

MATHS

BOOKS - KC SINHA MATHS (HINDI)

अवकल समीकरण के अनुप्रयोग

साधित उदाहरण

1. मूल बिंदु से गंजरने वाले एक वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए यदि इस वक्र के किसी बिंदु (x,y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता उस बिंदु के निर्देशांकों के योग के बराबर है।



2. बिंदु (0,2) से गुजरने वाले एक वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए यदि इस वक्र के किसी बिंदु के निदेशांकों का योग उस बिंदु पर खींची गई स्पर्श रेखा की प्रवणता के परिमाण से 5 अधिक है।



3. किसी वक्र के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा की ढाल, स्पर्श बिंदु को मूल बिंदु से मिलाने वाली रेखा की ढाल का λ गुणा

है। वक्र का अवकल समीकरण स्थापित करें और उससे वक्र का समीकरण ज्ञात करें।



वीडियो उत्तर देखें

4. बिंदु (0, -2) से गुजरने वाले एक ऐसे वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके किसी बिंदु (x,y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता और उस बिंदु के y निर्देशांक का गुणनफल उस बिंदु के x निर्देशांक के बराबर है।



5. एक वक्र के किसी बिंदु (x,y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता, स्पर्श बिंदु को, बिंदु (-4,-3). से मिलाने वाले रेखाखंण्ड की प्रवणता की दुगुनी है। यदि यह वक्र बिंदु (-2,1) से गुजरता हो तो इस वक्र का समीकरण ज्ञात की जिए।



6. बिंदु $(1,\ -1)$ से गुजरने वाला वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका अवकल समीकरण $xy\frac{dy}{dx}=(x+2)(y+2)$ है।

वीडियो उत्तर देखें

7. बिंदु (0,1) से गुजरने वाले एक वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए यदि इस वक्र के किसी बिंदु (x,y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता, उस बिंदु के x निर्देशांक (भुज) और y निर्देशांक (कोटि) के गुणनफल के योग के बराबर है।



8. उस वक्र का समीकरण ज्ञात करें जिसके किसी बिंदु (x,y) पर ढाल y+2x है तथा जो मूल बिंदु से गुजरती है।

9. किसी वक्र के प्रत्येक पर का अभिलम्ब बिंदु (2,0) से गुजरती है वक्र (2,3) से गुजरती है। अवकल समीकरण स्थापित करें और इससे वक्र का समीकरण निकालें।



10. किसी वक्र के बिंदु P(x,y) पर अभिलम्ब खींचा जाता है । यह x -अक्ष से बिंदु Q पर मिलता है। यदि PQ की अचर लम्बाई k हो तो साबित करें कि इस प्रकार निर्माण

होने वाले वक्रों का अवकल समीकरण $y\frac{dy}{dx}=\pm\sqrt{k^2-y^2}$ है। इस प्रकार के वक्र का समीकरण निकालें जो (0,k) से गुजरता है।



11. किसी गांव की जनसंख्या की वृद्धि की दर किसी भी समय उस गांव के निवासियों की संख्या के समानुपाती है। यदि सन् 1999 में गांव की जनसंख्या 20,000 थी और सन् 2004 में 25,000 थी तो ज्ञात कीजिए कि सन् 2009 में गांव की जनसंख्या क्या होगी?



12. किसी गोलाकार गुब्बारे जिसे हवा भरकर फुलाया जा रहा है के सतह का क्षेत्रफल स्थिर गित से बदल रहा है। यदि आरंभ में इस गुब्बारे की त्रिज्या 3 इकाई है और 2 सेकेण्ड बाद 5 इकाई है तो t सेकेण्ड के बाद उस गुब्बारे की त्रिज्या ज्ञात करें।

A.
$$r=\sqrt{8t+9}$$

$$\mathsf{B.}\,r=\sqrt{7t+9}$$

C.
$$r=\sqrt{6t+9}$$

D.
$$r=\sqrt{5t+9}$$

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

13. एक कण u वेग से प्रारंभ कर गुरूत्वाकर्षण के अधीन अचर त्वरण से स्वतंत्र रूप से गिर रही है। t समय का कण का वेग v तथा तय की गई दूरी s ज्ञात करें।



वीडियो उत्तर देखें

14. किसी बैंक में मूलधन की वृद्धि 5% वार्षिक की दरी से होती है। कितने वर्षों में रू० 1000 की राशि दुगुनी हो जाएगी?

🔼 वीडियो उत्तर देखें

15. एक जनसंख्या के वृद्धि की दर 5% प्रतिवर्ष है। जनसंख्या कितने समय में दुगुनी हो जायेगी।

A. `

Β.

C.

D.

