



## PHYSICS

### BOOKS - HC VERMA PHYSICS (HINDI)

### जड़त्व आघूर्ण

#### उदाहरण

1.  $200g$  द्रव्यमान तथा  $4.0cm$  त्रिज्या की एक समान वृत्ताकार चकती अपने व्यास के परितः घूम रही है। किसी क्षण इसका कोणीय वेग  $10rad/s$  है। (a) चकती की

गतिज ऊर्जा निकालें। (b) इस व्यास के प्रति चकती का कोणीय संवेग निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

2. द्रव्यमान  $m$  तथा लंबाई  $l$  की एक समरूप छड़ ऊर्ध्वाधर स्थिति के अपने निचले छोर पर क्लैप की गयी है। यह छड़ एक ऊर्ध्वाधर तल में मुक्त रूप में घूम सकती है। प्रारम्भ में छड़ को ऊपरी सिरे से पकड़कर रखा जाता है तथा इस स्थिति से इसे थोड़ा-सा घुमाकर छोड़ दिया जाता है। जब छड़ अपने सबसे नीचे की स्थिति में आए, उस समय छड़ का कोणीय वेग एवं उसके दूसरे सिरे पर रेखीय वेग निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

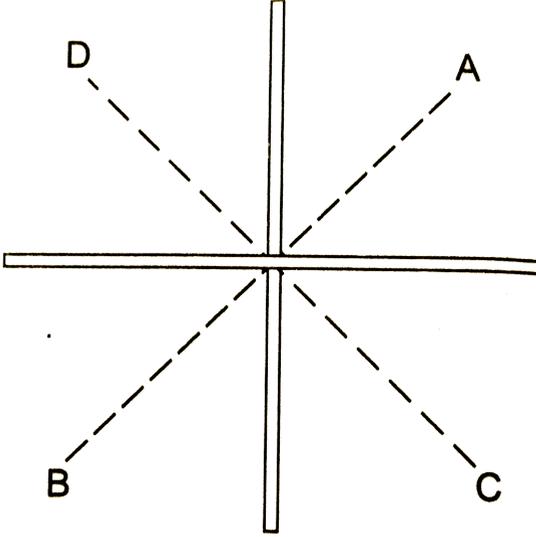
3. एक नगण्य भारी वाली छड़ के किनारों पर  $10.0\text{cm}$  त्रिज्या,  $1.20\text{kg}$  द्रव्यमान तथा एकसमान घनत्व के दो गोले जुड़े हुआ है। गोलों के केंद्रों के बीच दूरी  $50.0\text{cm}$  है। छड़ की लंब समद्विभाजक रेखा के प्रति इस निकाय का जड़त्व आघूर्ण निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

4. द्रव्यमान  $M$  तथा लंबाई  $L$  की दो समरूप पतली छड़ों को अपने केंद्रों पर जोड़कर गणित के जोड़ का चिन्ह बनाया

जाता है रेखा AB दोनों छड़ों से बराबर कोण बनाती है। इस

रेखा के प्रति इस निकाय का जड़त्व आघूर्ण निकालें।



वीडियो उत्तर देखें

5. कुत्ते अपनी पूँछ को विभिन्न आकारों में मोड़ते एवं हिलाते रहते है। एक कुत्ते की पूँछ की आकृति चित्र में दिखाई गई है

