



MATHS

BOOKS - YUGBODH AGRAWAL MATHS (HINDI)

संबंध और फलन

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, \}$ में $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य है परन्तु न तो सममित है और न संक्रामक है।



वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $R = \{(1, 2), (2, 1)\}$

द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य है परन्तु न तो सममित है और न संक्रामक है।



वीडियो उत्तर देखें

3. मान लीजिए कि L किसी समतल में स्थित समस्त रेखाओं का एक

समुच्चय है तथा $R\{(L_1, L_2) : L_1, L_2 \text{ समतल में स्थित रेखाएँ}\}$ समुच्चय L में

परिभासित एक संबंध है। सिद्ध कीजिए कि R सममित है किन्तु यह न तो

स्वतुल्य है और न ही संक्रामक है।



वीडियो उत्तर देखें

4. जाँच कीजिए कि क्या समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में $R = \{(a, b) : b = a + 1\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है।

- A. स्वतुल्य, सममित और संक्रामक हैं
- B. स्वतुल्य है लेकिन सममित और संक्रामक नहीं हैं
- C. स्वतुल्य, सममित है लेकिन संक्रामक नहीं हैं
- D. स्वतुल्य, सममित और संक्रामक नहीं हैं

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

5. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है:

(i) समुच्चय $A = \{1, 2, 3, \dots, 13, 14\}$ में संबंध R इस प्रकार परिभाषित है कि $R = \{(x, y) : 3x - y = 0\}$.

 वीडियो उत्तर देखें

6. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है:

प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N में

$R = \{(x, y) : y = x + 5 \quad x < 4\}$ द्वारा परिभाषित संबंध

R

 वीडियो उत्तर देखें

7. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है:

समस्त पूर्णाकों के समुच्चय Z में

$R = \{(x, y) : x - y \text{ } \}$ द्वारा परिभाषित संबंध R

.



वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिए कि R में $F\{(a, b) : a \leq b\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R

स्वतुल्य तथा संक्रामक है किन्तु सममित नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

9. जाँच कीजिए कि क्या R में $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$ द्वारा परिभाषित संबंध स्वतुल्य सममित अथवा संक्रमित है?

 वीडियो उत्तर देखें

10. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित संबंधों में प्रत्येक स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है। किसी विशेष समय में किसी नगर के निवासियों के समुच्चय A में निम्नलिखित संबंध R है -

(i) $R = \{(x, y) : x \text{ } y \text{ एक ही स्थान पर कार्य करते हैं।}\}$

(ii) $R = \{(x, y) : x, y \text{ के पिता हैं।}\}$

 वीडियो उत्तर देखें

11. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिए, जो

(i) स्वतुल्य और संक्रामक हो किन्तु सममित न हो ।

 वीडियो उत्तर देखें

12. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिए, जो

(ii) स्वतुल्य और संक्रामक हो किन्तु स्वतुल्य न हो ।

 वीडियो उत्तर देखें

13. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिए, जो

(iii) स्वतुल्य और सममित हो किन्तु संक्रामक न हो।

 वीडियो उत्तर देखें

14. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिए, जो

(iv) सममित हो परन्तु न तो स्वतुल्य हो और न संक्रामक हो।



वीडियो उत्तर देखें

15. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिए, जो

(v) संक्रामक हो परन्तु न स्वतुल्य हो और न सममित हो।



वीडियो उत्तर देखें

16. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिए, जो

(vi) स्वतुल्य हो परन्तु न सममित हो और न संक्रामक हो।



वीडियो उत्तर देखें

17. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिए, जो

(vii) न स्वतुल्य हो, न सममित हो और न संक्रामक हो।

 वीडियो उत्तर देखें

18. सिद्ध कीजिए कि पूर्णाकों के समुच्चय z में $R = \{ (a, b) : 2, (a - b) \text{ को विभाजित करती है } \}$ द्वारा प्रदत्त संबंध एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

19. सिद्ध कीजिए कि $N \times N$ में परिभाषित संबंध

$$(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c \quad (a, b)(c, d) \in N \times N$$

के लिए एक तुल्यता संबंध है।



वीडियो उत्तर देखें

20. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = 2x$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \rightarrow R$

एकैकी तथा आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें

21. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = 2x$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: N \rightarrow N$

एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।



 वीडियो उत्तर देखें

22. सिद्ध कीजिए कि निम्न परिभाषित फलन $f: N \rightarrow N$ एकैकी तथा आच्छादक दोनों ही है।

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \\ x - 1, & x \end{cases}$$

 वीडियो उत्तर देखें

23. माना समस्त $n \in N$ के लिए,

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2}, & n \\ \frac{n}{2}, & n \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित एक फलन $f: N' \rightarrow N$ है। बताइए कि क्या फलन f एकैकी आच्छादक (bijective) है। अपने उत्तर का औचित्य भी बताइए।

 वीडियो उत्तर देखें

24. माना $f: \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{3, 4, 5, 9\}$ और $g: \{3, 4, 5, 9\} \rightarrow \{7, 11, 15\}$ दो फलन इस प्रकार हैं कि $f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = f(5) = 5$ और $g(3) = g(4) = 7$ तथा $g(5) = g(9) = 11$, तो $g \circ f$ ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

25. यदि $f: R \rightarrow R$ तथा $g: R \rightarrow R$ फलन क्रमशः $f(x) = \cos x$ तथा $g(x) = 3x^2$ द्वारा परिभाषित है, तो $g \circ f$ और $f \circ g$ ज्ञात कीजिए। सिद्ध कीजिए कि -
 $g \circ f \neq f \circ g$.

 वीडियो उत्तर देखें

26. यदि $f: R \rightarrow R$, जहाँ $f(x) = x^2 - 3x + 2$ द्वारा परिभाषित है, तो $f[f(x)]$ ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

27. $f(x) = 4x + 3$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \rightarrow R$ पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है। f का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

28. $f(x) = x^2 + 4$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R^+ \rightarrow [4, \infty)$ पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि व्युत्क्रमणीय है तथा f का प्रतिलोम $f^{-1}(y) = \sqrt{y - 4}$ द्वारा प्राप्त होता है, जहाँ R^+ सभी ऋणोत्तर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

 वीडियो उत्तर देखें

29. माना $Y = \{n^2: n \in N\} \subset N$ है। फलन $f: N \rightarrow Y$, जहाँ $f(n) = n^2$ द्वारा परिभाषित है। सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है। f का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

30. सिद्ध कीजिए कि $f: [-1, 1] \rightarrow R, f(x) = \frac{x}{x+2}$ द्वारा प्रदत्त फलन एकैकी है। फलन $f: [-1, 1] \rightarrow (f \text{ का परिसर})$ का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

31. यदि $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}, x \in R$ तो सिद्ध कीजिए कि $x \neq \frac{2}{3}$ के लिए $f(0)f(x) = x$ है f का प्रतिलोम फलन क्या है?

 वीडियो उत्तर देखें

32. यदि $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R_+ \rightarrow [-5, \infty]$ पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि

व्युत्क्रमणीय है तथा $f^{-1}(y) = \frac{\sqrt{y+6}-1}{3}$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

33. सिद्ध कीजिए कि प्रदत्त $a * b = a + 2b$ द्वारा $* : R \times R \rightarrow R$ साहचर्य नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

34. सिद्ध कीजिए कि $a * b = a + 2b$ द्वारा प्रदत्त $* : R \times R \rightarrow R$ कर्मविनिमय नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

35. मान लीजिए कि $A = R - \{3\}$ तथा $B = R - \{1\}$ हैं

$f(x) = \frac{x - 2}{x - 3}$ द्वारा परिभाषित फलन $f: A \rightarrow B$ पर विचार

कीजिए। क्या f एकैकी तथा आच्छादक है। अपने उत्तर का औचित्य भी बताइए।

 वीडियो उत्तर देखें

36. माना R , $N \times N$ पर $(a,b) R (c,d)$ यदि

$ad(b + c) = bc(a + d)$ द्वारा परिभाषित एक सम्बन्ध है। दिखाइए

कि R एक तुल्यता सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें