



## MATHS

### BOOKS - MATHS

# अवकल समीकरणों के अनुप्रयोग

#### उदाहरण

1. किसी बैंक में मूलधन की वृद्धि 5% वार्षिक की डॉ से होती है | इस बैंक में ₹ 1,000 जमा कराएं जाते है | ज्ञात कीजिए कि 10 वर्ष बाद यह कितनी हो जाएगी ?



वीडियो उत्तर देखें

2. किसी गांव की जनसंख्या की वृद्धि की दर किसी भी समय उस गांव के निवासियों की संख्या के समानुपाती है ।  
यदि सन् 1999 में गांव की जनसंख्या 20,000 थी और सन् 2004 में 25,000 थी, तो ज्ञात कीजिए कि सन् 2009 में गांव की जनसंख्या क्या होगी ?



वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि  $x^2 - y^2 = (x^2 + y^2)^2$ , जहाँ C

एक प्राचल है, अवकल समीकरण

$(x^3 - 3xy^2)dx = (y^3 - 3x^2y)dy$  का व्यापक हल

है |



वीडियो उत्तर देखें

4. बिंदु (0,1) से गुजरने वाले उस वक्र का समीकरण ज्ञात

कीजिए, जबकि इस वक्र के किसी बिंदु (x,y) पर स्पर्श रेखा

की प्रवणता, उस बिंदु के x-निर्देशांक (भुज) और x-निर्देशांक

व y-निर्देशांक के गुणनफल के योग के बराबर हो |





वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 5 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. बैक्टीरिया की गणना 1,00,000 है | यह 2 घण्टे में 10% बढ़ जाती है | कितने समय में यह 2,00,000 हो जायेगी यदि बैक्टीरिया के वृद्धि की दर वर्तमान संख्या के समानुपाती हो ?



वीडियो उत्तर देखें

2. जनसंख्या वृद्धि की दर वर्तमान संख्या के समानुपाती है ।

यदि 25 वर्ष पहले किसी शहर की संख्या दोगुनी थी और

वर्तमान जनसंख्या 1,00,000 है तो शहर की जनसंख्या कब

5,00,000 हो जायेगी ? [दिया है

$\log_e 5 = 11.609, \log_e 2 = 0.6931$ ]

 वीडियो उत्तर देखें

3. एक जनसंख्या 5% प्रतिवर्ष की दर से बढ़ती है । कितने

समय के उपरान्त यह दोगुनी हो जायेगी ?

 वीडियो उत्तर देखें

4. गुब्बारे का सतह, जिसे हवा भरकर फुलाया जा रहा है, स्थिर गति से बदल रहा है | यदि प्रारंभ में 1 इकाई हो और 3 सेकंड के उपरान्त 2 इकाई हो जाती है, समय  $t$  के उपरान्त त्रिज्या ज्ञात कीजिए |



उत्तर देखें

5. किसी बैंक में मूलधन  $r\%$  वार्षिक की दर से बढ़ता है |  $r$  के मान की गणना कीजिए यदि ₹ 100, 10 बढ़कर दोगुने हो जाते हैं |



वीडियो उत्तर देखें

6. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु (1,0) से होकर जाता है तथा अवकल समीकरण  $(1 + y^2)dx = xydy$  को संतुष्ट करता है।

A.  $x^2 = 1 - y^2$

B.  $x^2 = 1 + y^2$

C.  $x^2 = 1 + y^3$

D.  $x^3 = 1 + y^2$

**Answer: B**



7. किसी वक्र के बिंदु  $P(x, y)$  पर स्पर्श रेखा का ढाल  $-\frac{x}{y}$  है | यदि वक्र  $(3, -4)$  से जाता है तो वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए |

A.  $x^2 + y^2 = 16$

B.  $x^2 + y^2 = 25$

C.  $x^2 + y^2 = 36$

D.  $x^2 + y^2 = 49$

**Answer: B**



 वीडियो उत्तर देखें

8. वक्र के किसी बिंदु  $(x, y)$  की स्पर्श रेखा x-अक्ष के साथ  $\tan^{-1}(2x + 3y)$  का कोण बनाती है | वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए यदि यह  $(1, 2)$  से जाती है |

 वीडियो उत्तर देखें

9. उस वक्र का समीकरण, जिसका किसी बिंदु पर ढाल  $y+2x$  के समान है और जो मूलबिंदु से गुजरती है,  $y + 2(x + 1) = 2e^x$  है |

