

MATHS

BOOKS - YUGBODH AGRAWAL MATHS (HINDI)

अवकल के अनुप्रयोग

उदाहरण

1. व्रत का क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या r के सापेक्ष ज्ञात कीजिए, जब $r = 5$ सेमी है।



वीडियो उत्तर देखें

2. एक गुब्बारा , जो सदैव गोलाकार रहता है, का परिवर्तनशील व्यास $\frac{3}{2}(2x + 1)$ है। x के सापेक्ष आयतन के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें

3. किसी वस्तु की इकाइयों के उत्पादन में कुल लागत $C(x)$ रूपये में ,

$$C(x) = 0.005x^3 - 0.02x^2 + 30x + 5000$$

से प्रदत्त है। सीमांत लागत ज्ञात कीजिए, जब 3 इकाई उत्पादित की जाती है। जहाँ सीमांत लागत से अभिप्राय किसी स्तर पर उत्पादक के सम्पूर्ण लागत में तात्कालिक परिवर्तन की दर है।



वीडियो उत्तर देखें

4. एक कार समय $t = 0$ पर बिन्दु P से चलना प्रारम्भ करके बिन्दु Q पर रुक जाती है। कार द्वारा t सेकण्ड में तय की दूरी, x मीटर में $x = t^2 \left(2 - \frac{t}{3} \right)$ द्वारा प्रदत्त है। कार को Q तक पहुंचने में लगा समय ज्ञात कीजिए तथा P और Q के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

5. एक स्थिर झील में एक पत्थर डाला जाता है और तरंगे व्रतों में 4 सेमी/से. की गति से चलती है। जब वृताकार तरंग की त्रिज्या 10 सेमी है, तो उस क्षण क्षेत्रफल कितनी तेजी से बढ़ रहा है?

 वीडियो उत्तर देखें

6. एक साबुन के गोलीय बुलबुले का त्रिज्या 0.02सेमी/सेकण्ड की दर से बढ़ रही है। इसमें पृष्ठीय क्षेत्रफल में वृद्धि की दर ज्ञात कीजिए जबकि त्रिज्या 5 सेमी है।

A. 3.512

B. 4.512

C. 2.512

D. 5.512

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

7. एक गोलीय गुब्बारे का आयतन 20 m^3 की दर से बढ़ रहा है। बताइये कि जब त्रिज्या 8 सेमी है, तो इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है?



वीडियो उत्तर देखें

8. एक घन का आयतन 9 m^3 कि दर से बढ़ रहा है। यदि इसके कोर की लम्बाई 10 सेमी है, तो इसके पृष्ठ का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है?



वीडियो उत्तर देखें

9. एक घन का आयतन समान दर से बढ़ रहा है। सिद्ध कीजिए कि पृष्ठ में पृष्ठ की परिवर्तन की दर कोर की लम्बाई की व्युत्क्रमानुपाती होती है।

 वीडियो उत्तर देखें

10. एक कण वक्र $6y = x^3 + 2$ के अनुदिश गति कर रहा है। वक्र पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जबकि x -निर्देशांक की तुलना में y -निर्देशांक गुना तीव्रता से बदल रहा है।

 वीडियो उत्तर देखें

11. किसी आयत की लम्बाई x , 5 सेमी/मिनट की दर से घट रही है और चौड़ाई y , 4 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब $x = 8$ सेमी और $y = 6$ सेमी है, तब आयत के (a) परिमाण (b) क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

12. (a) मीटर ऊंचाई का आदमी 6 मीटर ऊंचे बिजली के खंभे से दूर 5 किमी /घण्टा की समान चाल से चलता है। उसकी छाया की लम्बाई की वृद्धि दर ज्ञात कीजिए ।

(b) एक सीधी सड़क पर a ऊंचाई का एक प्रकाश स्तंभ स्थित है। एक लड़का, जिसकी ऊंचाई b है, सड़क पर चल रहा है। लड़के की छाया की लम्बाई किस दर से बढ़ेगी , जबकि वह प्रकाश स्तंभ से C मीटर/मिनट की दर से दूर जा रहा है?



