



MATHS

BOOKS - KC SINHA MATHS (HINDI)

फलन

उदाहरण

1. यदि $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{7, 9, 11, 13\}$ तथा A से B में एक फलन $f, f(x) = 2x + 7, \forall x \in A$ से परिभाषित है, तो दिखाएँ कि f एकैकी आच्छादक हैं।



वीडियो उत्तर देखें

2. फलन $f: N \rightarrow N$, जो $f(x) = 2x + 3$ से परिभाषित है

A. एकैकी है

B. एकैकी है, आच्छादक है

C. आच्छादक है

D. एकैकी नहीं है, आच्छादक नहीं है

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

3. माना कि फलन $f: R \rightarrow R$ जो

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 30}{x^2 - 8x + 18}$$
 से परिभाषित है। क्या f

एकैकी फलन है?

 वीडियो उत्तर देखें

4. माना कि $A = \{1, 2\}$. A से A में सभी एकैकी फलन

निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

5. माना कि $f: N \rightarrow N$ इस प्रकार परिभाषित है,

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2}, & n \text{ odd} \\ \frac{n}{2}, & n \text{ even} \end{cases}$$

जाँच करें कि f एकैकी, आच्छादक या एकैकी आच्छादक है।

अपने उत्तर का औचित्य दें।



वीडियो उत्तर देखें

6. माना कि $f: N - \{1\} \rightarrow N$, $f(n) = n$ का महत्त्व

रूढ़ गुणनखण्ड से परिभाषित है। दिखाएँ कि f न तो एकैकी

आच्छादक है। f का परिसर निकालें।



वीडियो उत्तर देखें

7. माना कि $A = \{x: -1 \leq x \leq 1\} = B$. माना कि $f: A \rightarrow B, f(x) = x^2$ से परिभाषित है जाँच करें कि f एकैकी, बहुएकी या आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. माना कि $A = \mathbb{R} - \{3\}, B = \mathbb{R} - \{1\}$ तथा $f: A \rightarrow B, f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ परिभाषित है। क्या f एकैकी आच्छादक है? कारण दें।

 वीडियो उत्तर देखें

9. यदि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{0, 1\}$ तो A से B में चार फलन निकालें जो एकैकी नहीं हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

10. माना कि A एक परिमित समुच्चय है। यदि $f: A \rightarrow A$ आच्छादक है, तो दिखाएँ कि f एकैकी है।

 वीडियो उत्तर देखें

11. माना कि A एक परिमित समुच्चय है। यदि $f: A \rightarrow A$ आच्छादक है, तो दिखाएँ कि f एकैकी है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. दिखाएँ कि $f: N \rightarrow N$ जो

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & x \\ x-1, & x \end{cases}$$

से परिभाषित है, एक एकैकी आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

13. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = \frac{1}{x}$ द्वारा परिभाषित फलन $f: \mathbb{R}_* \rightarrow \mathbb{R}_*$ एकैकी तथा आच्छादक है, जहाँ \mathbb{R}_* सभी शून्येतर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है। यदि प्रान्त \mathbb{R}_* को \mathbb{N} से बदल दिया जाए, जब कि सहप्रान्त पूर्ववत् \mathbb{R}_* ही रहे, तो भी क्या यह परिणाम सत्य होगा ?



वीडियो उत्तर देखें

14. मान लीजिए कि A तथा B दो समुच्चय हैं। सिद्ध कीजिए कि $f: A \times B \rightarrow B \times A$, इस प्रकार कि $f(a, b) = (b, a)$ एक एकैकी आच्छादी (bijective) फलन है।



वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

15. माना कि $f = \{(1, 2), (2, 3), (4, 5)\}$,
 $g = \{(2, 3), (3, 5), (5, 2)\}$ तो fog तथा gof
निकालें (जो संभव है)

 वीडियो उत्तर देखें

16. माना कि $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $f = \{(1, 4), (2, 1),$
 $(3, 3), (4, 2)\}$ तथा $g = \{(1, 3), (2, 1), (3, 2), (4, 4)\}$
ज्ञात करे (i) fog , (ii), gof , (iii) fof

 वीडियो उत्तर देखें

17. माना कि $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ तथा $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x) = x^2$, तथा $g(x) = x + 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$ जहाँ \mathbb{R}
सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है द्वारा परिभाषित है,
तो $g \circ f$ तथा $f \circ g$ निकालें। क्या $g \circ f = f \circ g$?

 वीडियो उत्तर देखें

18. माना कि $A = \{1,2,3,4,5\}$. माना कि $f: A \rightarrow A$ तथा
इस प्रकार परिभाषित है कि, $f(1) = 2$, $f(2) = 3$, $f(3) = 4$,

$f(4) = 5, f(5) = 1$ तथा $g(1) = 4, g(2) = 1, g(3) = 1,$
 $g(4) = 2, g(5) = 3$. फलन $f \circ g$ तथा $g \circ f$ निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

19. यदि $f, g: R \rightarrow R$ क्रमशः
 $f(x) = x^2 + 3x + 1, g(x) = 2x - 3$ से
परिभाषित है तो (i) $f \circ g$ (ii) $g \circ f$ (iii) $f \circ f$ (iv) $g \circ g$
निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

20. $g \circ f$ तथा $f \circ g$ निकालें यदि $f(x) = |x|$ तथा

$$g(x) = |5x - 2|$$

 वीडियो उत्तर देखें

21. यदि $f: R \rightarrow R$ एक फलन हो, तो $f^{-1}: R \rightarrow R$

प्राप्त होगा यदि f हो

 वीडियो उत्तर देखें

22. माना कि $f: Z \rightarrow Z$, $f(x) = -x$ से परिभाषित है। दिखाएँ कि f एकैकी आच्छादक फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

23. यदि $f: R \rightarrow R$ एक फलन है जोकि $f(x) = ax + b$, सभी $x \in R$ द्वारा परिभाषित है। अचर a व b के मान ज्ञात कीजिए जबकि $f \circ f = I_R$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

24. माना कि $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = x + 2$ द्वारा परिभाषित है। $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ निकालें ताकि $g \circ f = I_{\mathbb{Z}}$.

 वीडियो उत्तर देखें

25. माना कि सभी $n \in \mathbb{Z}$ के लिए $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(n) = 3n$ द्वारा परिभाषित है और $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ निम्न प्रकार से परिभाषित है।

$g(n) = \left\{ \left(\frac{n}{3}, \text{"यदि } n, 3 \text{ का अपवर्त्य है"} \right), \left(0, \text{"यदि } n, 3 \text{ का अपवर्त्य नहीं है"} \right) \right\}$

सभी $n \in Z$ के लिए दिखाएँ कि $gof = I_Z$ तथा $fog \neq I_Z$.

 वीडियो उत्तर देखें

26. माना कि $A = \{x \in R, 0 \leq x \leq 1\}$. यदि

$f: A \rightarrow A$ इस प्रकार परिभाषित है कि

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in Q \\ 1-x, & x \notin Q \end{cases}$$

तो साबित करें कि $(f \circ f)(x) = x$ सभी $x \in A$.

 वीडियो उत्तर देखें

27. माना कि $f: Z \rightarrow Z$ इस प्रकार परिभाषित है:

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \\ x+1, & x \end{cases}$$

क्या $g: Z \rightarrow Z$ का अस्तित्व है ताकि



उत्तर देखें

28. माना कि $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{a, b, c\}$ एकैकी

आच्छादक फलन इस प्रकार प्रदत्त है कि $f(1) = a$, $f(2) = b$,

तथा $f(3) = c$ दिखाएँ कि एक फलन

$g: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ का अस्तित्व है ताकि

$gof = I_X$, तथा $fog = I_Y$, जहाँ $X = \{1,2,3\}$ तथा $Y = \{a,b,c\}$



उत्तर देखें

29. माना कि f, g, h, R से R में फलन हैं। दिखाएं कि

$$(f + g)oh = foh + goh$$



वीडियो उत्तर देखें

30. माना कि $A = \{1, 2, 3\}$ तथा $B = \{4,2,6\}$. $f: A \rightarrow B$

में एक फलन है जो इस प्रकार परिभाषित है कि

$f(1) = 2, f(2) = 4, f(3) = 6$. f^{-1} को क्रमित युग्मों के समुच्चयों के रूप में लिखें।

