



MATHS

BOOKS - KC SINHA MATHS (HINDI)

सम्बन्ध

साधित उदाहरण

1. माना कि $A = \{3, 5\}$ तथा $B = \{7, 11\}$

माना कि (Let) $R = \{(a, b) : a \in A, b \in B, a - b$

विषम है } }

दिखाएँ कि R , A से B में एक रिक्त सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. माना कि $A = \{3, 5\}$, $B = \{7, 11\}$

माना कि $R = \{(a, b) : a \in A, b \in B, a - b \text{ एक सम संख्या है } \}$

दिखाएँ कि R , A से B में एक सार्वत्रिक सम्बन्ध है।

 उत्तर देखें

3. माना कि $A = \{1, 2, 3\}$ तथा $R = \{(a, b) : a, b \in A, a, b \text{ को विभाजित करता है तथा } b, a \text{ को विभाजित करता है}\}$ दिखाएँ कि R, A पर एक तत्समक सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. माना कि R, N पर एक सम्बन्ध है जो इस प्रकार परिभाषित है:

$R = \{(a, b) : a, b \in N \text{ तथा } a = b^2\}$ क्या निम्नलिखित

सत्य है?

(i) $(a, a) \int R$ सभी $a \in \mathbb{N}$ के लिए

(ii) $(a, b) \int R \Rightarrow (b, a) \int R$

(iii) $(a, b) \int R, (b, c) \int R \Rightarrow (a, c) \int R?$

प्रत्येक स्थिति में अपने उत्तर का औचित्य बतायें।



उत्तर देखें

5. दिखाएँ कि प्राकृत संख्याओं के सम्मूह \mathbb{N} पर सम्बन्ध R ,

जो

$$x R y \iff 2x^2 - 3xy + y^2 = 0$$

अर्थात्

$$R = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{N}\}$$

तथा

$2x^2 - 3xy + y^2 = 0$ } से परिभाषित है, सम्मित नहीं है
लेकिन यह सवतुल्य है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. माना कि \mathbb{N} प्राकृत संख्याओं का सम्मुच्य है तथा \mathbb{N} पर सम्बन्ध $R, xRy \Rightarrow x, y$ को विभाजित करता है अर्थात $R = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{N} \text{ तथा } x, y \text{ को विभाजित करता है}\}$, से परिभाषित है। जांच करें कि क्या R स्वतुल्य, सममित, प्रतिसममित तथा संक्रामक है?

 उत्तर देखें

7. माना कि S कोई अरिक्त सम्मुच्य है तथा $P(S)$ इसका शाक्त सम्मुच्य है। $P(S)$ पर हम एक सम्बन्ध R परिभाषित करते हैं। जहाँ, $A, B \in P(S)$ के लिए $A R B$ का अर्थ है $A \subseteq B$ अर्थात् $R = \{(A, B) : A \subseteq B\}$ जाँच करें कि क्या R (i) सवतुल्य (ii) सम्मित (iii) प्रतिसम्मित (iv) संक्रामक है?



उत्तर देखें

8. साबित करें की सम्मुच्य A पर सम्बन्ध R

(i) समतुल्य होता है $\Leftrightarrow I_A \subseteq R$, जहाँ

$$I_A = \left\{ (x, x) : x \in A \right\}$$

(ii) सम्मित होता है $\Leftrightarrow R^{-1} = R$



उत्तर देखें

9. एक सम्बन्ध का उदाहरण दे, जो

(i) न स्वतुल्य है, न सम्मित है और न संक्रामक है।

(ii) सम्मित तथा स्वतुल्य है लेकिन संक्रामक नहीं है।

(iii) स्वतुल्य तथा संक्रामक है लेकिन सम्मित नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

10. माना कि L = एक दिए हुए तल के सभी सरल रेखाओं का सम्मुच्य।

माना कि L पर सम्बन्ध R तथा r निम्न प्रकार परिभाषित है:

(i) $xRy < \Rightarrow x \perp y$ अर्थात्

$$R = \{(x, y) : x \perp y\}$$

(ii) $xry < \Rightarrow x \parallel y$ अर्थात्

$$R = \{(x, y) : x \parallel y\}$$

जाँच करें R और r में कोण तुल्यता सम्बन्ध है। साथ ही उन सभी सरल रेखाओं का सम्मुच्य निकालें जो रेखा $y = 2x + 4$ से सम्बन्ध r द्वारा सम्बंधित हैं।