उत्तर देखें

13. एक 5 मीटर लंबी सीढ़ी दीवार के सहारे झुकी है। सीढ़ी का निचे का सिरा , जमीन के अनुदिश , दीवार से 2 सेमी/सेकण्ड की दर से खींचा जाता है। दीवार पर इसकी ऊंचाई किस दर से घट रही है जबकि सीढ़ी के निचे का सिरा दीवार से 4 मीटर दूर है?



वीडियो उत्तर देखें

14. किसी निश्चित आधार b के एक समद्विबाहु त्रिभुज की समान भुजाएँ 3 सेमी/सेकण्ड की दर से घट रही है। उस

समय जब त्रिभुज की समान भुजाएँ ही आधार के बराबर है

उसका क्षेत्रफल कितनी तेजी से घट रही है?

 वीडियो उत्तर देखें

15. एक पाइप से रेत $12 \text{ m}^3 / \text{min}$ की दर से गिर रही है। गिरती रेत जमीन पर एक ऐसा शंकु बनती है जिसकी ऊंचाई सदैव आधार की त्रिज्या का छठा भाग है। रेत से बने शंकु की ऊंचाई किस दर से बढ़ रही है जबकि ऊंचाई 4 सेमी है।

 वीडियो उत्तर देखें

16. पानी की एक टंकी का आकार, ऊर्ध्वाधर अक्ष वाले एक उल्टे लंबवृतीय शंकु है जिसका शीर्ष निचे है। इसका अर्द्धशीर्ष कोण $\tan^{-1}(0.5)$ है। इसमें $5 \text{ m}^3 / \text{min}$ की दर से पानी भरा जाता है। पानी के स्तर के बढ़ने की दर से उस क्षण ज्ञात कीजिए जब टंकी में पानी की ऊंचाई 10मी. है।



वीडियो उत्तर देखें

17. दीर्घवृत्त $16x^2 + 9y^2 = 400$ के किस बिन्दु पर भुज के परिवर्तन की दर में कमी, कोटि में वृद्धि की दर के समान है?



वीडियो उत्तर देखें

18. एक उल्टे शांकवाकार बर्तन की गहराई 10 सेमी है तथा उसके आधार की त्रिज्या 5 सेमी है जिसमें 1.5 घन सेमी // मिनट की दर से पानी डाला जाता है। जब पानी की गहराई 4 सेमी, हो तो ज्ञात कीजिए कि पानी का तल किस दर से बढ़ रहा है?



वीडियो उत्तर देखें

19. कोण x का मान ज्ञात कीजिए, जो कि इसके संगत sine से दुगुना बढ़ता है।



वीडियो उत्तर देखें

20. $f(3.02)$ का सन्निकट मान दशमलव के दो स्थानों तक

ज्ञात कीजिए, जहाँ $f(x) = 3x^2 + 5x + 3$ है।

A. 43.46

B. 44.46

C. 45.46

D. 46.46

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

21. यदि व्रत की त्रिज्या में 5 सेमी से 5.1 सेमी तक वृद्धि होती है, तब उसके क्षेत्रफल में वृद्धि ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

22. यदि $y = x^4 - 12$ और x का मान 2 से 1.99 तक परिवर्तित होता है। y में सन्निकट परिवर्तन क्या है? साथ ही y का परिवर्तित मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

23. x मीटर भुजा वाले घन में 2% की वृद्धि के कारण से घन के आयतन में सन्निकट परिवर्तन ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

24. एक गोले की त्रिज्या 9 सेमी मापी जाती है जिसमें 0.03 मी. की त्रुटि है। इसके आयतन के परिकलन में सन्निकट त्रुटि ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

25. यदि वृताकार धातु की प्लेट गर्म होने पर उसकी त्रिज्या में 2 % की वृद्धि होती है। यदि गर्म होने के पूर्व प्लेट की त्रिज्या 10 सेमी हो, तो क्षेत्रफल में होने वाली सन्निकट वृद्धि को ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

26. घनाकार बॉक्स के आयतन की गणना में प्रतिशत त्रुटि ज्ञात कीजिए, यदि घनाकार बॉक्स के कोर की लम्बाई में 1 % त्रुटि है।



वीडियो उत्तर देखें

27. अवकल का प्रयोग करके $\sqrt{49.5}$ का सन्निकट मान दशमलव के तीन स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

28. अवकल का प्रयोग करके $\sqrt{0.037}$ का सन्निकट मान दशमलव के तीन स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

29. अवकल का प्रयोग करके निम्नलिखित में से प्रत्येक का सन्निकट मान दशमलव के तीन स्थानों तक ज्ञात कीजिए-

$$(i) \sqrt[3]{29}$$

$$(ii) (3.968)^{3/2}$$

$$(iii) (0.999)^{1/10}$$

$$(iv) \left(\frac{17}{81}\right)^{1/4}$$

$$(33)^{-1/5}$$



उत्तर देखें

30. यदि $1^\circ = 0.01745$ हो, तो अवकल का प्रयोग करके $\tan 46^\circ$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

31. अवकल का प्रयोग करके $\log_{10} 10.1$ का मान ज्ञात कीजिए जबकि $\log_{10} e = 0.4343$.

 वीडियो उत्तर देखें

32. यदि $\triangle ABC$ में, भुजा c और कोण C सदैव अचर है जबकि शेष अवयवों में अल्प परिवर्तन करते हैं, तो अवकलज के प्रयोग से दर्शाइये कि-

$$\frac{da}{\cos A} + \frac{db}{\cos B} = 0.$$



उत्तर देखें

प्रश्नावली 14 1

1. व्रत के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या r के सापेक्ष ज्ञात कीजिए जबकि $r = 7$ सेमी है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. एक व्रत की त्रिज्या 0.7 सेमी//सेकण्ड की दर से बढ़ रही है। इसकी परिधि की वृद्धि की दर क्या है, जब $r = 4.9$ सेमी है?

 वीडियो उत्तर देखें

3. एक घन का आयतन 8 cm^3 / सेकण्ड की दर से बढ़ रहा है। पृष्ठ क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है , जबकि इसके कोर की लम्बाई 12 सेमी है ?

 वीडियो उत्तर देखें

4. एक व्रत की त्रिज्या समान रूप से 3 सेमी/सेकण्ड की दर से बढ़ रही है। ज्ञात कीजिए की व्रत का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है, जब त्रिज्या 10 सेमी है?

 वीडियो उत्तर देखें

5. एक परिवर्तनशील घन का किनारा 3सेमी / सेकण्ड की दर से बढ़ रहा है। घन का आयतन किस दर इस बढ़ रहा है, जबकि किनारा 10 सेमी लम्बा है?

 वीडियो उत्तर देखें

6. एक स्थिर झील में एक पत्थर डाला जाता है और तरंगे
व्रतों में 5सेमी / सेकण्ड की गति से चलती है। जब वृताकार
तरंग की त्रिज्या 8 सेमी है, तो उस क्षण , घिरा हुआ क्षेत्रफल
किस दर से बढ़ रहा है?



वीडियो उत्तर देखें

7. एक गुब्बारा जो सदैव गोलाकार रहता है, एक पंप द्वारा
900 ³ गैस प्रति सेकण्ड भरकर फुलाया जाता है।

गुब्बारे की त्रिज्या के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए जब त्रिज्या 15 सेमी है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. एक गुब्बारा जो सदैव गोलाकार रहता है, की त्रिज्या परिवर्तनशील है। त्रिज्या के सापेक्ष आयतन के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए जब त्रिज्या 10 सेमी है।

 वीडियो उत्तर देखें

9. हवा के एक बुलबुले की त्रिज्या $\frac{1}{2}$ सेमी / सेकण्ड की दर से बढ़ रही है। बुलबुले का आयतन किस दर से बढ़ रही है। जबकि त्रिज्या 1 सेमी है?



वीडियो उत्तर देखें

10. एक वस्तु की x इकाइयों के उत्पादन से संबंध कुल लागत

$C(x)$ (रूपये में)

$$C(x) = 0.007x^3 - 0.003x^2 + 15x + 4000$$

से प्रदत्त है। सीमांत लागत ज्ञात कीजिए जबकि 17 इकाइयों का उत्पादन किया जाता है।

 वीडियो उत्तर देखें

11. किसी उत्पाद की x इकाइयों की विक्रय से प्राप्त कुल आय $R(x)$ रूपों में $R(x) = 13x^2 + 26x + 15$ से प्रदत्त है। सीमांत आय ज्ञात कीजिए, जब $x = 7$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. किसी आयत की लम्बाई x , 3 सेमी /मिनट की दर से घट रही और चौड़ाई y , 2 सेमी /मिनट की दर से बढ़ रही है। जब $x = 10$ सेमी और $y = 6$ सेमी है, तब आयत के (a) परिमाण और (b) क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

13. एक वर्ग की भुजा 0.2 सेमी/सेकण्ड की दर से बढ़ रही है। वर्ग के परिमाण में वृद्धि दर ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

14. त्रिज्या r और ऊंचाई h के एक शंक के वक्र पृष्ठ के परिवर्तन की दर उसकी त्रिज्या में परिवर्तन के सापेक्ष ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

15. एक बेलन की त्रिज्या 2 मी. / सेकण्ड की दर से बढ़ रही है तथा उसकी ऊंचाई 3 मी /सेकण्ड की दर से घट रही है। आयतन में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए , जब त्रिज्या 2 मी. और ऊंचाई 5 मी. है।

B. 22

C. 66

D. 88

Answer: D

 वीडियो उत्तर देखें

16. यदि $y = 7x - x^3$ है, वक्र के ढाल ज्ञात कीजिए ,
जबकि $x = 2$.

 वीडियो उत्तर देखें

17. एक शंकु के आकार की कीप से $5 \text{ cm}^3 / \text{sec}$ की दर से पानी का रिसाव हो रहा है। यदि इस कीप की आधार की त्रिज्या 5 सेमी तथा इसकी ऊंचाई 10 सेमी हो , तो पानी का तल किस दर से निचे गिर रहा है, जबकि पानी के तल की ऊंचाई कीप के ऊपरी भाग से 2.5 सेमी पर है।



वीडियो उत्तर देखें

प्रश्नावली 14 2

1. $f(2.01)$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए, जहाँ

$$f(x) = 4x^2 + 5x + 2.$$

 वीडियो उत्तर देखें

2. $f(5.001)$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए, जहाँ

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 15.$$

 वीडियो उत्तर देखें

3. x मीटर भुजा वाले घन की भुजा में 1 % वृद्धि के कारण घन के आयतन में होने वाला सन्निकट परिवर्तन ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

4. x मीटर भुजा वाले घन की भुजा में 1 % हास के कारण घन के पृष्ठ क्षेत्रफल में होने वाला सन्निकट परिवर्तन ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

5. एक गोले की त्रिज्या 7 मीटर मापी जाती है , जिसमे 0.02 सेमी की त्रुटि है। इसके आयतन के परिकलन में सनिकट त्रुटि ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

6. एक गोले की त्रिज्या 9 मीटर मापी जाती है , जिसमे 0.03 सेमी की त्रुटि है। इसके पृष्ठ क्षेत्रफल के परिकलन में सनिकट त्रुटि ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

7. अवकल का प्रयोग करके $\log_e 4.01$ का मान ज्ञात कीजिए जबकि $\log_e 4 = 1.3863$.



वीडियो उत्तर देखें