 वीडियो उत्तर देखें

31. $f(x) = 4x - 7$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \rightarrow R$ का प्रतिलोम निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

32. निम्नलिखित फलनों के प्रतिलोम फलन निकालें (यदि उनका अस्तित्व है)

(i) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ जो $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1} \forall x \in \mathbb{R}$ द्वारा परिभाषित है,

(ii) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ जो $f(x) = x^2 \forall x \in (\mathbb{R})^+$ द्वारा परिभाषित है, जहाँ \mathbb{R}^+ सभी धन वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है

 वीडियो उत्तर देखें

33. दिखाएँ कि $f(x) = \frac{3}{x}$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\}$ व्युत्क्रमणीय है तह यह स्वयं अपना प्रतिलोम है।

 वीडियो उत्तर देखें

34.

दिखाएँ

कि

$$f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{x+2}, x \neq -2$$

द्वारा प्रदत्त फलन एकैकी है। फलन $f: [-1, 1] \rightarrow (f$
का परिसर), का प्रतिलोम निकालें।



वीडियो उत्तर देखें

35.

फलन

$$f: R_+ \rightarrow [-5, \infty)$$

जो

$f(x) = 9x^2 + 6x - 5$ द्वारा प्रदत्त है, पर विचार करें

जहाँ R_+ सभी अक्रणात्मक संख्याओं का समुच्चय है।

दिखाएँ कि f व्युत्क्रमणीय है तथा

$$f^{-1}(y) = \frac{\sqrt{y+6} - 1}{3}.$$

 वीडियो उत्तर देखें

36. यदि $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \frac{2}{3}$, दिखाएँ कि सभी $x \neq \frac{2}{3}$ के लिए $f \circ f(x) = x$, है। f का प्रतिलोम क्या है ?

 वीडियो उत्तर देखें

37. माना कि $f: N \cup \{0\} \rightarrow N \cup \{0\}$ इस प्रकार परिभाषित है

$$f(n) = \{(n + 1, \text{ यदि } n \text{ सम है}), \\ (n - 1, \text{ यदि } n \text{ विषम है})\}$$

तो ज्ञात कीजिये

- A. फलन व्युत्क्रमणीय हैं परन्तु $f \neq f^{-1}$
- B. फलन व्युत्क्रमणीय नहीं हैं
- C. फलन व्युत्क्रमणीय हैं तथा $f = f^{-1}$
- D. इनमे से कोई नहीं

Answer:



वीडियो उत्तर देखें

38. माना कि $A = \{a, b, c\}$ तथा $B = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ तथा फलन $f: \{(a, \gamma), (b, \alpha), (c, \beta)\}$ द्वारा प्रदत्त है। क्या f व्युत्क्रमणीय है? यदि हाँ तो f^{-1} निकालें तथा सत्यापित करें कि $f^{-1} \circ f = I_A$ तथा $f \circ f^{-1} = I_B$, जहाँ I_A और I_B क्रमशः समुच्चय A तथा B पर तत्समक फलन है।



उत्तर देखें

39. यदि $f: A \rightarrow B$ एकैकी आच्छादक है, तो दिखाएँ कि f एक व्युत्क्रमणीय फलन है।



उत्तर देखें

40. माना कि $f: A \rightarrow A$. यदि $f \circ f = I_A$ दिखाएँ कि f व्युत्क्रमणीय है तथा $f = f^{-1}$.



उत्तर देखें

41. माना कि $f: X \rightarrow Y$ एक व्युत्क्रमणीय फलन है। दिखाएँ कि f^{-1} का प्रतिलोम है अर्थात् $(f^{-1})^{-1} = f$.



वीडियो उत्तर देखें

42. फलन $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{a, b, c\}$ तथा $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{\text{apple}, \text{ball}, \text{cat}\}$ पर विचार करें जो इस प्रकार परिभाषित है, $f(1) = a$, $f(2) = c$, $g(a) = \text{apple}$, $g(b) = \text{ball}$ तथा $g(c) = \text{cat}$. दिखाएँ कि f , g तथा $g \circ f$ व्युत्क्रमणीय है। f^{-1} , g^{-1} तथा $(g \circ f)^{-1}$ निकालें तथा दिखाएँ कि $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.



