $\subset$ का अर्थ उपसम्मुच्य से हैं| दिखाएं कि $R_1 = R_2$

वीडियो उत्तर देखें

7. यदि R_1 तथा R_2 समुच्चय A में तुल्यता संबध हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $R_1 \cap R_2$भी एकतुल्यता संबंध है।

वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय {1,2,3} में तुल्यता सम्बन्धों की संख्या जिसमें (1, 2) और (2, 1) अन्तर्विष्ट हों 2 है।

वीडियो उत्तर देखें

9. माना कि $f: X \rightarrow Y$ एक फलन है। x पर एक सम्बन्ध R परिभाषित कीजिए जो इस प्रकार है: R = {(a, b): f (a) = f(b)}. सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता सम्बन्ध है।

वीडियो उत्तर देखें

10. माना कि $A = R - \{3\}$ और $B = R - \{1\}$, जहाँ R = वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है। $f: A \to B$ एक फलन है ताकि $f(x) = \dfrac{x-2}{x-3}$, क्या f एक प्रतिलोमीय फलन है ? सकारण बताएँ।

वीडियो उत्तर देखें

11. यदि $A = \{1, 2, 3\}, B = \{4, 5, 6\}$ और $f: A \to B$ एक फलन हो, तो सिद्ध करें कि फलन भी होगा ।

।

वीडियो उत्तर देखें

12. माना कि $A = \{1, 2, 3\}$ तो $f: A \to A$ कोई फलन होने पर f के सम्भव परिभाषाओं की संख्या ज्ञात करें ।

वीडियो उत्तर देखें

13. सिद्ध कीजिए कि $f: R \to \{x \in R: -1 < x < 1\}$ जहाँ $f(x) = \dfrac{x}{1 + |x|}, x \in R$ द्वारा परिभाषित फलन एकैकी तथा आच्छादक है ।

वीडियो उत्तर देखें

14. यदि $f: R \to R, f(x) = 4x^3 - 7$ द्वारा परिभाषित हो, तो दिखाइए कि f एकैकी आच्छादक है |

वीडियो उत्तर देखें

15. यदि $f(x) = \sin x$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \to R$ तथा $g(x) = \cos x$ द्वारा प्रदत्त फलन $g: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \to R$ पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि f तथा g एकैकी है परन्तु $f + g$ एकैकी नहीं है।

वीडियो उत्तर देखें

16. माना कि $f: R \rightarrow R$, जहाँ $f(x) = \frac{x}{x+2}$ एकैकी आच्छादक सिद्ध करें कि f का प्रतिलोम फलन f^{-1} प्राप्त होगा । फिर प्राप्त करें ।

वीडियो उत्तर देखें

17. सिद्ध कीजिए कि $f: [-1, 1] \rightarrow R, f(x) = \frac{x}{x+2}$ द्वारा प्रदत्त फलन एकैकी है। फलन $f: [-1, 1] \rightarrow$ (f का परिसर) का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए ।

वीडियो उत्तर देखें

18. यदि

$f: R^{+} \rightarrow [-5, \infty), f(x) = 9x^{2} + 6x - 5$ व्दारा

परिभाषित हो , तो $f^{-1}(-5)$ ज्ञात कीजिए ।

वीडियो उत्तर देखें

19. मान लीजिए की $f: X \rightarrow Y$ एक वियुत्क्रमणीय फलन है

सिद्ध कीजिए की f^{-1} का प्रतिलोम f है अर्थात

$\left(f^{-1}\right)^{-1} = f$ है।

वीडियो उत्तर देखें

20. यदि $f: R \to R$, जहाँ $f(x) = \sqrt[3]{3 - x^3}$ $(fof)(x)$ निम्नलिखित में किसके बराबर होगा ?

A. x

B. $\sqrt[3]{x}$

C. $3 - x^3$

D. x^3

Answer:

वीडियो उत्तर देखें

21. यदि $f: R \rightarrow R$, जहाँ $f(x) = |x|$ और $g: R \rightarrow R$, जहाँ $g(x) = |5x - 2|$, तो निम्नलिखित संयुक्त फलन ज्ञात करें ।

(i) gof

(ii) fog

वीडियो उत्तर देखें

22. माना कि $f: R \rightarrow R$ सिग्मन फलन है जो इस प्रकार परिभाषित है :

$$f(x) = \begin{cases} 1, x>0 \\ 0, x=0 \\ -1, x<0 \end{cases}$$

और $g: R \rightarrow R, g(x) = [x]$ द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन है ।

सिद्ध कीजिए कि अंतराल [-1,0) में fog और gof संपाती है ।

वीडियो उत्तर देखें

23. माना कि $*$, N पर द्विआधारी संक्रिया है जो $a * b = HCF(a, b)$ द्वारा प्रदत्त है, जहाँ $a, b \in N$ है। $22 * 4$ का मान बताएँ ।