 वीडियो उत्तर देखें

 वाडियो उत्तर देखें

10. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूलबिंदु से जाता है और जिसका इसके बिंदु  $(x,y)$  पर ढाल  $x + 3y - 1$  है

|

 वीडियो उत्तर देखें

11. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $(3, 4)$  से जाता है और किसी बिंदु  $(x, y)$  पर ढाल  $\frac{8x}{9}$  रखता है |

 वीडियो उत्तर देखें

12. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $x(x + 1) \frac{dy}{dx} - y = x(x + 1)$  को संतुष्ट करता है और  $(1, 0)$  से गुजरता है।

 वीडियो उत्तर देखें

13. बैक्टीरिया के वृद्धि की दर वर्तमान संख्या के समानुपात में परिवर्तित होती है। 6 घण्टे में यह दोगुनी हो जाती है। सिद्ध कीजिए की 18 घण्टे की समाप्ति पर बैक्टीरिया की संख्या 8 गुनी हो जायेगी।

 वीडियो उत्तर देखें

14. एक वक्र इस प्रकार है कि वक्र के किसी बिंदु P पर खींची गयी स्पर्श रेखा पर मूलबिंदु से डाले गये लम्ब की लम्बाई P के भुज के बराबर है | दिखाइए कि वक्र का अवकल समीकरण  $y^2 - 2xy \frac{dy}{dx} - x^2 = 0$  है अतएव वक्र ज्ञात कीजिए |



उत्तर देखें

15. मूलबिंदु से होकर जाने वाले वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका अवकल समीकरण  $y' = e^x \sin x$  है |



वीडियो उत्तर देखें

16. अवकल समीकरण  $xy \frac{dy}{dx} = (x + 2)(y + 2)$  का

वक्र हल ज्ञात कीजिए | यह वक्र बिंदु  $(1, -1)$  से गुजरता है |



वीडियो उत्तर देखें

17. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $(0, -2)$  से जाता है | दिया है वक्र के किसी बिंदु  $(x,y)$  पर इसकी स्पर्श रेखा के ढाल और बिंदु के  $y$ -निर्देशांक का गुणनफल बिंदु के  $x$ -निर्देशांक के बराबर है |

 वीडियो उत्तर देखें

18. वक्र के किसी बिंदु  $(x,y)$  पर स्पर्श रेखा का ढाल सम्पर्क बिंदु और  $(-4, -3)$  को मिलाने वाले रेखाखण्ड के ढाल का दोगुना है | वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जबकि यह दिया है कि यह  $(-2, 1)$  से गुजरता है |

 वीडियो उत्तर देखें

19. एक गोलीय गुब्बारे का आयतन, जिसे हवा भरकर फुलाया जा रहा है, स्थिर दर से परिवर्तित होता है | यदि प्रारम्भ में इसकी त्रिज्या 3 इकाई हो और 3 सेकंड के उपरान्त

यह 6 इकाई हो जाएं तो गुब्बारे की त्रिज्या  $t$  सेकंड के उपरान्त ज्ञात कीजिए |



वीडियो उत्तर देखें

## एन सी ई आर टी कार्नर

1. 1 से 2 तक की समस्याओं में  $a$  और  $b$  का विलोपन कर प्रदत्त वक्र कुल को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण का निर्माण कीजिए :

मूलबिंदु पर  $y$ -अक्ष को स्पर्श करने वाले व्रतों के कुल हेतु अवकल समीकरण बनाइए |

 वीडियो उत्तर देखें

2. 1 से 2 तक की समस्याओं में  $a$  और  $b$  का विलोपन कर प्रदत्त वक्र कुल को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण का निर्माण कीजिए :

उस परवलय कुल के लिए अवकल समीकरण बनाइए जिसका शीर्ष मूलबिंदु हे तथा जिनकी अक्ष धनात्मक  $y$ -अक्ष के अनुदिश है |

 वीडियो उत्तर देखें



3. दीर्घवृत्त के कुल हेतु अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभियाँ  $y$ -अक्ष पर तथा केंद्र मूलबिंदु पर है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. उस अतिपरवलय कुल का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभियाँ  $x$ -अक्ष पर है तथा केंद्र मूलबिंदु पर है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. व्रतों के कुल हेतु अवकल समीकरण बनाइए, जबकि वृत्त को केंद्र  $y$ -अक्ष पर तथा त्रिज्या 3 इकाई है।