उत्तर देखें

11. माना कि \mathbb{Z} सभी पूर्णाकों का समुच्चय है। \mathbb{Z} पर एक सम्बन्ध R इस प्रकार परिभाषित है कि xRy का अर्थ है $x - y, 5$ से विभाज्य है। साबित करें कि, R, \mathbb{Z} पर एक तुल्यता सम्बन्ध है।



उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिये की समस्त त्रिभुजों के समुच्चय A में, $R = \{T_1, T_2\} : T_1, T_2$ के समरूप है, द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R एक तुल्यता सम्बन्ध है। भुजाओं 3, 4, 5 वाले

समकोण त्रिभुज T_3 पर विचार कीजिये। T_1 , T_2 और T_3 में से कौन से त्रिभुज परस्पर संबंधित हैं?

 उत्तर देखें

13. सिद्ध कीजिये की समस्त बहुभुजों के सम्मुच्य A में, $R = \{(P_1, P_2) : P_1 \text{ तथा } P_2 \text{ की भुजाओं की संख्या समान हैं}\}$ से परिभाषित सम्बन्ध R , A पर एक तुल्यता सम्बन्ध हैं। 3,4 और 5 की लम्बाई की भुजाओं वाले समकोण त्रिभुज T से सम्बंधित सम्मुच्य A के सभी अवयवों का सम्मुच्य ज्ञात कीजिये।

 उत्तर देखें

14. माना कि \mathbb{N} सभी प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है।

$\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ पर एक सम्बन्ध

$(a, b)R(c, d) \Rightarrow a + d = b + c$ द्वारा परिभाषित है।

दिखाएं कि R एक तुल्यता सम्बन्ध है।



वीडियो उत्तर देखें

15. माना \mathbb{N} प्राकृत संख्याओं के समुच्चय को प्रदर्शित करता

है तथा $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ पर सम्बन्ध R , $(a, b) R (c, d)$ द्वारा

परिभाषित है, यदि $ad(b + c) = bc(a + d)$ है, तब R है



वीडियो उत्तर देखें

16. यदि \mathbb{Q} परिमेय संख्याओं का सम्मुच्च्य हैं तथा \mathbb{Q} पर एक सम्बन्ध R ,

$xRy \iff |x - y| \leq \frac{1}{2}$ द्वारा परिभाषित हैं, तो

साबित करें कि R , एक तुल्यता सम्बन्ध नहीं हैं।



वीडियो उत्तर देखें

17. किसी समुच्चय A पर तुल्यता सम्बन्ध R तथा S हैं तो नीचे दिए गए कथनों में से सत्य कथन छाँटिए

- A. एक तुल्यता सम्बन्ध का प्रतिलोम सम्बन्ध भी एक तुल्यता सम्बन्ध होता है।
- B. दो तुल्यता संबंधों का सर्वनिष्ठ भी एक तुल्यता सम्बन्ध होता है।
- C. दो सम्मित सम्बन्धों का सम्मिलन भी एक सम्मित सम्बन्ध होता है।
- D. उपरोक्त सभी

Answer: A



उत्तर देखें

18. सम्मुच्य $A = \{(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)\}$ के उपसमुचुओं $\{1,6\}, \{2,7\}, \{3,8\}, \{4\}, \{5\}$ द्वारा इसके विभाजन पर विचार करें। A में एक सम्बन्ध $R = \{(a, b) : a \text{ तथा } b, A \text{ के एक ही विभाजन समुच्य में हैं। से परिभाषित हैं।$ साबित करें कि R सम्मुच्य A में एक तुल्यता सम्बन्ध हैं। A के उन सभी अवयवों का सम्मुच्य भी निकालों जो 5 से सम्बन्धित हैं।



उत्तर देखें

19. साबित करें सम्मुच्य $A = \left\{ x \int Z : 0 \leq x \leq 12 \right\}$

में सम्बन्ध

$R = \{(a, b) : |a - b|, 4 \text{ का अपवर्त्य हैं}, \text{ एक तुल्यता सम्बन्ध हैं} \mid 1 \text{ से सम्बंधित सभी अवयवों का सम्मुच्य निकालें}$



उत्तर देखें

20. माना कि $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, माना

कि X में सम्बन्ध R_1 तथा R_2 इस प्रकार हैं कि

$R_1 = \{(x, y) : x - y, 3 \text{ से विभाज्य हैं}, x \neq y\}$ तथा

$R_2 = \{(x, y) : \{x, y\} \subset \{1, 4, 7\}\}$ या

$\{x, y\} \subset \{2, 5, 8\}$ या $\{x, y\} \subset \{3, 6, 9\}$ जहाँ

\subset का अर्थ उपसमुच्चय से हैं। दिखाएं कि $R_1 = R_2$

 वीडियो उत्तर देखें

21. साबित करें कि सम्मुच्च्य $\{1,2,3\}$ में $\{1,2\}$ तथा $(2,1)$ को अंतविरष्ट (contain) करने वाले तुल्यता सम्बन्धों कि संख्या 2 हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

22. माना कि $A=\{1,2,3\}$, तो साबित करें कि $(1,2)$ तथा $(2,3)$ को शामिल करने वाले वैसे सम्बन्धों की संख्या 4 हैं जो स्वतुल्य तथा संक्रामक हैं, लेकिन सम्मित नहीं हैं।



वीडियो उत्तर देखें

अभ्यास 11

1. माना कि लड़कों के किसी विद्यालय के सभी लड़कों का सम्मुच्य A है। दिखाएँ कि सम्मुच्य A पर निम्न प्रकार परिभाषित सम्बन्ध R

(i) $R = \{(a, b) : a, b \text{ कि बहन है}\}$ A में एक रिक्त सम्बन्ध है।

(ii) $R' = \{(a, b) : a \text{ और } b \text{ के ऊचाइयों का अंतर 3 मीटर में कम है}\}$ A पर एक सार्वत्रिक सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. माना कि $A = \{1, 2, 3\}$ तथा R, A पर $aRb \iff a = b$ से परिभाषित एक सम्बन्ध है। दिखाएँ कि R, A पर एक ततस्मक सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. माना कि $R = \left\{ (a, b) : a, b \in Q \text{ तथा } a - b \in Z \right\}$

द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R, Q से Q में सम्बन्ध है। दिखाएँ कि

(i) $(a, a) \in R$ सभी $a \in Q$ (for all $a \in Q$)

(ii) $(a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R$

(iii) $(a, b) \in R, (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R$

 वीडियो उत्तर देखें

4. माना कि,

$A = \{1, 2, 3\}$ तथा

$R_1 = \{(1, 2), (2, 2), (3, 3), (2, 3), (3, 2)\}$,

$R_2 = \{(3, 3), (2, 1), (1, 2)\}$,

$$R_3 = \{(1, 2)\},$$

$$R_4 = \{(1, 1)\}$$

इनमे से कौन सा सम्बन्ध, स्वतुल्य, सम्मित तथा संक्रामक है।



वीडियो उत्तर देखें

5. माना कि (Let) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ तथा

$$R_1 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 3), (3, 2)\}$$

$$R_2 = \{(2, 2), (3, 3), (4, 4), (1, 1)\}$$

$$R_3 = \{(1, 4), (3, 2)\}$$

$$R_4 = \{(2, 4), (4, 2), (4, 4)\}$$

इनमे से कौन-सा सम्बन्ध, स्वतुल्य, सम्मित तथा संक्रामक है।

6. निर्धारित कीजिये कि क्या निम्नलिखित संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य, सम्मित तथा संक्रामक है:

(i) समस्त पूर्णाकों के सम्मुच्च Z में सम्बन्ध

$$R = \{(x, y) : x - y \text{ एक पूर्णांक है}\}$$

(ii) सम्मुच्च $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में

$$R = \{(a, b) : b = a + 1\}$$
 द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R

(iii) सम्मुच्च $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में

$$R = \{(x, y) : y, x \text{ से भाज्य है}\}$$
 द्वारा परिभाषित सम्बन्ध

R

(iv) सम्मुच्च $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ में

$R_1 = \{(x, y) : 2x - y = 10\}$ से परिभाषित सम्बन्ध

R.

(v) सम्मुच्य $A = \{1, 2, 3, \dots, 14\}$ में

$R = \{(x, y) : 3x - y = 10\}$ से परिभाषित सम्बन्ध R

(vi) सभी प्राकृत संख्याओं के सम्मुच्य R में जो निम्न प्रकार परिभाषित है

 उत्तर देखें

7. निर्धारित कीजिए कि किसी विशेष समय पर किसी नगर के निवासियों के सम्मुच्य A में क्या निम्नलिखित में से प्रत्येक सम्बन्ध स्वतुल्य, सम्मित तथा संक्रामक है:

(i) $R_1 = \{(x, y) : x, y \text{ कि पत्नी है}\}$

(ii) $R_2 = \{(x, y) : x, y \text{ के पिता है}\}$

(iii) $R_3 = \{(x, y) : x \text{ तथा } y \text{ एक ही मुहल्ले में रहते हैं}\}$

(iv) $R_4 = \{(x, y) : x \text{ तथा } y \text{ एक ही स्थान पर कार्य करते हैं}\}$

(v) $R_5 = \{(x, y) : x, y \text{ से 7 सेमि लम्बा है}\}$



वीडियो उत्तर देखें

8. (i) सिद्ध कीजिये कि सम्मुच्य $\{1, 2, 3\}$ में $R = \{(1, 2), (2, 1)\}$ द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध R सम्मित हैं किन्तु न तो स्वतुल्य हैं और न संक्रामक हैं।

(ii) सिद्ध कीजिये कि सम्मुच्च्य $\{1,2,3\}$ में

$R = \{(1, 1)(2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ द्वारा

प्रदत सम्बन्ध हैं, परन्तु न तो सम्मित हैं और न संक्रामक हैं।



वीडियो उत्तर देखें

9. माना कि S एक तल के सभी बिंदुओं का सम्मुच्च्य हैं तथा S

में $R = \{(a,b): a \text{ तथा } b \text{ के बीच कि दुरी } 2 \text{ इकाई से कम हैं।}$

द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R हैं। दिखाएँ कि R स्वतुल्य तथा

सम्मित हैं लेकिन संक्रामक नहीं हैं।



वीडियो उत्तर देखें

10. निम्नलिखित में से प्रत्येक कथन के लिए सत्य या असत्य लिखें।

(i) पूर्णाकों के सम्मुच्य में सम्बन्ध से बड़ा हैं स्वतुल्य हैं।

(ii) धन पूर्णांक के सम्मुच्य में सम्बन्ध का गुणनखंड हैं एक सम्मित सम्बन्ध हैं।

(iii) त्रिभुजों के सम्मुच्य के समरूप हैं एक संक्रामक सम्बन्ध हैं।

(iv) सरल रेखाओं के सम्मुच्य में सम्बन्ध पर लम्ब हैं एक संक्रामक सम्बन्ध हैं।

(v) किसी अरिक्त सम्मुच्य A पर ततस्मक सम्बन्ध एक स्वतुल्य सम्बन्ध हैं।

(vi) किसी अरिक्त सम्मुच्य A पर ततस्मक सम्बन्ध सम्मित हैं।

(vii) किसी आरिक्त A पर ततस्मक सम्बन्ध सम्मित होता हैं।

 उत्तर देखें

11. ऐसे सम्बन्ध का उदाहरण दीजिये जो

(i) सम्मित तथा संक्रामक हो किन्तु स्वतुल्य न हो।

(ii) सम्मित हो परन्तु न तो स्वतुल्य हो और न संक्रामक हो।

(iii) संक्रामक हो परन्तु न तो स्वतुल्य हो और न सम्मित हो।

(iv) स्वतुल्य तथा सम्मित हो किन्तु संक्रामक नहीं हो।

(v) न तो स्वतुल्य हो न सम्मित हो और न संक्रामक हो।

 उत्तर देखें

12. निम्नलिखित में से प्रत्येक के लिए सत्य और असत्य लिखें।

(i) किसी अरिक्त सम्मुच्य A पर ततस्मक सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध हैं।

(ii) किसी अरिक्त सम्मुच्य A पर सार्वत्रिक सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध हैं।



उत्तर देखें

13. माना कि पूर्णाकों के सम्मुच्य Z पर

$xRy \iff x = y \forall x, y \in Z$ से परिभाषित सम्बन्ध

R हैं। दिखाएँ कि R एक तुल्यता सम्बन्ध हैं।



वीडियो उत्तर देखें

14. माना कि पूर्णाकों के सम्मुख Z पर $xRy < \Rightarrow x - y$ एक सम्पूर्णाक हैं, द्वारा परिभाषित एक सम्बन्ध R हैं हैं। क्या R एक तुल्यता सम्बन्ध हैं?



वीडियो उत्तर देखें

15. साबित करें कि एक तल में सभी त्रिभुजों के सम्मुख पर के सर्वांगसम सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध हैं।



वीडियो उत्तर देखें

16. माना कि A किसी पुस्तकालय के सभी पुस्तकों का सम्मुख्य हैं तथा R, A पर $R = \{(x, y) : x \text{ और } y \text{ में पृष्ठों कि संख्या समान हैं}\}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R हैं। दिखाएँ कि R एक तुल्यता सम्बन्ध हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

17. साबित करें कि पूर्णाकों के सम्मुख्य Z में सम्बन्ध कान्गुइन्स मॉडलों m एक तुल्यता सम्बन्ध हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

18. क्या शून्य परिमेय संख्याओं के सम्मूच्य Q पर $xRy \Leftrightarrow xy = 1 \forall x, y \in Q$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R एक तुल्यता सम्बन्ध है?

 उत्तर देखें

19. (i) क्या प्राकृत संख्याओं के सम्मूच्य N पर परिभाषित सम्बन्ध $>$ एक तुल्यता सम्बन्ध है।

(ii) दिखाएँ की वास्तविक संख्याओं के सम्मूच्य पर सम्बन्ध $>$ संक्रामक है लेकिन सवतुल्य नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

20. माना की प्राकृत संख्याओं के सम्मुख N पर $mRn \iff (m - n)(m - n) = 0$ से परिभाषित सम्बन्ध R है। क्या R एक तुल्यता सम्बन्ध है?

 उत्तर देखें

21. माना की $f: x \rightarrow y$ एक फलां है। X में एक सम्बन्ध $R, R = \{(a, b) : f(a) = f(b)\}$ से परिभाषित करें। जाँच करें यदि R एक तुल्यता सम्बन्ध है।

 उत्तर देखें

22. सिद्ध कजिए कि $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ में, $R = \{(a, b) : |a - b| \text{ सम्भ है}\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R एक तुल्यता सम्बन्ध है। प्रमाणित कीजिए कि $\{1, 3, 5\}$ के सभी अवयव एक-दूसरे से संबंधित हैं और समुच्चय $\{2, 4\}$ के सभी अवयव एक-दूसरे से संबंधित हैं परन्तु: $\{1, 3, 5\}$ का कोई भी अवयव $\{2, 4\}$ के किसी अवयव से संबंधित नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

23. मान लीजिए कि समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ में $R = \{(a, b) : a \text{ तथा } b \text{ दोनों ही या तो विषम हैं या सम हैं}\}$ द्वारा

परिभाषित एक संबंध है। सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है। साथ ही सिद्ध कीजिए कि उपसमुच्चय $\{1, 3, 5, 7\}$ के सभी अवयव एक दूसरे से संबंधित हैं, और उपसमुच्चय $\{2, 4, 6\}$ के सभी अवयव एक दूसरे से संबंधित हैं, परंतु उपसमुच्चय $\{1, 3, 5, 7\}$ का कोई भी अवयव उपसमुच्चय $\{2, 4, 6\}$ के किसी भी अवयव से संबंधित नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

24. सिद्ध कीजिए: की समुच्च्ये

$A = \{x \in \mathbb{Z} : 0 \leq x \leq 12\}$ में दिए गए गयी

निम्नलिखित सम्बन्धो R में से प्रत्येक एक तुल्यता सम्बन्ध है:

(i) $R = \{(a, b) : |a - b|, 4 \text{ का एक गुणन है।}$

प्रतियेक दशा में। सम्बंधित अवयव को ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

25. मानाकि $A = \{1, 2, 3\}$ तो दिखाएँ की A पर (2,3)

तथा (3,2) को शामिल करने वाले तुल्यता सम्बन्धों की

संख्या 2 है।

 वीडियो उत्तर देखें