। इस पूँछ के बारे में निम्नलिखित बातें माने ।

पूँछ की कुल लंबाई = 30 , पूँछ के सीधे भाग की लंबाई= 15

cm , पूँछ की मोटाई =  $2\text{cm}$ , पूँछ का द्रव्यमान = 250

ग्राम । पूँछ के घनत्व तथा अनुप्रस्थ काट को एकसमान माने ।

पूँछ के मुड़े भाग को अर्धवृत्त मानें । इस अर्धवृत्त के व्यास के

प्रति पूँछ का जड़त्व आघूर्ण निकालें । पूँछ की मोटाई के

प्रभाव को छोड़ दें ।

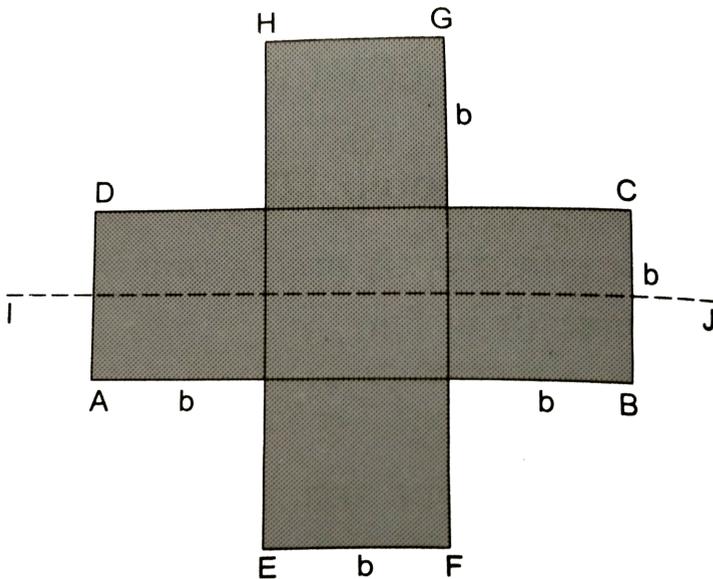


[वीडियो उत्तर देखें](#)

**अभ्यास प्रश्न**

1. चौड़ाई  $b$  तथा लंबाई  $3b$  की  $M$  द्रव्यमान की दो आयताकार पट्टिकाएँ एक-दूसरे पर चित्र में दिखाए अनुसार जड़ी गई है। रेखा  $IJ$  दोनों पट्टिकाओं को समद्विभाजित कर रही है। रेखा  $IJ$  के प्रति इस संहति का जड़त्व आघूर्ण निकालें।

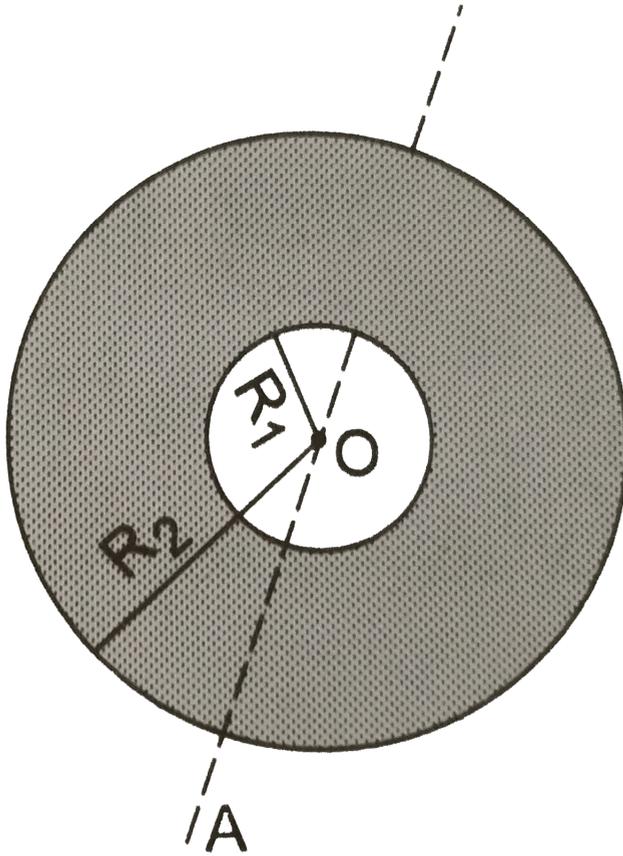
|



वीडियो उत्तर देखें

2. चित्र में एक एकसमान रिंग दिखाई गई है जिसकी आंतरिक त्रिज्या  $R_1$  तथा बाहरी त्रिज्या  $R_2$  है। इस रिंग का द्रव्यमान  $M$  है। रिंग का केंद्र  $O$  है तथा  $OA$  रिंग के तल के लंबवत रेखा है।  $OA$  के प्रति इस रिंग का जड़त्व आघूर्ण

निकालें ।



वीडियो उत्तर देखें

3. लंबाई  $L$  तथा  $m$  की द्रव्यमान की एक छड़  $OA$  के  $A$  सिरे पर एक पतली गोल चकती जड़कर एक दोलक बनाया गया है चकती की त्रिज्या  $R$  तथा द्रव्यमान  $M$  है। बिंदु  $O$  से चित्र के तल के लंबवत रेखा  $OB$  के प्रति यह दोलन कर सकता है।  $OB$  के प्रति दोलन का जड़त्व आघूर्ण निकालें।



वीडियो उत्तर देखें

विचार हेतु प्रश्न

1. इस अध्याय में हमने विभिन्न ज्यामितीय आकर की वस्तुओं का जड़त्व आघूर्ण निकालने के लिए  $\int r^2 dm$  का उपयोग किया है। उन सभी वस्तुओं को हमने एकसमान घनत्व का माना था। यदि वस्तु का घनत्व एक समान न हो, तो क्या इस सूत्र का उपयोग किया जा सकता है ?



[वीडियो उत्तर देखें](#)

2. यदि किसी वस्तु का जड़त्व आघूर्ण x-अक्ष के प्रति  $I_x$ , y – अक्ष के प्रति  $I_y$  तथा z-अक्ष के प्रति हो, तो

$\vec{I} = \hat{i}I_x + \hat{j}I_y + \hat{k}I_z$  को क्या वेक्टर कहा जा सकता है ? क्या यह वेक्टरों के योग के नियम का पालन करेगा ।

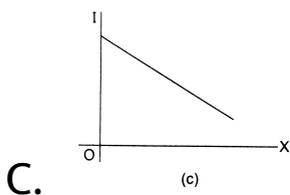
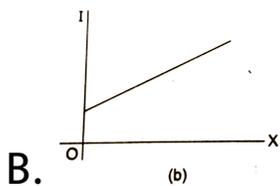
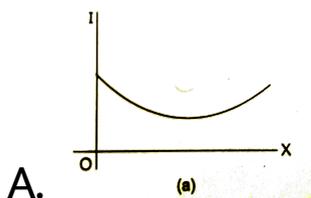
 वीडियो उत्तर देखें

3. क्या किसी वस्तु का जड़त्व आघूर्ण किसी अक्ष के प्रति शून्य हो तो सकता है ?

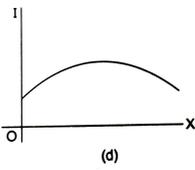
 वीडियो उत्तर देखें

सटीक उत्तरवाले प्रश्न ।

1. एक समरूप छड़  $x = 0$  से  $x = L$  के बीच रखी गई है । इसक जड़त्व आघूर्ण छड़ की लंबवत रेखा के प्रति निकला जाता है । वह रेखा  $x = 0$  से  $x = L$  तक सरकाई जाती है । जड़त्व आघूर्ण में परिवर्तन नीचे दिए गए चित्रों में से किसके द्वारा सबसे अच्छी तरह निरूपित होता है ?



D.



**Answer: A**

 वीडियो उत्तर देखें

2. एक समरूप छड़ के मध्यबिंदु  $O$  से इसपर लंब रेखा के बीच खींची गई है।  $O$  बिंदु को स्थिर रखते हुआ इस रेखा को धीरे-धीरे छड़ की ओर घुमाया जाता है और अंतर् में यह रेखा छड़ के अनुदिश हो जाती है। इस अवधि में रेखा के प्रति छड़ का जड़त्व आघूर्ण

- A. लगातार बढ़ेगा ।
- B. लगातार घटेगा ।
- C. पहले बढ़ेगा फिर घटेगा ।
- D. पहले घटेगा फिर बढ़ेगा।

**Answer: B**



**उत्तर देखें**

3. एक छड़ का जड़त्व आघूर्ण अपने एक लंब समद्विभाजक के प्रति  $I_1$  है । इस छड़ को मोड़कर एक वृत्ताकार रिंग दी जाती

है। जिसका जड़त्व आघूर्ण अपने एक व्यास के प्रति  $I_2$  जो जाता है।  $I_1 / I_2$  का मान है