वीडियो उत्तर देखें

6. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूलबिंदु से जाता है। दिया है कि वक्र के किसी बिंदु  $(x, y)$  पर स्पर्श रेखा का ढाल बिंदु के निर्देशांकों के योग के बराबर है।



वीडियो उत्तर देखें

1. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूलबिंदु के होकर जाता है और अवकल समीकरण

$$(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy = 4x^2 \text{ को संतुष्ट करता है।}$$

 वीडियो उत्तर देखें

2. केंद्र (1, 2) वाले सभी संकेन्द्री वृत्तों के कुल का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

3. उन सभी वक्रों के समीकरण का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूलबिंदु से होकर जाते हैं तथा केंद्र  $y$ -अक्ष पर स्थित हैं।



वीडियो उत्तर देखें

## दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. बिंदु  $(1, 0)$  से जाने वाले उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके किसी भी बिंदु  $(x, y)$  पर स्पर्श रेखा की

प्रवणता  $\frac{y - 1}{x^2 + x}$  है।

A.  $2x^2 + x - 2 = 0$

B.  $x^2 + x - 2 = 0$

C.  $2x^2 + x + 2 = 0$

D.  $2x^2 - x - 2 = 0$

**Answer: A**



**वीडियो उत्तर देखें**

2. बिंदु (1, 1) से गुजरने वाले उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके किसी बिंदु P (x, y) से खींची गई स्पर्श रेखा,

निर्देशांक अक्षों से A और B पर इस प्रकार मिलती है कि AB का मध्य बिंदु P है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. बिंदु  $(2, 1)$  से जाने वाले उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके किसी भी बिंदु  $(x, y)$  पर स्पर्श रेखा की प्रवणता  $\frac{x^2 + y^2}{2xy}$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. अवकल समीकरण  $y \frac{dy}{dx} + x = C$  निरूपित करता है

:

A. अतिपरवलय के कुल को

B. परवलय के कुल को

C. दीर्घवृत्तो के कुल को

D. व्रतों के कुल को

**Answer:**



**वीडियो उत्तर देखें**

2. वक्र कुल  $x^2 + y^2 - 2ay = 0$ , जहाँ  $a$  एक स्वेच्छ

अचर है का अवकल समीकरण है :

A.  $(x^2 - y^2) \frac{dy}{dx} = 2xy$

B.  $2(x^2 + y^2) \frac{dy}{dx} = xy$

C.  $2(x^2 - y^2) \frac{dy}{dx} = xy$

D.  $(x^2 + y^2) \frac{dy}{dx} = 2xy$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें



3. वक्र कुल  $y = Ax + A^3$  उस अवकल समीकरण के संगत है जिसकी कोटि है :

A. 3

B. 2

C. 1

D. परिभाषित नहीं है

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

4. वह वक्र जिसके लिए किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा की प्रवणता उस बिंदु के  $x$ -अक्ष (भुज) तथा  $y$ -अक्ष (कोटि) के अनुपात के बराबर है वह है-

A. दीर्घवृत्त

B. परवलय

C. वृत्त

D. समकोणीय अतिपरवलय

**Answer:**



**वीडियो उत्तर देखें**

5. वक्र कुल  $y^2 = 4a(x + a)$  का अवकल समीकरण है

A.  $y^2 = 4 \frac{dy}{dx} \left( x + \frac{dy}{dx} \right)$

B.  $2y \frac{dy}{dx} = 4a$

C.  $y \frac{d^2y}{dx^2} - \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 = 0$

D.  $2x \frac{dy}{dx} + y \left( \frac{dy}{dx} \right) = y$

**Answer:**

 वीडियो उत्तर देखें

1.

अवकल

समीकरण

$$(x^2 + xy + 4x + 2y + 4) \frac{dy}{dx} - y^2 = 0, x > 0$$

का हल वक्र, बिंदु (1, 3) से गुजरता है, तो हल वक्र है :

(a) ठीक एक बिंदु पर  $y = x + 2$  को काटता है

(b)  $y = (x + 2)^2$  को काटता है

(c) ठीक दो बिंदु पर  $y = x + 2$  को काटता है

(d)  $y = (x + 3)^2$  को नहीं काटता है



वीडियो उत्तर देखें