Answer:



वीडियो उत्तर देखें

16. किसी देश की जनसंख्या 40 वर्षों में दुगुनी हो जाती है। यह मानते हुए कि जनसंख्या के वृद्धि होने की दर निवासियों की संख्या के समानुपाती है वर्षों की संख्या ज्ञात करें जिनते में जनसंख्या तिगुनी हो जायेगी।



17. किसी जीवाणु समूह में जीवाणुओं के वृद्धि की दर उपस्थित जीवाणुओं की संख्या के समानुपाती है तथा यह पाया जाता है कि 6 घंटे में संख्या दुगुनी हो जाती है। गणना करें कि 18 घंओं में जीवाणुओं की संख्या कितनी गुनी हो जाने की उम्मीद है।



वीडियो उत्तर देखें

18. एक बैंक ब्याज दर को मूलधन का क्षणिक दर मानकर ब्याज अदा करता है यदि ब्याज 8% प्रतिवर्ष हो तथा यह सतत् चक्रवृद्धि हो तो एक वर्ष में मूलधन में प्रतिशत वृद्धि की गणना करें। $\left(e^{0.08}=1.0833\,$ लें)



वीडियो उत्तर देखें

अभ्यास 24 1

1. किसी वक्र की ढाल किसी बिंदु पर उस बिंदु को कोटि की दुगुनी का प्रतिलोम है। वक्र बिंदु (4,3) से गुजरती है। वक्र का समीकरण ज्ञात करें।



2. एक वक्र बिंदु (5,3) से गुजरती है तथा इसके किसी बिंदु (x,y) पर इसकी ढाल और कोटि का गुणनपुल इसके भुज के बराबर है। वक्र का समीकरण ज्ञात करें।



वीडियो उत्तर देखें

3. दिखाएं कि बिंदु (1,0) से जाती हुई अवकल समीकरण $(1+y^2)dx-xydy=0$ को संतुष्ट करने वाली वक्र का समीकरण $x^2-y^2=1$ है।



4. यदि कि वक्रों का कुल जिनके किसी बिंदु (x,y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता $\dfrac{x^2+y^2}{2xy}$ है $x^2-y^2=cx$ द्वारा प्रदत्त है।



वीडियो उत्तर देखें

5. बिंदु (-2,3) से गुजरने वाले ऐसे वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके किसी बिंदु (x,y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता $\frac{2x}{y^2}$ है।



6. बिंदु (1,1) से गुजरने वाले एक ऐसे वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका अवकल समीकरण $xdy=ig(2x^2+1ig)dx(x
eq0)$ है।



वीडियो उत्तर देखें

7. बिंदु $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ से गुजरने वाले एक ऐसे वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका अवकल समीकरण $\sin x \cos y dx + \cos x \sin y dy = 0$ है।



8. बिंदु (0,0) से गुजरने वाले एक ऐसे वक्र का समीकरण $y=e^x\sin x$ है।



9. किसी जीवाणु समूह में जीवाणुओं की संख्या 1,00,000 है। 2 घंटों में इनकी संख्या में 10% की वृद्धि होती है। कितने घंटों में जीवाणुओं की संख्या 2,00,000 हो जायेगी, यदि जीवाणुओं के वृद्धि की दर उनके उपस्थित संख्या के समानुपाती है।

वीडियो उत्तर देखें

10. एक गोलोकार गुब्बारे का आयतन, जिसे हवा भरकर पुलाया जा रहा है स्थिर गित से बदल रहा है यदि आरंभ में इस गुब्बारे की त्रिज्या 3 इकाई है और 3 सेकण्ड बाद 6 इकाई है तो t सेकेण्ड बाद उस गुब्बारे की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



11. किसी बैंक में मूलधन की वृद्धि 5% वार्षिक की दर से होती है। इस बैंक में Rs. 1000 जमा कराए जाते हैं। ज्ञात कीजिए कि 10 वर्ष बाद यह राशि कितनी हो जाएगी? ($e^{0.5}=1.648$)



12. किसी बैंक में मूलधन की वृद्धि $r\,\%$ वार्षिक की दर से होती है यदि 100 रू० 10 वर्षों में दुगुने हो जाते हैं तो r का मान ज्ञात कीजिए। $(\log_e 2 = 0.6931)$



Objective Questions

1. The slope of the tangent to a curve y=f(x) ast is 2x+1. If the curve passes through the point (1,2), then the area of the region bounded by the curve, the x-axis and the line is

A. 5/6

 $\mathsf{B.}\,6/5$

 $\mathsf{C.}\,1/6$

D. 6

Answer: A

2. The slope of the tangent at (x,y) to a curve passing through (2,1) is $\frac{x^2+y^2}{2xy}$, then the equation of the curve is

A.
$$x(x^2 + y^2) = 10$$

$$\mathsf{B.}\,x\big(x^2-y^2\big)=6$$

C.
$$2(x^2 - y^2) = 6y$$

D.
$$2(x^2 - y^2) = 3x$$

Answer: D