A. 1

B. 3

C.  $\frac{2\pi^2}{3}$

D.  $\frac{3}{2\pi^2}$

**Answer: C**



**वीडियो उत्तर देखें**

4. चौड़ाई  $a$ , लंबाई  $2a$  तथा द्रव्यमान  $m$  वाली दो एकसमान आयताकार पट्टिकाएँ  $A$  तथा  $B$  कोणीय वेग  $\omega$  से घूर्ण कर रही हैं। दोनों ही घूर्णन अक्ष पट्टिका के केंद्र से गुजरते हैं, पर  $A$  का घूर्णन अक्ष पट्टिका की लंबाई के समानांतर है जबकि  $B$  का घूर्णन अक्ष पट्टिका की चौड़ाई के समानांतर है। पट्टिकाओं की गतिज ऊर्जाओं के अनुपात  $K_A/K_B$  का मान होगा।

A.  $\frac{1}{4}$

B.  $\frac{1}{2}$

C. 2

D. 4

**Answer: A**



**वीडियो उत्तर देखें**

5. पृथ्वी के सामान्यतः core, mantle तथा crust ऐसे तीनों भागों में बाँटा जाता है। Core केंद्र के पास है तथा इसका घनत्व सबसे अधिक है। Crust पृथ्वी की सतह के पास है और इसका घनत्व सबसे कम है। पाठ्यपुस्तकों में प्रायः पृथ्वी का घनत्व एकसमान मान लिया जाता है। मान लें कि पृथ्वी के किसी व्यास के प्रति इसका वास्तविक जड़त्व

आघूर्ण  $I_0$  है तथा इसे एकसमान घनत्व का गोला मानने ही

इसका जड़त्व आघूर्ण  $I$  आता है। तब  $I / I_0$  का मान

A. 1 से कम होगा।

B. 1 से अधिक होगा।

C. 1 होगा।

D. लिए गए व्यास को बदलने से बदलेगा।

**Answer: B**



उत्तर देखें

6. पानी 1 के लीटर के बेलनाकार बरतन का होना द्रव्यमान 50 g है तथा बेलन के अक्ष के प्रति इसका जड़त्व आघूर्ण  $I_0$  है। बेलन की पेंदी काफी हल्की है। जब उसे पानी से भर दिया जाता है तो उसी अक्ष के प्रति इसका जड़त्व आघूर्ण हो जाता है। पानी का घनत्व  $1000 \text{ kg/m}^3$  मानें।  $I/I_0$  का मान होगा।

A. 1

B. 10

C. 11

D. 121

**Answer: C**



**उत्तर देखें**

7. लोहे की एक वृत्ताकार चकती A की त्रिज्या  $r$  तथा मोटाई  $t$  है। लोहे की एक अन्य वृत्ताकार चकती B की त्रिज्या  $4r$  तथा मोटाई  $t/4$  है। तथा मोटाई हे। अपने-अपने अक्षों के प्रति जड़त्व आघूर्णों  $I_A$  तथा  $I_B$  में संबंध होगा

A.  $I_A > I_B$

B.  $I_A = < I_B$

C.  $I_A < I_B$

D. t तथा r के वास्तविक मानों पर निर्भर

**Answer: C**



**वीडियो उत्तर देखें**

8. एक बंद बेलनाकार नली के कुछ पानी भरा हुआ है। यह नली एक क्षैतिज तल में रखी हुई है। यदि नली को उसके एक लंबवत अर्द्धक के परितः घुमाया जाए, तो अक्ष के परितः पानी का जड़त्व आघूर्ण

A. बढ़ेगा।

B. घटेगा।

C. नियत रहेगा ।

D. यदि घूर्णन दक्षिणावर्ती होगा तो बढ़ेगा तथा यदि वामावर्ती होगा तो कम होगा।

**Answer: A**



**वीडियो उत्तर देखें**

9.  $M$  द्रव्यमान तथा  $r$  त्रिज्या वाले एकसमान अर्धवृत्ताकार तार का तल के लंबवत तथा केंद्र से गुजरनेवाले अक्षय के परितः जड़त्व आघूर्ण होगा ।

A.  $Mr^2$

B.  $\frac{1}{2}Mr^2$

C.  $\frac{1}{4}Mr^2$

D.  $\frac{2}{5}Mr^2$

**Answer: A**



**वीडियो उत्तर देखें**

**10.** एक जैसी ज्यामितीय आकृतियों वाली दो वस्तुओं के जड़त्व आघूर्ण  $I_1$  तथा  $I_2$  हैं। पहली वस्तु ऐलुमिनियम की तथा दूसरी लोहे की बनी ही है। इनमें सही कथन बताएँ।

A.  $I_1 < I_2$ .

B.  $I_A = I_2$

C.  $I_1 > I_2$ .

D.  $I_1$  एवं  $I_2$  के बीच संबंध वस्तु की वास्तविक आकृति

पर निर्भर करेगा ।

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

11. एक वस्तु का द्रव्यमान केंद्र मूलबिंदु पर है। इसके कणों में से तीन कण  $(a, 0, 0)$ ,  $(0, a, 0)$ ,  $(0, 0, a)$  पर स्थित हैं।  $x$ - तथा  $y$ -अक्ष में से प्रत्येक के प्रति वस्तु का जड़त्व आघूर्ण  $0.20kgm^2$  है।  $z$ -अक्ष के परितः इसका जड़त्व आघूर्ण

A.  $0.20kg. m^2$  होगा।

B.  $0.40kg. m^2$  होगा।

C.  $0.20\sqrt{2}kg. m^2$  होगा।

D. इतनी सूचना से प्राप्त नहीं किया जा सकता है।

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

12. किसी वस्तु का जड़त्व आघूर्ण दो रेखाओं A तथा B के प्रति निकाला जाता है। इनके मान क्रमशः  $I_A$  तथा  $I_B$  हैं। A रेखा वस्तु के द्रव्यमान केंद्र से गुजरती है, किन्तु B द्रव्यमान केंद्र से नहीं गुजरती। इनमें सही कथन का चयन करें।

A.  $I_A < I_B$

B. यदि  $I_2 < I_B$  है, तो रेखाएँ समानांतर हैं।

C. यदि तो रेखाएँ समानांतर हैं, तो  $I_A < I_B$  .

D. यदि रेखाएँ समानांतर नहीं हैं, तो  $I_A \geq I_B$ .

**Answer: C**



**वीडियो उत्तर देखें**

**सटीक उत्तरवाले प्रश्न ii**

1. रबर की बनी एक वृत्ताकार चकती को किनारों से खींचकर बड़ा किया जाता है। इनमें सही कथन क्या है ?

A. अपने अक्ष के प्रति इसका जड़त्व आघूर्ण बढ़ेगा।

B. अपने किसी व्यास के प्रति इसका जड़त्व आघूर्ण

बढ़ेगा।

C. चकती के तल में स्थित तक स्पर्शरेखा के प्रति इसका

जड़त्व आघूर्ण बढ़ेगा।

D. चकती के तलके लंबवत एक स्पर्शरेखा के प्रति

इसका जड़त्व आघूर्ण बढ़ेगा ।

**Answer: A::B::C::D**



**वीडियो उत्तर देखें**

2. किसी वस्तु का जड़त्व आघूर्ण अधिक हो सकता है ।

A. उसका ज्यामितीय आकर बदलने से

B. उसका द्रव्यमान बढ़ाने से

C. अक्ष को खिसकाने से

D. अक्ष को घुमाने से

**Answer: A::B::C::D**



**वीडियो उत्तर देखें**

**3. किसी वस्तु का जड़त्व आघूर्ण कम हो सकता है**

A. उसका ज्यामितीय आकार बदलने से

B. उसका द्रव्यमान बढ़ाने से

C. अक्ष को खिसकाने से

D. अक्ष को घुमाने से

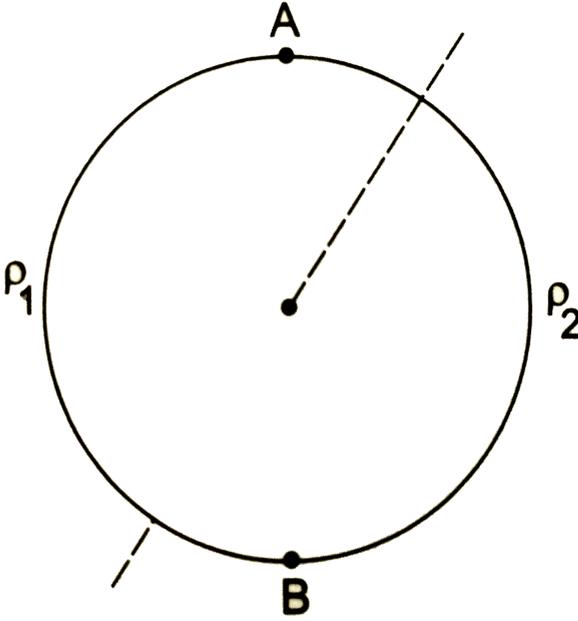
**Answer: A::C::D**



**वीडियो उत्तर देखें**

4. एक रिंग का द्रव्यमान  $M$  तथा त्रिज्या  $R$  है। उसकी आधी लंबाई का घनत्व  $\rho_1$  तथा बाकी लंबाई का घनत्व  $\rho_2$  है।

अपने अक्ष के प्रति इस रिंग का जड़त्व आघूर्ण  $I$  है ।



A. यदि  $\rho_1 = \rho_2$ , तो  $I = MR^2$ .

B. यदि  $\rho_1 \neq \rho_2$ , तो  $I = MR^2$

C. यदि  $\rho_1 = \rho_2$ , तो  $I \neq MR^2$ .

D. यदि  $\rho_1 \neq \rho_2$ , तो  $I \neq MR^2$  .

**Answer: A::B**



**वीडियो उत्तर देखें**

5. ऊपर के प्रश्न 4 किस स्थिति पर विचार करें । व्यास AB के प्रति इस रिंग का जड़त्व आघूर्ण है ।

A. यदि  $\rho_1 = \rho_2$ , तो  $I = MR^2 / 2$ .

B. यदि  $\rho \neq \rho_2$ , तो  $I = MR^2 / 2$

C. यदि  $\rho_1 = \rho_2$ , तो  $I \neq MR^2 / 2$ .

D. यदि  $\rho \neq \rho_2$ , तो  $I \neq MR^2 / 2$ .

**Answer: A::B**



**उत्तर देखें**

## अभ्यास के प्रश्न

1. एकसमान घनत्व से बने एक मोटे खोखले गोले की आंतरिक एवं बाहरी त्रिज्याएँ क्रमशः  $R$  तथा  $2R$  हैं इसका  $M$  द्रव्यमान है। किसी व्यास के प्रति इस गोले का जड़त्व आघूर्ण निकालें।



**वीडियो उत्तर देखें**

2. 10 cm भुजा के समबाहु त्रिभुज के कोनों पर समान द्रव्यमान 200 ग्राम के तीन कण रखे गए हैं। निकाय का जड़त्व आघूर्ण उस अक्ष के परितः ज्ञात करें, जो

(a) किन्हीं दो कणों को मिलाती है।

(b) किसी एक कण से गुजरती है तथा कणों के तल के लंबवत है।



वीडियो उत्तर देखें

3.  $10\text{gm}$ ,  $20\text{gm}$ ,  $30\text{gm}$ ,  $\dots$ ,  $1000\text{gm}$  द्रव्यमान के कण एक नगण्य भार वाले मीटर स्केल के क्रमशः

$1\text{cm}$ ,  $2\text{cm}$ ,  $3\text{cm}$ ,  $\dots\dots\dots$ ,  $100\text{cm}$  वाले निशानों पर रखे गए हैं। मीटर स्केल के लंबअर्द्धक के प्रति इस निकाय का जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करें।

 वीडियो उत्तर देखें

4.  $m$  द्रव्यमान तथा  $r$  त्रिज्या वाले दो गोले परस्पर संपर्क में रखे गए हैं। इनके संपर्क-बिंदु से गुजरनेवाले स्पर्शरेखा के प्रति निकाय का जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करें।

 वीडियो उत्तर देखें

5. एक समरूप छड़ की लंबाई  $1\text{ m}$  तथा द्रव्यमान  $0.50\text{kg}$  है । किसी लंबवत रेखा के परितः छड़ का जड़त्व आघूर्ण  $0.10\text{kg}\cdot\text{m}^2$  है । छड़ के मध्यबिंदु से इस रेखा की दूरी ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

6.  $r$  त्रिज्या के वृत्ताकार वलय के किसी एक कण से गुजरनेवाली तथा वलय के तल लंबवत अक्ष के प्रति परिभ्रमण त्रिज्या का मान ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

7. एक समरूप चकती के लंबवत एक रेखा के प्रति परिभ्रमण त्रिज्या का मान चकती की त्रिज्या के बराबर है । इस रेखा की केंद्र से दूरी ज्ञात करें ।



वीडियो उत्तर देखें

8. एक समरूप वर्गाकार पट्टिका का द्रव्यमान  $m$  तथा इसकी भुजा की लंबाई  $a$  है । इसके किसी एक विकर्ण (diagonal) के प्रति जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करें ।



वीडियो उत्तर देखें

9. a त्रिज्या वाली एक वृत्ताकार चकती का पृष्ठ-घनत्व (द्रव्यमान/क्षेत्रफल) केंद्र से दूरी के साथ  $\rho(r) = A + Br$  के अनुसार प्रतिवर्तित होता है। चकती के केंद्र से गुजरनेवाली तथा तल के लंबवत रेखा के प्रति इसका जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

10. एक समरूप छड़ का द्रव्यमान 300 g तथा लंबाई 50 cm है। यह छड़ एक किनारे से गुजरनेवाले तथा लंबवत अक्ष के परितः 2 rad/s की एकसमान कोणीय चाल से घूर्णन

कर रही है । गणना करें ।

(a) घूर्णन अक्ष के परितः छड़ का कोणीय संवेग,

(b) छड़ के केंद्र की चाल तथा

(c) छड़ की गतिज ऊर्जा ।



वीडियो उत्तर देखें

**11.** एक खुरदरे फर्श पर 1 m की एक छड़ ऊर्ध्वाधर स्थिति से पकड़कर रखी गई है । इसको धीरे से फर्श पर गिरने दिया जाता है । यह मानते हुए कि फर्श पर टिका हुए इसका सिरा फिसलता नहीं है, जब छड़ फर्श से टकराती है । तब इसकी कोणीय चाल निकालें ।



वीडियो उत्तर देखें

12. एक-जैसी तीन गेंदे एक-दूसरे से सटाकर एक क्षैतिज सतह पर रखी गई है। प्रत्येक गेंद का द्रव्यमान  $M$  तथा इसकी त्रिज्या  $R$  है। गेंदों के ठीक बीच से जाते ऊर्ध्वाधर अक्ष के प्रति इस संहति का जड़त्व आघूर्ण निकालें।



वीडियो उत्तर देखें

13. एक डोल (bucket) की तली की त्रिज्या 25 cm तथा ऊपर की परिधि की त्रिज्या 30 cm है। डोल की ऊँचाई 20 cm है। इसे पानी से पूरा भर दिया गए है। डोल के अक्ष पर

लंब रेखा के प्रति निकालें । वस्तु का द्रव्यमान, लंबाई तथा त्रिज्या है ।



उत्तर देखें

14. एकसमान घनत्व वाली एक बेलनाकार वस्तु का जड़त्व आघूर्ण उसके केंद्र से जानेवाली तथा अक्ष पर लंब रेखा के प्रति निकालें । वस्तु का द्रव्यमान  $M$ , लम्बाई  $L$  तथा त्रिज्या  $R$  है ।



वीडियो उत्तर देखें

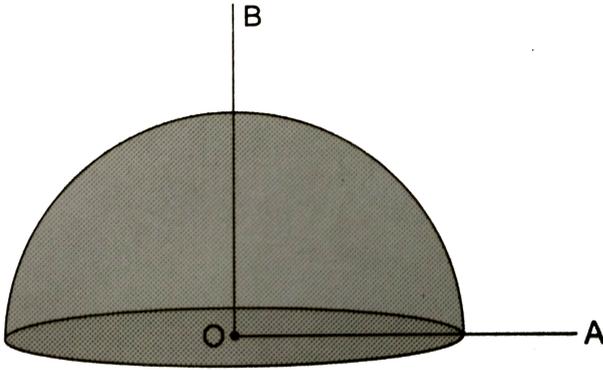
15. द्रव्यमान  $M$  के एक ठोस शंकु के आधार की त्रिज्या तथा शीर्ष का कोण (semivertical angle)  $\theta$  है। अपने अक्ष के प्रति इस ठोस शंकु का जड़त्व आघूर्ण निकालें।



वीडियो उत्तर देखें

16. द्रव्यमान  $M$  तथा त्रिज्या  $R$  की एक अर्धगोलाकार ठोस वस्तु का घनत्व सभी जगह बराबर है। गोले के केंद्र  $O$  से वस्तु की समतल सतह के समानांतर तथा लंबवत रेखाएँ  $OA$  तथा  $OB$  खींची गई हैं। प्रत्येक के प्रति वस्तु का जड़त्व आघूर्ण

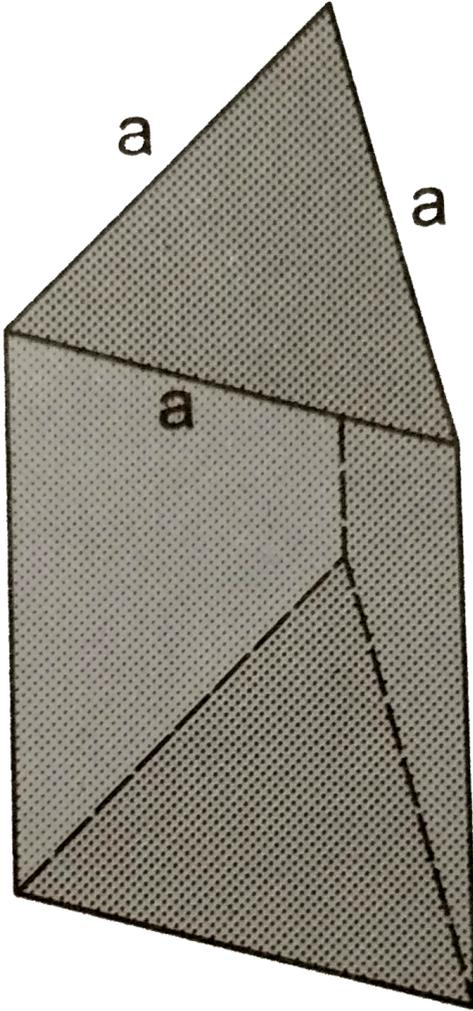
निकालें ।



वीडियो उत्तर देखें

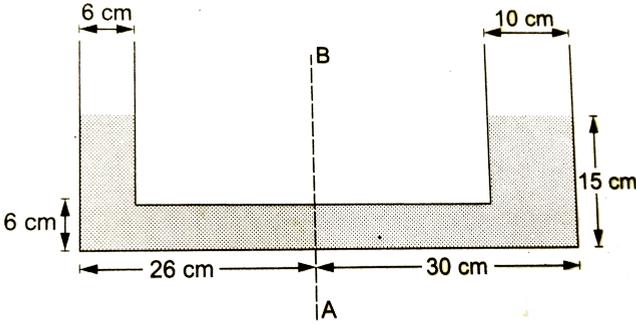
17. काँच के एक प्रिज़्म का  $M$  द्रव्यमान तथा  $h$  ऊँचाई है ।  
प्रिज़्म का अनुप्रस्थ काट समबाहु त्रिभुज के आकार का है  
जिसकी भुजा  $a$  है । प्रिज़्म के किसी खड़े किनारे (edge) के

प्रति इसका जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करें ।



उत्तर देखें

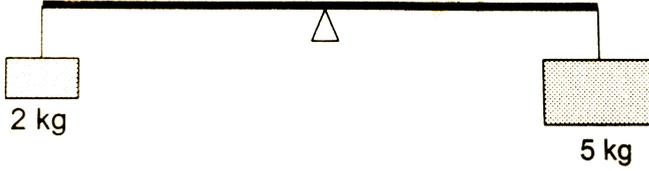
18. U-ट्यूब के आकार में बने एक बर्तन में कुछ ऊँचाई तक पानी भरा है। विभिन्न ज्यामितीय लम्बाइयाँ चित्र में दी गई है। AB रेखा के प्रति इस पानी का जड़त्व आघूर्ण निकालें।



 उत्तर देखें

19. 1m लंबाई की एक छड़ को मध्य में हिंज किया गया है। छड़ का द्रव्यमान 1 kg है जो इसकी पूरी लंबाई पर एकसमान

रूप से वितरित है । इसके दोनों सिरों पर क्रमशः 2 kg तथा 5 kg के दो द्रव्यमान लटकाए गए हैं ।



छड़ का प्रारंभिक कोणीय त्वरण ज्ञात करें ।

 वीडियो उत्तर देखें