उत्तर देखें

अभ्यास 2 1

1. माना कि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ तथा माना कि $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$ A से B में एक फलन है। दिखाएँ कि f एकैकी है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. माना कि फलन $f: N \rightarrow N$, $f(x) = 2x$ द्वारा परिभाषित हैं। दिखाएँ कि f एकैकी है लेकिन आच्छादक नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. माना कि $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2$ से परिभाषित है।

क्या f एकैकी है?

 वीडियो उत्तर देखें

4. माना कि $f: Z \rightarrow Z, f(x) = -x$ से परिभाषित है। दिखाएँ कि f एकैकी आच्छादक फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. प्रत्येक स्थिति में जाँच करें कि फलन आच्छादक, एकैकी या एकैकी आच्छादक है? अपने उत्तर का औचित्य दें :

(i) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 + x^2$ से परिभाषित

(ii) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3 - 4x$ से परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

6. माना कि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5\}$ तथा माना कि $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 5)\}$, दिखाएँ कि f , A से B में एकैकी नहीं है लेकिन यह आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें

7. माना कि $f: A \rightarrow B$ में एकैकी फन है ताकि का परिसर $f = \{b\}$. A में अवयवों की संख्या बताएँ।



वीडियो उत्तर देखें

8. (i) यदि $A = \{1, -1, 2, -2\}$ तथा $B = \{2, 5, 7\}$, तो दिखाएँ कि $f: A \rightarrow B$, जो $f(x) = x^2 + 1$ से परिभाषित है न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है।

(ii) दिखाएँ कि फलन $f: N \rightarrow N$ जो $f(x) = x^2$, $x \in N$ से परिभाषित है एकैकी है लेकिन आच्छादक नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

9. फलन $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{0, 3, 7, 13, 14\}$ के एकैकी आच्छादक होने पर विचार करें। जहाँ

$$f(x) = x^2 + x + 1.$$



वीडियो उत्तर देखें

10. निम्नलिखित फलनों कि एकैकी आच्छादक होने कि जाँच करें:

(i) $f: N \rightarrow N: f(x) = 3x + 5$

$$(ii) f: R \rightarrow R: f(x) = x^2$$

$$(iii) f: R \rightarrow R: f(x) = x^2 + 5$$

$$(iv) f: R \rightarrow R: f(x) = e^x$$

$$(v) f: C \rightarrow R: f(x + y) = x, y, \in R$$

जहाँ N = प्राकृत संख्याओं का समुच्चय ,

R = वास्तविक संख्याओं का समुच्चय

C = सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय



उत्तर देखें

11. फलनों के एकैकी तथा आच्छादक होने की जाँच करें:

$f: N \rightarrow N$, जो $f(x) = 3x$ से परिभाषित है।

जहाँ $[x]$, x से छोटा या बराबर महत्त्व पूर्णांक है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. फलनों के एकैकी तथा आच्छादक होने की जाँच करें:

$f: N \rightarrow N$, जो $f(x) = x^2 + 1$ से परिभाषित है।

जहाँ $[x]$, x से छोटा या बराबर महत्त्व पूर्णांक है।

 वीडियो उत्तर देखें

13. फलनों के एकैकी तथा आच्छादक होने की जाँच करें:

$f: Z \rightarrow Z$, जो $f(x) = x^2$ से परिभाषित है।

जहाँ $[x]$, x से छोटा या बराबर महत्त्व पूर्णांक है।



वीडियो उत्तर देखें

14. फलनों के एकैकी तथा आच्छादक होने की जाँच करें:

$f: Z \rightarrow Z$, जो $f(x) = 2x + 1$ से परिभाषित है।

जहाँ $[x]$, x से छोटा या बराबर महत्त्व पूर्णांक है।



उत्तर देखें

15. फलनों के एकैकी तथा आच्छादक होने की जाँच करें:

$f: Z \rightarrow Z$, जो $f(x) = x^3$ से परिभाषित है।

जहाँ $[x]$, x से छोटा या बराबर महत्त्व पूर्णांक है।



वीडियो उत्तर देखें

16. फलनों के एकैकी तथा आच्छादक होने की जाँच करें:

$f: R \rightarrow R$, जो $f(x) = x^3$ से परिभाषित है।

जहाँ $[x]$, x से छोटा या बराबर महत्त्व पूर्णांक है।



वीडियो उत्तर देखें

17. फलनों के एकैकी तथा आच्छादक होने की जाँच करें:

$f: R \rightarrow R$, जो $f(x) = [x]$ से परिभाषित है।

जहाँ $[x]$, x से छोटा या बराबर महत्त्व पूर्णांक है।

 वीडियो उत्तर देखें

18. फलनों के एकैकी तथा आच्छादक होने की जाँच करें:

$f: R \rightarrow Z$, जो $f(x) = [x]$ से परिभाषित है।

जहाँ $[x]$, x से छोटा या बराबर महत्तम पूर्णांक है।

 वीडियो उत्तर देखें

19. माना कि $f: R \rightarrow R$ इस प्रकार परिभाषित है

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

फलन f के एकैकी आच्छादक होने की जाँच करें।



वीडियो उत्तर देखें

20. माना कि A किसी विशेष विद्यालय के कक्षा XII के सभी

50 विद्यार्थियों का समुच्चय। माना कि $f: A \rightarrow N$ एक

फलन है जो $f(x) =$ विद्यार्थी x का क्रमांक द्वारा परिभाषित है।

दिखाएँ कि f एकैक है लेकिन आच्छादक नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

21. माना कि A और B दो अरिक्त समुच्चय हैं। दिखाएँ कि $A \times B$ से $B \times A$ में एक एकैकी आच्छादक फलन का अरिक्त है।

 उत्तर देखें

22. दिखाएँ कि एकैकी फलन $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ में अनिवार्य रूप से आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

23. दिखाएँ कि आच्छादक फलन

$f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ आवश्यक रूप से एकैकी है।



वीडियो उत्तर देखें

24. निम्नलिखित फलन के प्रकार की जाँच करें $f: R \rightarrow R$

जो इस प्रकार परिभाषित है

$$(i) f(x) = x^3 \quad (ii) f(x) = \begin{cases} 1, & x \\ -1, & x \end{cases}$$



वीडियो उत्तर देखें

25. दिखाएँ कि फलन $f: R \rightarrow R$ जो $f(x) = x - [x]$, जहाँ $[x]$, x का पूर्णांक भाग है, से परिभाषित है न तो एकैकी और न आच्छादक।



वीडियो उत्तर देखें

26. यदि $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{2, 5, 6, 7\}$ तो फलन बनाएँ जो (i) एकैकी है (ii) बहुएकी है।



वीडियो उत्तर देखें

27. यदि $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ तो A से B में सभी संभव एकैकी फलन निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

28. माना कि $A = \{1, 2, 3\}$. A से A में सभी एकैकी निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

29. माना कि $A = \{-1, 0, 1\}$ तथा

$f = \{(x, x^2) : x \in A\}$. दिखाएँ कि फलन

$f: A \rightarrow A$ न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

अभ्यास 2 2

1. माना कि $f = \{(1, 2), (3, 5), (4, 1)\}$ तथा $g = \{(2, 3), (5, 1), (1, 3)\}$ द्वारा प्रदत्त है। $fo g$ तथा gof ज्ञात करें।

 वीडियो उत्तर देखें

2. माना कि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5\}$, $C = \{5, 6\}$.

माना कि $f: A \rightarrow B$, $g: B \rightarrow C$, $f(1) = 4$, $f(2) = 5$,

$f(3) = 4$, $g(4) = 5$, $g(5) = 6$ द्वारा परिभाषित है।

$g \circ f: A \rightarrow C$ निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

3. माना कि फलन f तथा g , $f = \{(1, -1), (2, -4), (3, -9)\}$

तथा $g = \{(-1, 3), (-4, 7), (-9, 11)\}$ द्वारा प्रदत्त है। दिखाएँ

कि $g \circ f$ परिभाषित है लेकिन $f \circ g$ परिभाषित नहीं। भी $g \circ f$

निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

4. माना कि $f: \{a, c, d\} \rightarrow \{a, b, e\}$ तथा $g: \{a, b, e\} \rightarrow \{a, c\}$, $f = \{(a, b), (c, e), (d, a)\}$ तथा $g = \{(a, c), (b, c), (e, c)\}$ द्वारा प्रदत्त है।
निम्नलिखित ज्ञात करें।

(i) $g \circ f$ (ii) $f \circ g$

 वीडियो उत्तर देखें

5. माना कि $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{p, q, r, s\}$, $C = \{x, y, z\}$
माना कि $f: A \rightarrow B$ तथा $g: B \rightarrow C$ इस प्रकार

परिभाषित

है

$f(a) = p, f(b) = q, f(c) = r, f(d) = s$ तथा

$g(p) = x, g(q) = x, g(r) = y, g(s) = z.$

$g \circ f: A \rightarrow C$ निकालें।



वीडियो उत्तर देखें

6. माना कि $f: \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{3, 4, 5, 9\}$ तथा

$g: \{3, 4, 5, 9\} \rightarrow \{7, 11, 15\}$ फलन है जो इस प्रकार

परिभाषित है, $f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = f(5) = 5$ तथा

$g(3) = g(4) = 7$ तथा $g(5) = g(9) = 11$ निकालें।



वीडियो उत्तर देखें

7. यदि $f: R \rightarrow R$ तथा $g: R \rightarrow R$, $f(x) = \cos x$ तथा $g(x) = 3x^2$ द्वारा प्रदत्त है, जो $g \circ f$ तथा $f \circ g$ निकालें और दिखाएँ कि $g \circ f \neq f \circ g$.



वीडियो उत्तर देखें

8. यदि $f(x) = 8x^3$ तथा $g(x) = x^{1/3}$, तो $g \circ f$ तथा $f \circ g$ निकालें।



वीडियो उत्तर देखें

9. माना कि $f: R \rightarrow R$ तथा

$$g: R \rightarrow R, f(x) = x^2 + 2x - 3, g(x) = 3x - 4$$

से परिभाषित है $(g \circ f)(x)$ तथा $(f \circ g)(x)$ निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

10. माना कि R सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

यदि फलन $f: R \rightarrow R$ तथा $g: R \rightarrow R$, सभी $x \in R$

के लिए $f(x) = x^2 + x + 1$ तथा $g(x) = 2x$ द्वारा

प्रदत्त है। निम्नलिखित निकालें।

(i) $f \circ g$ (ii) $g \circ f$ (iii) $f \circ f$ (iv) $g \circ g$

 वीडियो उत्तर देखें

11. तीन फलन फलन $f: N \rightarrow N, g: N \rightarrow N$ तथा

$h: N \rightarrow R$ पर विचार करें जो

$f(x) = 2x, g(y) = 3y + 4$ तथा

$h(x) = \sin z, \forall x, y, z \in N$ द्वारा परिभाषित हैं।

दिखाएँ कि $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$.

 वीडियो उत्तर देखें

12. माना कि $f: R \rightarrow R, f(x) = 2x - 3$ द्वारा

परिभाषित है तथा $g: R \rightarrow R, g(x) = \frac{x + 3}{2}$ द्वारा

परिभाषित है। दिखाएँ कि $f \circ g = I_R = g \circ f$.



वीडियो उत्तर देखें

अभ्यास 2 3

1. माना कि $S = \{1,2,3\}$ है। निर्धारित करें कि क्या नीचे परिभाषित फलन $f: S \rightarrow S$ का प्रतिलोम फलन है f^{-1} ज्ञात करें यदि इसका अस्तित्व है।

(i) $f = \{(1,2), (2, 1), (3, 1)\}$ (ii) $f = \{(1, 3), (3, 2), (2, 1)\}$

(iii) $f = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$



वीडियो उत्तर देखें

2. कारण सहित बताइए कि क्या निम्नलिखित फलनों के प्रतिलोम है। प्रतिलोम भी निकाले यदि इसका अस्तित्व है।

(i) $g: \{5, 6, 7, 8\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ जहाँ

$$g = \{(5, 4), (6, 3), (7, 4), (8, 2)\}$$

(ii) $f: \{(1, 2, 3, 4)\} \rightarrow \{10\}$ जहाँ

$$f = \{(1, 10), (2, 10), (3, 10), (4, 10)\}$$

(iii) $h = \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{7, 9, 11, 13\}$ जहाँ

$$h = \{2, 7\}, \{3, 9\}, \{4, 11\}, \{5, 13\}$$



3. माना कि $f: R \rightarrow R, f(x) = 3x + 2$ द्वारा परिभाषित है। दिखाएँ कि f व्युत्क्रमणीय है। $f^{-1}: R \rightarrow R$ निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

4. यदि $f: R \rightarrow R, f(x) = 2x + 7$ द्वारा परिभाषित है। साबित करें कि f एकैकी आच्छादक है। f का प्रतिलोम भी निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

5. माना कि \mathbb{R} सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

दिखाएँ कि फलन $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, जो $f(x) = \frac{3x + 1}{2}$

सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए, द्वारा परिभाषित है, एक एकैकी

आच्छादक फलन है। f का प्रतिलोम भी निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

6. $f(x) = e^x \forall x \in \mathbb{R}^+$, जहाँ \mathbb{R}^+ सभी धन

वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है, द्वारा परिभाषित फलन

$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ पर विचार करें। f का प्रतिलोम फलन

निकालें यदि इसका अस्तित्व है।

 वीडियो उत्तर देखें

7.

यदि

$$f: [0, \infty) \rightarrow [2, \infty), f(x) = x^2 + 2 \forall, x \in R$$

द्वारा परिभाषित है, तो f^{-1} निकालें।



वीडियो उत्तर देखें

8. यदि $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{2,4,6,8\}$ तथा

$f: A \rightarrow B$, $f(x) = 2x$ द्वारा प्रदत्त है, तो f तथा f^{-1}

क्रमित युग्मों के समुच्चय के रूप में लिखें।



वीडियो उत्तर देखें

9. माना कि $f: R \rightarrow R, f(x) = 4x + 3$ द्वारा प्रदत्त है। दिखाएँ कि f व्युत्क्रमणीय है। f का प्रतिलोम निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

10. माना कि फलन $f: N \rightarrow Y, f(x) = 4x + 3$, द्वारा प्रदत्त है, जहाँ $Y = \{y \in N: y = 4x + 3\}$ किसी $x \in N$ के लिए दिखाएँ कि f व्युत्क्रमणीय है। f का प्रतिलोम निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

11. माना कि $f: R_+ \rightarrow (4, \infty)$, $f(x) = x^2 + 4$ द्वारा प्रदत्त है। दिखाएँ कि f व्युत्क्रमणीय है जहाँ f का प्रतिलोम f^{-1} है जो $f^{-1}(y) = \sqrt{y - 4}$ द्वारा प्रदत्त है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. माना कि एक फलन $f: N \rightarrow R$, $f(x) = 4x^2 + 12x + 15$ से परिभाषित है। दिखाएँ कि $f: N \rightarrow (f$ का परिसर) व्युत्क्रमणीय है। f का प्रतिलोम निकालें।

 वीडियो उत्तर देखें

13.

माना

कि

$$Y = \{n^2 : n \in N\} \subset N. f(x) = x^2 \quad \text{द्वारा}$$

परिभाषित फलन $f: N \rightarrow Y$ पर विचार करें। दिखाएँ कि

f व्युत्क्रमणीय है। f का प्रतिलोम निकालें।



वीडियो उत्तर देखें

14. फलन $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{a, b, c\}$ पर विचार करें जो

इस प्रकार दिया जाता है, $f(1) = a$, $f(2) = b$ तथा $f(3) = c$.

f^{-1} का प्रतिलोम $(f^{-1})^{-1}$ निकालें। यह भी साबित

करें कि $(f^{-1})^{-1} = f$.



वीडियो उत्तर देखें