वीडियो उत्तर देखें

24. माना कि $* : R \times R \rightarrow R$ और $o: R \times R \rightarrow R$ दो द्विचर संक्रियाएँ हैं जो निम्न प्रकार परिभाषित है ।

$a * b = |a - b| \qquad aob = a \forall a, b \in R$

सिद्ध करें कि (i) $*$ कर्मविनिमेय है किन्तु साहचर्य नहीं

(ii) o साहचर्य है किन्तु कर्मविनिमेय नहीं

(iii) $*$, o पर बंटनीय है ।

वीडियो उत्तर देखें

25. माना कि $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ पर $*$ एक द्विचर संक्रिया निम्न प्रकार परिभाषित है

$a * b = a + b \qquad a + b < 6$

$a + b - 6 \qquad ab \geq 6.$

दिखलाएँ कि संख्या 0 (शून्य) संक्रिया का तत्समक अवयव है एवं अवयव a का प्रतीम अवयव $6 - a$ होगा ।

वीडियो उत्तर देखें

26. माना कि समुच्चय N पर o एक द्विचर संक्रिया है ताकि $aob = a^3 + b^3$. निम्नलिखित में कौन-सा उत्तर सही है।

(A) संक्रिया o साहचर्य एवं कर्मविनिमेय नहीं है।

(B) संक्रिया o साहचर्य है किन्तु कर्मविनिमेय नहीं है।

(C) संक्रिया o कर्मविनिमेय है किन्तु साहचर्य नहीं ।

(D) संक्रिया o न तो साहचर्य और न तो कर्मविनिमेय है।

वीडियो उत्तर देखें

27. माना कि $*$ समुच्चय $N \times N$ पर एक द्विचर संक्रिया है ताकि

$(a, b) *, (c, d) = (a + c, b + d)$.

सिद्ध करें कि $*$ कर्मविनिमेय और साहचर्य है। क्या $*$ का तत्समक अवयव प्राप्त होगा ?

वीडियो उत्तर देखें

विविध वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय में संबंध "छोटा है" निम्नलिखित में कैसा संबंध है?

A. केवल सममित

B. केवल संक्रमक

C. केवल सवतुल्य

D. तुल्यता संबंध

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

2. संबंध R , जहाँ

$R = \{(2, 2), (3, 3), (2, 3, (3, 2), (3, 1), (3, 1), (2, 1)$

समुच्चय $A = \{1, 2, 3\}$ पर कैसा संबंध है ?

A. सवतुल्य

B. सममित

C. तुल्यता

D. संबंध संक्रमक

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

3. मान लिया कि $A = \{1, 2, 3\}$ पर एक संबंध $R = \{(1, 2), (2, 3), (1, 1)\}$ दिया गया है। $A \times A$ का कौन-सा अवयव R में शामिल किया जाए कि परिणामी संबंध दिया गया है। का कौन-सा अवयव R में शामिल किया जाए कि परिणामी संबंध संक्रमक हो जाये ?

A. $(3, 2)$

B. $(2, 1)$

C. $(2, 2)$

D. $(1, 3)$

Answer: D

उत्तर देखें

4. माना कि $A = \{1, 2, 3\}$, तो $(1, 2)$ और $(1, 3)$ को शामिल करते हुए कितने संबंध A पर परिभाषित हो सकते हैं जो स्वतुल्य सममित है किन्तु संक्रमक नहीं ?

A. 3

B. 1

C. 2

D. 4

Answer: C

वीडियो उत्तर देखें

वीडियो उत्तर देखें

5. माना कि $A = \{1, 2, 3\}$, तो $(1, 2)$ और $(1, 3)$ को शामिल करते हुए कितने संबंध A पर परिभाषित हो सकते हैं जो स्वतुल्य सममित है किन्तु संक्रमक नहीं ?

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

6. यदि $A = \{1, 2, 3\}, B = \{5, 6, 7\}$ तथा $f: A \to R$ एक फलन है ताकि $f(x) = x + 4,$ तो f निम्नलिखित में से किस प्रकार का फलन है ?

A. अतःक्षेपी

B. एकैक आच्छादक

C. अनेकैक आच्छादक

D. अचर फलन

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

7. यदि $A = \{a, b, c\}, B = \{1, 2, 3\}$ और $f = \{(a, 1), (b, 2), (c, 2)\}$ तो कैसा फलन है ?

A. एकैक अंतःक्षेपी

B. अनेकैक अंतःक्षेपी

C. अनेकैक आच्छादक

D. अनेकैक अतःक्षेपी

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

8. यदि $f: A \rightarrow R,$ जहाँ $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}, R =$ {वास्तविक संख्याएँ} तथा $f(x) = x^2,$ तो फलन f कैसा फलन है ?

A. एकैक आच्छादक

B. एकैक अंतःक्षेपी

C. अनेकैक आच्छादक

D. अनेकैक अतःक्षेपी

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

9. रिक्त स्थान भरें :

यदि $f: A \to B$ एकैक आच्छादक हो, तो $n(A) \ldots\ldots\ldots\ldots N(B)$.

वीडियो उत्तर देखें

10. यदि $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2 \forall x_1, x_2 \in A$ तो $f: A \to B$ कैसा फलन होगा ?

A. एकैक

B. अचर

C. आच्छादक

D. अनेकैक

Answer: A

वीडियो उत्तर देखें

11. $f: A \to B$ आच्छादक फलन होगा, यदि

A. $f(A) \subset B$

B. $f(A) = B$

C. $f(A) \supset B$

D. $f(A) \neq B$

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

12. $f: A \to B$ अतःक्षेपी होगा, यदि

A. $f(A) \subset B$

B. $f(A) = B$

C. $B \subset f(A)$

D. $f(B) \subset A$

Answer: A

वीडियो उत्तर देखें

13. दिया हुआ है कि $A = \{x, y, z\}, B = \{u, v, w\}$, तो फलन $f: A \to B$ ताकि $f(x) = u, f(y) = v, f(z) = v$ किस प्रकार का फलन होगा ?

A. surjective

B. bijective

C. injective

D. none of these

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

14. यदि $f: R \to R$ जहाँ $f(x) = x^2$, तो f कैसा फलन है

A. injective, not surjective

B. surjective, not injective.

C. bijective

D. neither injective nor surjective

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

15. यदि $f: R \to R$ जहाँ $f(x) = 3x,$ तो f कैसा फलन होगा ?

A. एकैक आच्छादक

B. अनेकैक आच्छादक

C. एकैक अतः क्षेपी

D. अनेकैक अतः क्षेपी

Answer: A

वीडियो उत्तर देखें

16. माना कि $A = \{1, 2, 3, 4, \ldots, n\}$, तो कितने एक-एक आच्छादक फलन $f: A \to A$ परभाषित हो सकते हैं?

A. n

B. $n!$

C. $\frac{1}{2}(n!)$

D. $(n-1)!$

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

17. यदि $f: R \to R,$ जहाँ $f(x) = 3x - 4$ तो $f^{-1}(x)$ निम्नलिखित में कौन होगा ?

A. $\frac{1}{3}(x + 4)$

B. $\frac{1}{3}x - 4$

C. $3x - 4$

D. अपरिभाषित

Answer: A

वीडियो उत्तर देखें

18. यदि $f: R \to R$ एक फलन हो, तो $f^{-1}: R \to R$ प्राप्त होगा यदि f हो

A. एकैक अतः क्षेपी

B. आच्छादक

C. एकैक आच्छादक

D. अनेकैक आच्छादक

Answer: C

वीडियो उत्तर देखें

19. माना कि $A = \{1, 2, 3\}$ निम्नलिखित में कौन-सा फलन $f: A \to A$ का प्रतिलोम फलन प्राप्त नहीं होगा ?

A. $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$

B. $\{(1, 2), (2, 1), (3, 1)\}$

C. $\{(1, 3), (3, 2), (2, 1)\}$

D. $\{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

20. यदि $f: R \to R$, जहाँ $f(x) = x^2 - 3x + 2$ तो $(fof)(1)$ निम्नलिहित में कौन-सा है?

A. 1

B. 0

C. 2

D. -1

Answer: C

वीडियो उत्तर देखें

21. माना कि $A\{1, 2\}$, इस समुच्चय पर कितने द्विचर संक्रियाएँ परिभाषित हो सकते हैं?

A. 8

B. 10

C. 16

D. 20

Answer: C

वीडियो उत्तर देखें

22. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में द्विचर संक्रिया $*$ इस प्रकार परिभाषित है कि $a * b = \frac{1}{2}(a+b)$. इस संक्रिया के लिए कौन-सा नियम असत्य है?

A. कर्मविनिमेय नियम

B. संवरक नियम

C. साहचर्य नियम

D. इनमे से कोई नहीं

Answer: C

वीडियो उत्तर देखें

23. यदि संक्रिया $*$ परिभाषित है कि $(a * b) = a^2 + b^2$, तो $(1 * 2) * 5$

A. 3125

B. 625

C. 125

D. 50

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

24. मान लें $*$, N पर एक द्विआधारी संक्रिया है जो $a * b =$ ल० स० (a, b) द्वारा प्रदत्त है, जहाँ $a, b \in N. 5 * 7$ का मान क्या होगा ?

A. 1

B. 5

C. 7

D. 35

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें