

## MATHS

### BOOKS - YUGBODH AGRAWAL MATHS (HINDI)

#### संबंध

#### उदाहरण

1. माना  $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  में परिभाषित संबंध  $R$  निम्न है-

$R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ और } x, y \text{ का भाजक है}\}$

ज्ञात कीजिये (i)  $R$ , (ii)  $R$  का प्रांत, (iii)  $R$  का परिसर, (iv)  $R^{-1}$

जाँच कीजिये कि  $R$ , (a) स्वतुल्य, (b) सममित और (c) संक्रामक है या नहीं।



वीडियो उत्तर देखें

2. माना  $R$  प्राकृत संख्याओं पर एक संबंध है, जिसे  $x + 4y = 20$  के द्वारा परिभाषित किया गया है। तब प्रांत और परिसर ज्ञात कीजिये ?

A.  $R$  का प्रांत =  $\{4, 8, 12, 16\}$

$R$  का परिसर =  $\{4, 3, 2, 1\}$

B.  $R$  का प्रांत =  $\{4, 8, 16\}$

$R$  का परिसर =  $\{4, 3, 2, 1\}$

C.  $R$  का प्रांत =  $\{4, 8, 12, 16\}$

$R$  का परिसर =  $\{4, 1\}$

D.  $R$  का प्रांत =  $\{12, 16\}$

$R$  का परिसर =  $\{4, 3\}$

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिये कि समुच्चय  $\{1, 2, 3\}$  में  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य है परन्तु न तो सममित है और न संक्रामक है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिये कि समुच्चय  $\{1, 2, 3\}$  में  $R = \{(1, 2), (2, 1)\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध  $R$  सममित है किन्तु न तो स्वतुल्य है और न संक्रामक है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. मान लीजिये कि  $L$  किसी समतल में स्थित समस्त रेखाओं का एक समुच्चय है तथा  $R = \{(L_1, L_2) : L_1, L_2 \text{ पर लंब है}\}$  समुच्चय  $L$  में परिभाषित एक संबंध है। सिद्ध कीजिये कि  $R$  सममित है किन्तु यह न तो स्वतुल्य है और न ही संक्रामक है।



वीडियो उत्तर देखें

6. जाँच कीजिये कि क्या समुच्चय  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  में  $R = \{(a, b) : b = a + 1\}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$  स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है??

A. संबंध  $R$  स्वतुल्य हैं परंतु सममित और संक्रामक नहीं है

B. संबंध  $R$  स्वतुल्य, सममित और संक्रामक नहीं है

C. संबंध  $R$  स्वतुल्य और सममित नहीं है परंतु संक्रामक है

D. संबंध  $R$  स्वतुल्य और संक्रामक नहीं है परंतु सममित है

**Answer: B**

 वीडियो उत्तर देखें

7. निर्धारित कीजिये कि क्या संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है:

समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, \dots, 13, 14\}$  में संबंध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है कि

$$R = \{(x, y) : 3x - y = 0\}$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. निर्धारित कीजिये कि क्या संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है:

प्राकृत संख्याओं के समुच्चय  $N$  में तथा  $R = \{(x, y) : y = x + 5$   
तथा  $x < 4\}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$

 वीडियो उत्तर देखें

9. निर्धारित कीजिये कि क्या संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है:

समस्त पूर्णको के समुच्चय  $Z$  में  $R = \{(x, y) : x - y \text{ एक पूर्णक है}\}$   
द्वारा परिभाषित संबंध  $R$

 वीडियो उत्तर देखें

10. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  में एक संबंध  $R_1$  इस प्रकार परिभाषित है कि  $(a, b) \in R_1 \Leftrightarrow 1 + ab > 0$  सभी  $a, b \in R$  के लिए। दर्शाइए कि  $R_1$  स्वतुल्य है और सममित है परन्तु संक्रामक नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

11. सिद्ध कीजिये कि  $R$  में  $R = \{(a, b) : a \leq b\}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$  स्वतुल्य तथा संक्रामक है किन्तु सममित नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. जाँच कीजिये कि क्या  $R$  में  $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$  द्वारा परिभाषित संबंध स्वतुल्य, सममित अथवा संक्रामक है?

 वीडियो उत्तर देखें

13. प्राकृत संख्याओं के समुच्चय  $N$  में एक संबंध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है कि-

$$xRy \Leftrightarrow 2x^2 - 3xy + y^2 = 0$$

दर्शाए कि संबंध  $R$  सममित नहीं है परन्तु स्वतुल्य है।

 वीडियो उत्तर देखें

14. माना  $S$  एक अरिक्त समुच्चय है और घात समुच्चय है।  $P(S)$  में एक संबंध  $R$  इस प्रकार परिभाषित करते हैं कि  $ARB \Leftrightarrow A \subset B \forall A, B \in P(S)$ . जाँच कीजिये कि  $R$  (i) स्वतुल्य, (ii) सममित, (iii) प्रतिसममित, (iv) संक्रामक है।

 उत्तर देखें

15. निर्धारित कीजिये कि क्या निम्नलिखित संबंधो में प्रत्येक स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है। किसी विशेष समय में किसी नगर के निवासियों के समुच्चय A में निम्नलिखित संबंध R है-

(i)  $R = \{(x, y) : x \text{ तथा } y \text{ एक ही स्थान पर कार्य करते हैं}\}$

(ii)  $R = \{(x, y) : x, y \text{ के पिता हैं}\}$



वीडियो उत्तर देखें

16. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिये, जो

(i) स्वतुल्य और संक्रामक हो किन्तु सममित न हो।

(ii) सममित और संक्रामक हो किन्तु स्वतुल्य न हो।

(iii) स्वतुल्य और सममित हो किन्तु संक्रामक न हो।

(iv) सममित हो परन्तु न तो स्वतुल्य हो और न संक्रामक न हो।

(v) संक्रामक हो परन्तु न स्वतुल्य हो और न सममित हो।

(vi) स्वतुल्य हो परन्तु न सममित हो और न संक्रामक हो।

(vii) न स्वतुल्य हो, न सममित हो और न संक्रामक हो।

 वीडियो उत्तर देखें

17. माना  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  है तथा  $X$  में  $R_1 = \{(x, y) : x - y \text{ संख्या } 3 \text{ से भाज्य है}\}$  द्वारा प्रदत्त एक संबंध  $R_1$  है

तथा  $R_2 = \{(x, y) : \{x, y\} \subset \{1, 4, 7\} \text{ या}$

$\{x, y\} \subset \{2, 5, 8\} \text{ या } \{x, y\} \subset \{3, 6, 9\}\}$

 वीडियो उत्तर देखें

18. माना  $A = \{1, 2, 3\}$  है। तब सिद्ध कीजिये कि ऐसे संबंधो की संख्या तीन है, जिनमे  $(1, 2)$  और  $(2, 3)$  है और जो स्वतुल्य तथा संक्रामक तो है

किन्तु सममित नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

19. माना  $T$  किसी समतल में स्थित समस्त त्रिभुजों का एक समुच्चय है।

समुच्चय  $T$  में  $R = \{(T_1, T_2) : T_1, T_2 \text{ के सर्वांगसम है}\}$  एक संबंध है।

सिद्ध कीजिये कि  $R$  एक तुल्यता संबंध है।



वीडियो उत्तर देखें

20. माना  $XY$ - तल में स्थित समस्त रेखाओं का समुच्चय  $L$  है और  $L$  में  $R$

$= \{(L_1, L_2) : L_1, \text{ समांतर है } L_2 \text{ के}\}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$  है। सिद्ध

कीजिये कि  $R$  एक तुल्यता संबंध है। रेखा  $y = 2x + 4$  से संबंधित

समस्त रेखाओं का समुच्चय ज्ञात कीजिये।

21. माना  $f: X \rightarrow Y$  एक फलन है।  $X$  में  $R = \{(a, b) : f(a) = f(b)\}$  द्वारा प्रदत्त एक संबंध  $R$  परिभाषित है। जाँच कीजिये कि क्या  $R$  एक तुल्यता संबंध है?

- A. हाँ
- B. नहीं
- C. कुछ भी नहीं कहा जा सकता है
- D. इनमे से कोई नहीं

**Answer: A**

22. सिद्ध कीजिये कि समस्त त्रिभुजों के समुच्चय A में  $R = \{ (T_1, T_2) : T_1, T_2 \text{ के समरूप हैं} \}$  द्वारा परिभाषित संबंध R एक तुल्यता संबंध है। भुजाओं 3, 4, 5 वाले समकोण त्रिभुज  $T_1$ , भुजाओं 5, 12, 13 वाले समकोण त्रिभुज  $T_2$  तथा भुजाओं 6, 8, 10 वाले समकोण त्रिभुज  $T_3$  पर विचार कीजिये।  $T_1, T_2$  और  $T_3$  में से कौन-से त्रिभुज परस्पर संबंधित हैं?



वीडियो उत्तर देखें

23. सिद्ध कीजिये कि समस्त बहुभुजों के समुच्चय A में,  $\{ R = (P_1, P_2) : P_1 \text{ तथा } P_2 \text{ की भुजाओं की संख्या समान हैं} \}$  प्रकार से परिभाषित संबंध R एक तुल्यता संबंध है। 3, 4 और 5 लंबाई की बहुभुजों वाले समकोण त्रिभुज से संबंधित समुच्चय A के सभी अवयवों का समुच्चय ज्ञात कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें

24. सिद्ध कीजिए कि  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  में,  $R = \{(a, b) : |a - b| \text{ सम है}\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध  $R$  एक तुल्यता संबंध है। प्रमाणित कीजिए कि  $\{1, 3, 5\}$  के सभी अवयव एक-दूसरे से संबंधित हैं और समुच्चय  $\{2, 4\}$  के सभी अवयव एक-दूसरे से संबंधित हैं परन्तु  $\{1, 3, 5\}$  का कोई भी अवयव  $\{2, 4\}$  के किसी अवयव से संबंधित नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

25. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय  $A = \{x \in \mathbb{Z} : 0 \leq x \leq 12\}$  में परिभाषित संबंध  $R = \{(a, b) : |a - b|, 4 \text{ का एक गुणज है}\}$  एक तुल्यता संबंध है। 1 से संबंधित सभी अवयवों को ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

26. माना समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  में  $R = \{(a, b) : a$  तथा  $b$  दोनों ही या तो विषम है या सम है} द्वारा परिभाषित एक संबंध है। सिद्ध कीजिए कि  $R$  एक तुल्यता संबंध है। साथ ही सिद्ध कीजिए कि उपसमुच्चय  $\{1, 3, 5, 7\}$  के सभी अवयव एक-दूसरे से संबंधित हैं, और उपसमुच्चय  $\{2, 4, 6\}$  के सभी अवयव एक-दूसरे से संबंधित हैं, परन्तु उपसमुच्चय  $\{1, 3, 5, 7\}$  का कोई भी अवयव उपसमुच्चय  $\{2, 4, 6\}$  के किसी भी अवयव से संबंधित नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

27. पूर्णांक संख्याओं के समुच्चय  $Z$  में एक संबंध  $R = \{(a, b) : 3, a - b$  को विभाजित करता है} परिभाषित है। दर्शाइए कि

$R, Z$  में एक तुल्यता संबंध है। साथ ही  $Z$  को असंयुक्त तुल्यता वर्गों के रूप में व्यक्त कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

28. सिद्ध कीजिए कि पूर्णांक संख्याओं के समुच्चय  $Z$  पर परिभाषित संबंध  $xRy \Leftrightarrow x - y, n$  से विभाजित होता है, एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

29. सिद्ध कीजिए कि किसी समतल में स्थित बिन्दुओं के समुच्चय में,  $R$   $\{(P, Q) : \text{बिंदु } P \text{ कि मूलबिंदु से दूरी, बिंदु } Q \text{ कि मूलबिंदु से दूरी के समान है}\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध  $R$  एक तुल्यता संबंध है। पुनः सिद्ध कीजिए कि बिंदु

$P \neq (0, 0)$  से संबंधित सभी बिन्दुओं का समुच्चय  $P$  से होकर जाने वाले एक ऐसे वृत्त को निरूपित करता है, जिसका केंद्र मूलबिंदु पर है।

 वीडियो उत्तर देखें

30. सिद्ध कीजिए कि  $N \times N$  में परिभाषित संबंध  
 $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$  सभी  
 $(a, b), (c, d) \in N \times N$  के लिए एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

31. माना समुच्चय  $A$  में धन पूर्णाकों के क्रमित युग्मों का एक संबंध  $R$ ,  
 $(x, y) R (u, v)$  यदि और केवल यदि  $xv = yu$  द्वारा परिभाषित है। सिद्ध  
कीजिए कि  $R$  एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

32. यदि  $R$  और  $S$  समुच्चय  $A$  में तुल्यता संबंध है, तो सिद्ध कीजिए कि  $R \cap S$  भी एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

33. दर्शाइए कि दो तुल्यता संबंधों का सर्वनिष्ठ एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

34. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय  $\{1, 2, 3\}$  में  $(1, 2)$  और  $(2, 1)$  को अंतर्विष्ट करने वाली तुल्यता संबंधों की संख्या 2 है।

 वीडियो उत्तर देखें

35. दर्शाइए कि पूर्णाकों के समुच्चय  $Z$  में  $R = \{(a, b) : 2, (a - b)\}$  को विभाजित करती है} द्वारा प्रदत्त संबंध एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 11

1. माना समुच्चय  $A = \{1, 3, 5, 7\}$  में एक संबंध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है कि  $R = \{(x, y) : y = x + 2\}$ . संबंध  $R$  को क्रमित युग्मों के समुच्चय के रूप में लिखिए।

$$A. R = \{(1, 3), (3, 5), (5, 4)\}$$

$$B. R = \{(1, 3), (3, 9), (5, 7)\}$$

$$C. R = \{(1, 8), (3, 5), (5, 7)\}$$

$$D. R = \{(1, 3), (3, 5), (5, 7)\}$$

**Answer: D**



**वीडियो उत्तर देखें**

2. यदि  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , तब समुच्चय A में परिभाषित निम्न संबंधो

$$(i) xRy \Leftrightarrow x - y > 0,$$

$$(ii) xRy \Leftrightarrow x + y < 0$$

के प्रांत व परिसर ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

3. माना प्राकृत संख्याओं के समुच्चय  $N$  पर परिभाषित संबंध ऐसा है कि  $R = \{(x, y) : x \in N, y \in N, \text{ और } 2x + y = 41\}$  तो  $R$  के प्रांत व परिसर ज्ञात कीजिए। जाँच कीजिए कि  $R$  (i) स्वतुल्य, (ii) सममित, (iii) संक्रामक है।



वीडियो उत्तर देखें

4. माना  $R = \{(a, a^3) : a, 10 \text{ से छोटी अभाज्य संख्या है}\}$  तब ज्ञात कीजिए-

(i)  $R$

(ii)  $R$  का प्रांत

(iii)  $R$  का परिसर।

$$A. R = \{(2, 8), (3, 27), (5, 125), (7, 343)\}$$

$$R \text{ का प्रांत} = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$R \text{ का परिसर} = \{8, 27, 125, 343\}$$

$$B. R = \{(2, 8), (5, 125), (7, 343)\}$$

$$R \text{ का प्रांत} = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$R \text{ का परिसर} = \{8, 27, 125, 343\}$$

$$C. R = \{(2, 8), (3, 27), (5, 125), (7, 343)\}$$

$$R \text{ का प्रांत} = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$R \text{ का परिसर} = \{8, 125, 343\}$$

$$D. R = \{(2, 8), (3, 27), (5, 125), (7, 343)\}$$

$$R \text{ का प्रांत} = \{2, 3\}$$

$$R \text{ का परिसर} = \{8, 27, 125, 343\}$$

**Answer: A**

 वीडियो उत्तर देखें

5. निम्न संबंध के लिए प्रांत व परिसर ज्ञात कीजिए-

$$R = \{(a, b) : b = |a - 1|, a \in \mathbb{Z} \text{ और } |a| \leq 3\}$$

 वीडियो उत्तर देखें

6. दर्शाइए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $\mathbb{R}$  में

$$R = \{(a, b) : a^2 + b^2 = 1\}$$
 द्वारा परिभाषित संबंध सममित है

परन्तु न तो स्वतुल्य है और न ही संक्रामक है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. जाँच कीजिए कि क्या निम्नलिखित संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य सममित तथा संक्रामक है:

(i) समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  में  $R = \{(x, y): y \text{ भाज्य है } x \text{ से}\}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$  है।

(ii) शून्येतर परिमेय संख्याओं के समुच्चय  $Q_0$  में परिभाषित संबंध  $(a, b) \in R \Leftrightarrow a = \frac{1}{b}$

(iii) वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  में परिभाषित संबंध  $(a, b) \in R \Leftrightarrow a^2 - 4ab + 3b^2 = 0$

 उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिये कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  में  $R = \{(a, b): a \leq b^2\}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$  न तो स्वतुल्य है, न सममित है और न ही संक्रामक है।



वीडियो उत्तर देखें

9. जाँच कीजिये कि प्राकृत संख्याओं के समुच्चय  $N$  में  $R = \{ (x, y) : x, y \in N \text{ और } x, y \text{ को विभाजित करता है} \}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$  स्वतुल्य, सममित, प्रति-सममित या संक्रामक है।



वीडियो उत्तर देखें

10. दर्शाइए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  में परिभाषित संबंध ' $\leq$ ' स्वतुल्य और संक्रामक है परन्तु सममित नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

11. यदि किसी विशेष समय पर किसी नगर के निवासियों का समुच्च A है। जाँच कीजिये कि A में परिभाषित निम्नलिखित संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य, सममित और संक्रामक है-

(i)  $R = \{(x,y) : x \text{ तथा } y \text{ एक ही मोहल्ले में रहते हैं}\}$

(ii)  $R = \{(x,y) : x, y \text{ से ठीक-ठीक } 7 \text{ सेमी लंबा है}\}$

(iii)  $R = \{(x,y) : x,y \text{ की पत्नी है}\}$



वीडियो उत्तर देखें

12. माना S समतल के सभी बिन्दुओं का समुच्चय है और R, S पर परिभाषित संबंध इस प्रकार है कि  $R = \{(P, Q) : P \text{ और } Q \text{ के बिच की दूरी } 2 \text{ इकाई से कम है}\}$

दर्शाए कि R स्वतुल्य और सममित है परन्तु संक्रामक नहीं।



वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 1 2

1. सिद्ध कीजिये कि पूर्णको के समुच्चय  $Z$  में परिभाषित संबंध  $R$ ,  $(a, b) \in R \Leftrightarrow a - b, 5$  से विभाज्य है, एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिये कि किसी कॉलेज के पुस्तकालय की समस्त पुस्तकों के समुच्चय  $A$  में  $R = \{(x,y) : x \text{ तथा } y \text{ में पेजों की संख्या समान है}\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध  $R$  एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. माना  $Z$  पूर्णक संख्याओं का समुच्चय है। दर्शाइए की संबंध  $R = \{(a, b) : a, b \in Z \text{ और } a + b \text{ सम है}\}$ ,  $Z$  पर एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिये कि समुच्चय  $A = \{x \in Z, 0 \leq x \leq 12\}$  में प्रदत्त संबंध  $R = \{(a, b) : a = b\}$  एक तुल्यता संबंध है। 1 से संबंधित अवयवों की ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

5. माना  $R = \{(a, b) : a, b \in Z \text{ और } a - b \text{ सम है}\}$ । दर्शाइए कि संबंध  $R$  समुच्चय  $Z$  में तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिये कि समुच्चय  $A = \{5, 6, 7, 8, 9\}$  में प्रदत्त संबंध से विभाज्य है} एक तुल्यता संबंध है। 6 से संबंधित अवयवों को ज्ञात कीजिये।

 उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिये कि शून्येत्तर पूर्णको के समुच्चय  $Z_0$  में प्रदत्त संबंध  $R$ , जहाँ  $xRy$  यदि और केवल यदि  $x^y = y^x$  सभी  $x, y, \in Z_0$  के लिए, एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. यदि  $\mathbb{Q}$  परिमेय संख्याओं का समुच्चय है और  $\mathbb{Q}$  में एक संबंध  $R$  परिभाषित है,  $xRy \Leftrightarrow |x - y| \leq \frac{1}{2}$  तब दर्शाइए कि  $R$  एक तुल्यता संबंध नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

## वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  में परिभाषित संबंध  $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ और } x + 2y = 6\}$  का प्रांत है-

A.  $\{2, 4\}$

B.  $\{2, 1\}$

C.  $\phi$

D.  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

2. समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  में

$R = \{(a, b) : |a^2 - b^2| < 16\}$  द्वारा परिभाषित संबंध है-

A.  $\{(1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (2, 3)\}$

B.  $\{(2, 2), (3, 2), (4, 2), (2, 4)\}$

C.  $\{(3, 3), (4, 3), (5, 4), (3, 4)\}$

D. इनमे से कोई नहीं।

**Answer: D**

 वीडियो उत्तर देखें

3. समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  में परिभाषित संबंध  $R = \{(1, 2), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (1, 3), (3, 3), (3, 2)\}$  है-

- A. R स्वतुल्य और सममित परन्तु संक्रामक नहीं
- B. R स्वतुल्य और संक्रामक परन्तु सममित नहीं
- C. R सममित और संक्रामक परन्तु स्वतुल्य नहीं
- D. R तुल्यता संबंध है।

**Answer: B**

 वीडियो उत्तर देखें

4. माना  $R$  समुच्चय  $N$  में एक संबंध

$R = \{(a, b) : a = b - 2, b > 6\}$  है, तब:

A.  $(2, 4) \in R$

B.  $(3, 8) \in R$

C.  $(6, 8) \in R$

D.  $(8, 7) \in R$

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

5.  $Z$  पर परिभाषित निम्नलिखित में से कौन-सा संबंध तुल्यता संबंध नहीं है-

A.  $aRb \Leftrightarrow a + b$  एक सम पूर्णांक है

B.  $aRb \Leftrightarrow a - b$  एक सम पूर्णांक है

C.  $aRb \Leftrightarrow a < b$

D.  $aRb \Leftrightarrow a = b$

**Answer: C**

 उत्तर देखें

6. माना  $R = \{(1, 3), (4, 2), (2, 4), (2, 3), (3, 1)\}$  समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  पर एक संबंध है, तब संबंध  $R$  है-

A. सममित नहीं

B. संक्रामक

C. स्वतुल्य

D. इनमे से कोई नहीं।

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

7. माना  $A = \{1, 2, 3\}$ , तब  $(1, 2)$  को अंतर्विष्ट करने वाला तुल्यता संबंधों की संख्या है-



वीडियो उत्तर देखें

1. मान लीजिए कि  $A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$  तथा  $A \times A$  में  $(a, b), (c, d)$  के लिए  $(a,b) R(c,d)$  यदि और केवल यदि  $a + d = b + c$  द्वारा परिभाषित  $R$  एक सम्बन्ध है। सिद्ध कीजिए कि  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है तथा तुल्यता-वर्ग  $[(2,5)]$  भी प्राप्त (ज्ञात) कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

2. यदि  $N$  प्रकृतिय सख्याओ का समुच्चय है तथा समुच्चय  $N \times N$  पर सम्बन्ध  $R$  जो इस प्रकार परिभाषित है  $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ad = cd$ , तो सिद्ध कीजिए कि सम्बन्ध  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है।



वीडियो उत्तर देखें

3. माना  $N$  प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है और एक संबंध  $R$  समुच्चय  $N \times N$  में  $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ad(b + c) = bc(a + d)$  द्वारा परिभाषित है। दर्शाइए कि  $R$  एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. यदि  $R$  समुच्चय  $A$  में एक तुल्यता संबंध है, तो दर्शाइए कि  $R^{-1}$  भी  $A$  में तुल्यता संबंध होता है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. उदाहरण द्वारा दर्शाइए कि दो तुल्यता संबंधों का संघ आवश्यक रूप से तुल्यता संबंध नहीं होता है।

 वीडियो उत्तर देखें

 उत्तर देखें

## दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय  $\{1, 2, \}$  में  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य है परन्तु न तो सममित है और न संक्रामक है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय  $\{1, 2, 3\}$  में  $R = \{(1, 2), (2, 1)\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य है परन्तु न तो सममित है और न संक्रामक है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. मान लीजिए कि  $L$  किसी समतल में स्थित समस्त रेखाओं का एक समुच्चय है तथा  $R\{(L_1, L_2) : L_1, L_2 \}$  समुच्चय  $L$  में परिभाषित एक संबंध है। सिद्ध कीजिए कि  $R$  सममित है किन्तु यह न तो स्वतुल्य है और न ही संक्रामक है।



वीडियो उत्तर देखें

4. जाँच कीजिए कि क्या समुच्चय  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  में  $R = \{(a, b) : b = a + 1\}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$  स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है।

A. स्वतुल्य, सममित और संक्रामक हैं

B. स्वतुल्य है लेकिन सममित और संक्रामक नहीं हैं

C. स्वतुल्य, सममित है लेकिन संक्रामक नहीं हैं

D. स्वतुल्य, सममित और संक्रामक नहीं हैं

**Answer: D**

 वीडियो उत्तर देखें

5. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है:

(i ) समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, \dots, 13, 14\}$  में संबंध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है कि  $R = \{(x, y) : 3x - y = 0\}$ .

 वीडियो उत्तर देखें

6. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है:

प्राकृत संख्याओं के समुच्चय  $N$  में

$R = \{(x, y) : y = x + 5 \quad x < 4\}$  द्वारा परिभाषित संबंध

$R$



वीडियो उत्तर देखें

7. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है:

समस्त पूर्णाकों के समुच्चय  $Z$  में

$R = \{(x, y) : x - y$   $\}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$



वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिए कि  $R$  में  $F\{(a, b) : a \leq b\}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$  स्वतुल्य तथा संक्रामक है किन्तु सममित नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

9. जाँच कीजिए कि क्या  $R$  में  $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$  द्वारा परिभाषित संबंध स्वतुल्य सममित अथवा संक्रमित है?

 वीडियो उत्तर देखें

10. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित संबंधों में प्रत्येक स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है। किसी विशेष समय में किसी नगर के

निवासियों के समुच्चय A में निम्नलिखित संबंध R है -

(i)  $R = \{(x, y) : x \text{ और } y \text{ एक ही स्थान पर कार्य करते हैं।}\}$

(ii)  $R = \{(x, y) : x, y \text{ के पिता हैं।}\}$



वीडियो उत्तर देखें

11. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिए, जो

(i) स्वतुल्य और संक्रामक हो किन्तु सममित न हो ।



वीडियो उत्तर देखें

12. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिए, जो

(ii) स्वतुल्य और संक्रामक हो किन्तु स्वतुल्य न हो ।



वीडियो उत्तर देखें

13. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिए, जो

(iii) स्वतुल्य और सममित हो किन्तु संक्रामक न हो।

 वीडियो उत्तर देखें

14. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिए, जो

(iv) सममित हो परन्तु न तो स्वतुल्य हो और न संक्रामक हो।

 वीडियो उत्तर देखें

15. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिए, जो

(v) संक्रामक हो परन्तु न स्वतुल्य हो और न सममित हो।

 वीडियो उत्तर देखें

 वाडिया उत्तर देखें

16. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिए, जो

(vi) स्वतुल्य हो परन्तु न सममित हो और न संक्रामक हो।

 वीडियो उत्तर देखें

17. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिए, जो

(vii) न स्वतुल्य हो, न सममित हो और न संक्रामक हो।

 वीडियो उत्तर देखें

18. सिद्ध कीजिए कि पूर्णाकों के समुच्चय  $z$  में  $R = \{$

$(a, b) : 2, (a - b) \text{ को विभाजित करती है } \}$  द्वारा प्रदत्त

संबंध एक तुल्यता संबंध है।



वीडियो उत्तर देखें

19. सिद्ध कीजिए कि  $N \times N$  में परिभाषित संबंध

$$(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c \quad (a, b)(c, d) \in N \times N$$

के लिए एक तुल्यता संबंध है।



वीडियो उत्तर देखें

20. सिद्ध कीजिए कि  $f(x) = 2x$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: R \rightarrow R$

एकैकी तथा आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें

21. सिद्ध कीजिए कि  $f(x) = 2x$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: N \rightarrow N$  एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

22. सिद्ध कीजिए कि निम्न परिभाषित फलन  $f: N \rightarrow N$  एकैकी तथा आच्छादक दोनों ही है।

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \\ x - 1, & x \end{cases}$$

 वीडियो उत्तर देखें

23. माना समस्त  $n \in N$  के लिए,

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2}, & n \\ \frac{n}{2}, & n \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित एक फलन  $f: N' \rightarrow N$  है। बताइए कि क्या फलन  $f$  एकैकी आच्छादक (bijective) है। अपने उत्तर का औचित्य भी बताइए।

 वीडियो उत्तर देखें

24. माना  $f: \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{3, 4, 5, 9\}$  और  $g: \{3, 4, 5, 9\} \rightarrow \{7, 11, 15\}$  दो फलन इस प्रकार हैं कि  $f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = f(5) = 5$  और  $g(3) = g(4) = 7$  तथा  $g(5) = g(9) = 11$ , तो  $g \circ f$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

25. यदि  $f: R \rightarrow R$  तथा  $g: R \rightarrow R$  फलन क्रमशः

$f(x) = \cos x$  तथा  $g(x) = 3x^2$  द्वारा परिभाषित है, तो  $g \circ f$  और

$f \circ g$  ज्ञात कीजिए। सिद्ध कीजिए कि -

$g \circ f \neq f \circ g$ .



वीडियो उत्तर देखें

26. यदि  $f: R \rightarrow R$ , जहाँ  $f(x) = x^2 - 3x + 2$  द्वारा परिभाषित

है, तो  $f[f(x)]$  ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

27.  $f(x) = 4x + 3$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: R \rightarrow R$  पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है।  $f$  का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

28.  $f(x) = x^2 + 4$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: R^+ \rightarrow [4, \infty)$  पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि व्युत्क्रमणीय है तथा  $f$  का प्रतिलोम  $f^{-1}(y) = \sqrt{y - 4}$  द्वारा प्राप्त होता है, जहाँ  $R^+$  सभी ऋणोत्तर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

 वीडियो उत्तर देखें

29. माना  $Y = \{n^2 : n \in N\} \subset N$  है। फलन  $f: N \rightarrow Y$ , जहाँ  $f(n) = n^2$  द्वारा परिभाषित है। सिद्ध कीजिए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है।  $f$  का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

30. सिद्ध कीजिए कि  $f: [-1, 1] \rightarrow R, f(x) = \frac{x}{x+2}$  द्वारा प्रदत्त फलन एकैकी है। फलन  $f: [-1, 1] \rightarrow (f \text{ का परिसर})$  का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

31. यदि  $f(x) = \frac{4x + 3}{6x - 4}$ ,  $x \in R$  तो सिद्ध कीजिए कि  $x \neq \frac{2}{3}$  के लिए  $f(0)f(x) = x$  है  $f$  का प्रतिलोम फलन क्या है?

 वीडियो उत्तर देखें

32. यदि  $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: R_+ \rightarrow [-5, \infty]$  पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि व्युत्क्रमणीय है तथा  $f^{-1}(y) = \frac{\sqrt{y+6} - 1}{3}$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

33. सिद्ध कीजिए कि प्रदत्त  $a * b = a + 2b$  द्वारा  $* : R \times R \rightarrow R$  साहचर्य नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

34. सिद्ध कीजिए कि  $a * b = a + 2b$  द्वारा प्रदत्त

$* : R \times R \rightarrow R$  कर्मविनिमय नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

35. मान लीजिए कि  $A = R - \{3\}$  तथा  $B = R - \{1\}$  हैं

$f(x) = \frac{x - 2}{x - 3}$  द्वारा परिभाषित फलन  $f: A \rightarrow B$  पर विचार

कीजिए। क्या  $f$  एकैकी तथा आच्छादक है। अपने उत्तर का औचित्य भी बताइए।

 वीडियो उत्तर देखें

36. माना  $R$ ,  $N \times N$  पर  $(a,b) R (c,d)$  यदि

$ad(b + c) = bc(a + d)$  द्वारा परिभाषित एक सम्बन्ध है। दिखाइए

कि  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है।



वीडियो उत्तर देखें