

MATHS

NCERT - NCERT गणित(HINDI)

संबंध एवं फलन

उदाहरण

- मान लीजिए कि A बालको के स्कूल के सभी विद्यार्थियों का समूचया है | दर्शाइए की $R = \{(a, b) : a, b \text{ की बहन है } \}$ द्वारा प्रदत्त संबंध एक रिक्त संबंध है तथा $R' = \{(a, b) : a \text{ तथा } b \text{ की ऊँचाइयो का अंतर } 3 \text{ मीटर से काम होनी ही चाहिए } | \text{ इससे प्रकट होता है कि } R = A \times A \text{ सावत्रिक संबंध है } |$



वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिये कि T किसी समतल त्रिभुजों का एक समूचया है | समूचया T में $R = \{(T_1, T_2) \in R \Rightarrow T_1, T_2 \text{ का सवागस्म है}\}$ एक संबंध है |

 वीडियो उत्तर देखें

3. मान लीजिए कि L किसी समतल में स्थित समस्त रंखाओं का एक समुच्चय है तथा $R = \{(L_1, L_2) : L_1, L_2 \text{ पर लंब है}\}$ समुच्चय L में परिभाषित एक संबंध है। सिद्ध कीजिए कि P सममित है किंतु यह न तो स्वतुल्य है और न संक्रामक है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य है, परंतु न तो सममित है और न संक्रामक है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. सिद्ध कीजिए कि पूर्णाकों के समुच्चय Z में $R = \{(a, b) : \text{संख्या } 2, (a-b) \text{ को विभाजित करती है}\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. मान लीजिए कि समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ में $R = \{(a, b) : a \text{ तथा } b \text{ दोनों ही या तो विषम हैं या सम हैं}\}$ द्वारा परिभाषित एक संबंध है। सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है। साथ ही सिद्ध कीजिए कि उपसमुच्चय $\{1, 3, 5, 7\}$ के सभी अवयव एक दूसरे से संबंधित है, और उपसमुच्चय $\{2, 4, 6\}$ के सभी अवयव एक दूसरे से संबंधित है, परंतु उपसमुच्चय $\{1, 3, 5, 7\}$ का कोई भी अवयव उपसमुच्चय $\{2, 4, 6\}$ के किसी भी अवयव से संबंधित नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. मान लीजिए कि कक्षा x के सभी 50 विद्यार्थियों का समुच्चय A है। मान लीजिए $f: A \rightarrow N$, $f(x)$ विद्यार्थियों x का रोल नम्बर, द्वारा परिभाषित एक फलन है। सिद्ध कीजिए कि f एकाकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = 2x$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: N \rightarrow N$, एकेको है किंतु आच्छादक नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

9. $f(x) = 2x$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \rightarrow R$,

- A. एकैकी तथा आच्छादक
- B. एकैकी तथा अंतरक्षेपी
- C. बहु एकैकी तथा अंतरक्षेपी
- D. बहु एकैकी तथा आच्छादक

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

10. यदि $f(1) = f(2) = 1$ तथा $x > 2$ के लिए $f(x) = x - 1$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: N \rightarrow N$, तब फलन है -

- A. एकैकी तथा आच्छादक
- B. एकैकी तथा अंतरक्षेपी
- C. बहु एकैकी तथा अंतरक्षेपी
- D. बहु एकैकी तथा आच्छादक

Answer: D

 वीडियो उत्तर देखें

11. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = x^2$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \rightarrow R$, न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिए कि नीचे परिभाषित फलन $f: N \rightarrow N$, एकैकी तथा आच्छादक दोनों ही है।

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{if } x \text{ odd} \\ x-1, & \text{if } x \text{ even} \end{cases}$$

 वीडियो उत्तर देखें

13. सिद्ध कीजिए कि आच्छादक फलन $F: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ सदैव एककी फलन होता है।

 वीडियो उत्तर देखें

14. सिद्ध कीजिए कि एक एककी फलन $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ अनिवार्य रूप से आच्छादक भी है।

 वीडियो उत्तर देखें

15. मान लीजिये कि $f: \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{3, 4, 5, 9\}$ और $g: \{3, 4, 5, 9\} \rightarrow \{7, 11, 15\}$ दो फलन इस प्रकार हैं कि $f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = f(5) = 5$ और $g(3) = g(4) = 7$ तथा $g(5) = g(9) = 11$, तो $g \circ f$ ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

16. यदि $f: R \rightarrow R$ तथा $g: R \rightarrow R$ फलन क्रमशः : $f(x) = \cos x$ तथा $g(x) = 3x^2$ द्वारा परिभाषित है तो $g \circ f$ और $f \circ g$ ज्ञात कीजिए | सिद्ध कीजिए $g \circ f \neq f \circ g$

 वीडियो उत्तर देखें

17. यदि $f(x) = \frac{3x + 4}{5x - 7}$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R - \left\{ \frac{7}{5} \right\} \rightarrow R - \left\{ \frac{3}{5} \right\}$ तथा $g(x) = \frac{7x + 4}{5x - 3}$ द्वारा परिभाषित फलन $g: R - \left\{ \frac{3}{5} \right\} \rightarrow R - \left\{ \frac{7}{5} \right\}$ प्रदत्त है, तो

सिद्ध कीजिए कि $f \circ g = I_A$ तथा $g \circ f = I_B$, इस प्रकार कि $I_A(X) = x, \forall x \in A$ और $I_B(x) = a, \forall x \in B$ जहाँ $A = R - \left\{ \frac{3}{5} \right\}, B = R - \left\{ \frac{7}{5} \right\}$ हैं। I_A तथा I_B को क्रमशः समुच्चय A तथा B पर ततसमक (Identity) फलन कहते हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

18. सिद्ध कीजिए कि यदि $f: A \rightarrow B$ तथा $g: B \rightarrow C$ एककी है, तो $g \circ f: A \rightarrow C$ भी एककी है।

 वीडियो उत्तर देखें

19. सिद्ध कोजिए कि यदि $f: A \rightarrow B$ तथा $g: B \rightarrow C$ आच्छादक है, $g \circ f: A \rightarrow C$ भी आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

20. f तथा g ऐसे दो फलनों पर विचार कोजिए की $g \circ f$ परिभाषित है तथा एककी है। क्या f तथा दोनों अनिवार्य: एककी है?

 वीडियो उत्तर देखें

21. यदि $g \circ f$ अच्छादक है, तो क्या f तथा g दोनों अनिवार्य: अच्छादक है

 वीडियो उत्तर देखें

22. मान लजिए कि $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{a, b, c\}$ एक एककी तथा अच्छादक फलन इस प्रकार है कि $f(1) = a$, $f(2) = b$ और $f(3) = c$, तो सिद्ध कोजिए कि फलन $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ का ऐसा अस्तित्व है, ताकि $g \circ f = I_x$ तथा $f \circ g = I_y$ जहाँ $X = \{1, 2, 3\}$ तथा $Y = \{a, b, c\}$ हो।

 वीडियो उत्तर देखें

23. मान लीजिए की $f: N \rightarrow N$, $f(x) = 4x + 3$, द्वारा परिभाषित एक फलन है , जहाँ $Y = \{y \in N: y = 4x + 3 \text{ किसी } x \in N \text{ के लिया} \mid$ सिद्ध कोजिए कि f व्युत्क्रमणीय है \mid प्रतिलोम फलन भी ज्ञात कोजिए \mid

 वीडियो उत्तर देखें

24. मान लीजिए की $Y = \{n^2: n \in N\} \subset N$ है \mid फलन $F: N \rightarrow Y$ जहाँ $f(n) = n^2$ पर विचार कोजिए \mid सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है $\mid f$ का प्रतिलोम भी ज्ञात कीजिए \mid

 वीडियो उत्तर देखें

25. माना $f: N \rightarrow R$, $f(x) = 4x^2 + 12x + 15$ द्वारा परिभाषित एक फलन हैं \mid सिद्ध कीजिए कि $f: N \rightarrow S$, जहाँ S , जहाँ S , f का परिसर हैं , व्युत्क्रमणीय हैं $\mid f$ का प्रतिलोम भी ज्ञात कीजिए \mid

 वीडियो उत्तर देखें

26. तीन फलन $f: N \rightarrow N, g: N \rightarrow N$ तथा $h: N \rightarrow R$ पर विचार जहाँ $f(x) = 2x, g(y) = 3y + 4$ तथा $h(z) = \sin z, \forall x = , y$ तथा $z \in N$. सिद्ध कीजिए कि $ho(gof) = (hog)of$.

 वीडियो उत्तर देखें

27. Consider $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{a, b, c\}$ and $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{apple, ball, cat\}$ defined as $f(1) = a, f(2) = b, f(3) = c, g(a) = apple, g(b) = ball$ and $g(c) = c$

 वीडियो उत्तर देखें

28. मान लजिए कि $S = \{1, 2, 3\}$ है | निर्धारित कीजिए कि क्या निचे परिभाषित फलन $f: S \rightarrow S$ का प्रीतमोल फलन है | f^{-1} , ज्ञात कीजिए यदि इसका अस्तित्व है |

(a) $f = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$

(b) $f = \{(1, 2), (2, 1), (3, 1)\}$

(c) $f = \{(1, 3), (3, 2), (2, 1)\}$

 वीडियो उत्तर देखें

29. सिद्ध कोजिए कि R में योग, अंतर और गुणा द्विआधारी संक्रिया हैं। किंतु भाग R में द्विआधारी संक्रिया नहीं है। साथ ही सिद्ध कोजिए कि भाग ऋणोत्तर वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में द्विआधारी संक्रिया है।

 वीडियो उत्तर देखें

30. सिद्ध कोजिए कि अंतर (व्यवकलन) तथा भाग N में द्विआधारी संक्रिया नहीं हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

31. सिद्ध कोजिए कि $f : R \times R \rightarrow R, (a, b) \rightarrow a + 4b^2$ द्वारा प्रदत्त एक द्विआधारी संक्रिया है।

 वीडियो उत्तर देखें

32. मान लीजिए कि P . किसी प्रदन समुच्चय X क समस्त उप समुच्चयों का, समुच्चय सिद्ध कोजिए कि $\cup : P \times P \rightarrow P, (A, B) \rightarrow A \cup B$ द्वारा प्रदूत तथा $\cap : P \times P \rightarrow P, (A, B) \rightarrow A \cap B$ द्वारा परिभाषित फलन, P में द्विआधारी संक्रियाएँ हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

33. सिद्ध कोजिए कि $(a, b) \rightarrow$ अधिकतम $\{a, b\}$ द्वारा परिभाषित $v : R \times R \rightarrow R$ तथा $(a, b) \rightarrow$ निम्नतम $\{a, b\}$ द्वारा परिभाषित $\wedge : R \times R \rightarrow R$ द्विआधारी संक्रियाएँ हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

34. सिद्ध कीजिए कि $+$: $R \times R \rightarrow R$ तथा \times : $R \times R \rightarrow R$ क्रमविनिमेय द्विआधारो संक्रियाएँ हैं, परन्तु $-$: $R \times R \rightarrow R$ तथा \div : $R_* \times R_* \rightarrow R_*$ क्रमविनिमेय नहीं हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

35. सिद्ध कीजिए कि $a * b = a + 2b$ द्वारा परिभाषित $* : R \times R \rightarrow R$ क्रमविनिमेय नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

36. सिद्ध कीजिए कि R में योग तथा गुणा साहचर्य द्विआधारी संक्रियाएँ हैं। परंतु व्यवकलन तथा भाग R में साहचर्य नहीं हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

37. सिद्ध कीजिए कि $a * b \rightarrow a + 2b$ द्वारा प्रदत्त $* : R \times R \rightarrow R$ साहचर्य नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

38. सिद्ध कीजिए कि R में शून्य (0) योग का तत्समक है तथा 1 गुणा का तत्समक है। परंतु संक्रियाओं $\div : R \times R \rightarrow R$ और $\div : R_* \times R_* \rightarrow R_*$ के लिए कोई तत्समक अवयव नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

39. सिद्ध कीजिए की R में धन संक्रियाँ (+) के लिए $-a$ का प्रतिलोम a तथा R में गुणा संक्रियाँ (\times) के लिए $a \neq 0$ का प्रतिलोम $\frac{1}{a}$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

40. सिद्ध कीजिए कि N में धन संक्रिया '+ ' के लिए $a \in N$ का प्रतिलोम $-a$ नहीं है और N में गुणा संक्रिया ' \times ' के लिए $a \in N, a \neq 1$ का प्रतिलोम $\frac{1}{a}$ नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

41. यदि R_1 तथा R_2 समुच्चय A में तुल्यता संबंध हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $R_1 \cap R_2$ भी एकतुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

42. मान लीजिए कि समुच्चय A में धन पूर्णाकों के क्रमित युग्मों (ordered pairs) का एक संबंध R, $(x, y)R(u, v)$, यदि और केवल यदि, $xv = yu$ द्वारा परिभाषित है | सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

43. मान लीजिए कि $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ है। मान लीजिए कि X में $R_1 = \{(x, y) : x - y \text{ संख्या } 3 \text{ से भाज्य है}\}$ द्वारा प्रदत्त एक संबंध R_1 है तथा $R_2 = \{(x, y) : (x, y) \in \{3, 1, 4, 7\} \text{ या } \{x, y\} \subset \{2, 5, 8\} \text{ या } \{(x, y) \in \{3, 6, 9\} \text{ या } \{(x, y) \in \{5, 8\}\} \}$ द्वारा प्रदत्त एक संबंध R_2 है। R_1 और R_2 का प्रतिच्छेद $R_1 \cap R_2$ के संबंध में $R_1(1)$ और $R_2(1)$ के समानता का प्रमाण दें। $R_1(1) = R_2(1)$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

44. मान लीजिए कि $f: X \rightarrow Y$ एक फलन है। X में $R = \{(a, b) : f(a) = f(b)\}$ द्वारा प्रदत्त एक संबंध R परिभाषित कीजिए। जाँचिए कि क्या R एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

45. निर्धारित कीजिए कि समुच्च R में प्रदत्त निम्नलिखित द्विआधारी संक्रियाओं में से कौन सी साहचर्य है और कौन सी क्रमविनिमेय है |

(a) $a * b = 1, \forall a, b \in R$

(b) $a * b = \frac{(a + b)}{2} \forall, a, b \in R$

 वीडियो उत्तर देखें

46. समुच्चय $A = \{1, 2, 3\}$ से स्वयं तक सभी एकैकी फलनों की संख्या है :

A. 27

B. 9

C. 6

D. ज्ञात करना संभव नहीं है |

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

47. मान लीजिए कि $A = \{1, 2, 3\}$ है | तब सिद्ध कीजिए कि ऐसे संबंधो की संख्या चार है, जिनमे $(1, 2)$ तथा $(2, 3)$ है और जो स्वतुल्य तथा संक्रमक तो है किन्तु सममित नहीं है |

 वीडियो उत्तर देखें

48. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $(1,2)$ तथा $(2, 1)$ को अन्तर्विष्ट तुल्यता संबंधों की संख्या 2 है।

 वीडियो उत्तर देखें

49. सिद्ध कीजिए कि $\{1, 2\}$ में ऐसी द्विआधारी संक्रियाओं की संख्या केवल एक हैं, जिसका तत्समक 1 हैं तथा जिसके अंतर्गत 2 का प्रतिलोम 2 है।

 वीडियो उत्तर देखें

50. तत्समक फलन $I_N: N \rightarrow N$ पर विचार कीजिए, जो $I_N(x) = x, \forall x \in N$ द्वारा परिभाषित है। सिद्ध कीजिए कि, यद्यपि I_N , आच्छादक है किंतु निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित फलन $I_N + I_N: N \rightarrow N$ आच्छादक नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

51. $f(x) = \sin x$ द्वारा प्रदत्त $f: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow R$ तथा $g(x) = \cos x$ द्वारा प्रदत्त फलन $g: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow R$ पर विचार कीजिए | सिद्ध कीजिए कि f तथा g एकैकी है, परंतु $f + g$ एकैकी नहीं है |

 वीडियो उत्तर देखें

प्रश्नावली 11

- निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है,
(1) समुच्चय $A = \{1, 2, 3, \dots, 13, 14\}$ में संबंध R , इस प्रकार परिभाषित है कि $R = \{(x, y) : 3x - y = 0\}$
(ii) प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N में $R = \{(x, y) : y = x + 5 \text{ तथा } x < 4\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R .
(iii) समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में $R = \{(x, y) : y \text{ भाज्य है } x \text{ से}\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R है।
(iv) समस्त पूर्णाकों के समुच्चय Z में $R = \{(x, y) : x - y \text{ एक पूर्णांक है}\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R .

(v) किसी विशेष समय पर किसी नगर के निवासियों के समुच्चय में निम्नलिखित संबंध R .

(a) $R = \{(x, y) : x \text{ तथा } y \text{ एक ही स्थान पर कार्य करते हैं}\}$

(b) $R = \{(x, y) : x \text{ तथा } y \text{ एक ही मोहल्ले में रहते हैं}\}$

(c) $R = \{(x, y) : x, y \text{ से ठीक-ठीक } 7 \text{ सेमी लंबा है}\}$

(d) $R = \{(x, y) : x, y \text{ की पत्नी है}\}$

(e) $R = \{(x, y) : x, y \text{ के पिता हैं}\}$.

 वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$, द्वारा परिभाषित संबंध R , न तो स्वतुल्य है, न सममित है और न ही संक्रामक है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. जाँच कीजिए कि क्या समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में $R = \{(a, b) : b = a + 1\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. इनमे से कोन का संबंध R में $R = \{(a, b) : a \leq b\}$ द्वारा परिभाषित नहीं है?

- A. स्वतुल्य (Reflexive)
- B. संक्रामक(Transitive)
- C. सममित (Symmetric)
- D. उपरोक्त में से कुछ नहीं |

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

5. जाँच कीजिए कि क्या वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध स्वतुल्य , सममित अथवा संक्रामक है

 वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $R = \{(1, 2), (2, 1)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R सममित है किंतु न तो स्वतुल्य है और न संक्रामक है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिए कि किसी कॉलेज के पुस्तकालय की समस्त पुस्तकों के समुच्चय A में $R = \{(x, y) : x \text{ तथा } y \text{ में पेजों की संख्या समान है}\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध कजिए कि $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ में, $R = \{(a, b) : |a - b| \text{ सम है}\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R एक तुल्यता सम्बन्ध है। प्रमाणित कीजिए कि $\{1, 3, 5\}$ के सभी अवयव एक-दूसरे से संबंधित है और समुच्चय $\{2, 4\}$ के सभी अवयव एक-दूसरे से संबंधित है परन्तु: $\{1, 3, 5\}$ का कोई भी अवयव $\{2, 4\}$ के किसी अवयव से संबंधित नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

9. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $A = \{x \in \mathbb{Z} : 0 \leq x \leq 12\}$ में दिए गए निम्नलिखित संबंधों R में से प्रत्येक एक तुल्यता संबंध है:

(i) $R = \{(a, b) : |a - b|, 4 \text{ का एक गुणज है}\}$

(ii) $R = \{ (a, b) \mid a = b \}$,

प्रत्येक दशा में। से संबंधित अवयवों को ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

10. ऐसे संबंध का उदाहरण दीजिए, जो

- (i) सममित हो परंतु न तो स्वतुल्य हो और न संक्रामक हो।
- (ii) संक्रामक हो परंतु न तो स्वतुल्य हो और न सममित हो।
- (iii) स्वतुल्य तथा सममित हो किंतु संक्रामक न हो।
- (iv) स्वतुल्य तथा संक्रामक हो किंतु सममित न हो।
- (v) सममित तथा संक्रामक हो किंतु स्वतुल्य न हो।

 वीडियो उत्तर देखें

11. सिद्ध कीजिए कि किसी समतल में स्थित बिंदुओं के समुच्चय में, $R = \{ (P, Q) : \text{बिंदु } P \text{ की मूल बिंदु से दूरी, बिंदु } Q \text{ की मूल बिंदु से दूरी के समान है} \}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R एक तुल्यता संबंध है। पुनः सिद्ध कीजिए कि बिंदु $P \neq (0, 0)$ से संबंधित सभी बिंदुओं का समुच्चय P से होकर जाने वाले एक ऐसे वृत्त को निरूपित करता है, जिसका केंद्र मूलबिंदु पर है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिए कि समस्त त्रिभुजों के समुच्चय A में $R = \{(T_1, T_2) : T_1, T_2 \text{ के समरूप हैं}\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R एक तुल्यता संबंध है। भुजाओं 3, 4, 5 वाले समकोण त्रिभुज T_1 , भुजाओं 5, 12, 13 वाले समकोण त्रिभुज T_2 , तथा भुजाओं 6, 8, 10 वाले समकोण त्रिभुज T_3 पर विचार कीजिए। T_1, T_2, T_3 , में से कौन से त्रिभुज परस्पर संबंधित हैं?

 वीडियो उत्तर देखें

13. सिद्ध कीजिए कि समस्त बहुभुजों के समुच्चय A में, $R = \{(P_1, P_2) : P_1, P_2 \text{ की भुजाओं की संख्याओं के समान हैं}\}$ प्रकार से परिभाषित सम्बन्ध R एक तुल्यता सम्बन्ध है। 3, 4 और 5 लम्बाई की भुजाओं वाले समकोण त्रिभुज से संबंधित समुच्चय A के सभी अवयवों का समुच्चय ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

14. मान लीजिए: X -Y तल में स्थित समस्त रेखाओं का समुच्चय L है, और L में $R = \{(L_1, L_2) : L_1 \text{ समान्तर है } L_2 \text{ के}\}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R है सिद्ध कीजिए कि R

एक तुल्यता सम्बन्ध है रेखा $y = 2x + 4$ से संबंधित समस्त रेखाओं का समुच्चय ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

15. मान लीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3, 4\}$ से $R = \{(1, 2), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (1, 3), (3, 3), (3, 2)\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R है। निम्नलिखित में से सही उत्तर चुनिए।

- (A) R स्वतुल्य तथा सममित है किंतु संक्रामक नहीं है।
- (B) R स्वतुल्य तथा संक्रामक है किंतु सममित नहीं है।
- (C) R सममित तथा संक्रामक है किंतु स्वतुल्य नहीं है।
- (D) R एक तुल्यता संबंध है।

 वीडियो उत्तर देखें

16. मान लीजिए कि समुच्चय \mathbb{N} में, $R = \{(a, b) : a = b - 2, b > 6\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R है। निम्नलिखित में से सही उत्तर चुनिए:

- (A) $(2, 4) \in R$ (B) $(3, 8) \in R$ (C) $(6, 8) \in R$ (D) $(8, 7) \in R$

 वीडियो उत्तर देखें

प्रश्नावली 1 2

1. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = \frac{1}{x}$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R_* \rightarrow R_*$ एकैकी तथा आच्छादक है, जहाँ R_* सभी ऋणेतर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है। यदि प्रान्त R_* को N से बदल दिया जाए , जब कि सहप्रान्त पूर्ववत् R_* ही रहे, तो भी क्या यह परिणाम सत्य होगा ?



वीडियो उत्तर देखें

2. निम्नलिखित फलनों की एकैक (Injective) तथा आच्छादी (Surjective) गुणों की जाँच कीजिए:

- (i) $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f: N \rightarrow N$ फलन है।
- (ii) $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f: Z \rightarrow Z$ फलन है।
- (iii) $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f: R \rightarrow R$ फलन है।
- (iv) $f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त $f: N \rightarrow N$ फलन है।
- (v) $f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त $f: Z \rightarrow Z$ फलन है।



वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = [x]$ द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन $f: R \rightarrow R$, न तो एकैकी है और न आच्छादक है, जहाँ $[x]$, x से कम या उसके बराबर महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$ द्वारा प्रदत्त मापांक फलन $f: R \rightarrow R$ न तो एकैकी है और न आच्छादक है, जहाँ $x = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

 वीडियो उत्तर देखें

5. सिद्ध कीजिए कि $f: R \rightarrow R$

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ 1, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

द्वारा प्रदत्त चिन्ह फलन न तो एकैकी है और न आच्छादक है

 वीडियो उत्तर देखें

6. मान लीजिए कि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ तथा $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$ A से B तक एक फलन है। सिद्ध कीजिए कि f एकैकी है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. निम्नलिखित में से प्रत्येक स्थिति में बतलाइए कि क्या दिए हुए फलन एकैकी, आच्छादक अथवा एकैकी आच्छादी (bijective) हैं। अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।

(i) $f(x) = 3 - 4x$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \rightarrow R$ है।

(ii) $f(x) = 1 + x^2$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \rightarrow R$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. मान लीजिए कि A तथा B दो समुच्चय हैं। सिद्ध कीजिए कि $f: A \times B \rightarrow B \times A$, इस प्रकार कि $f(a, b) = (b, a)$ एक एकैकी आच्छादी (bijective) फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

9. मान लीजिए कि समस्त $n \in N$ के लिए

$$f(n) = \left\{ \left(\frac{n+1}{2}, n \right), \left(\frac{n}{2}, n \right) \right\}$$

द्वारा परिभाषित एक फलन $f: N \rightarrow N$ है। बतलाइए कि क्या फलन एकैकी आच्छादी (bijective) है। अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।

 वीडियो उत्तर देखें

10. मान लीजिए कि $A = R - \{3\}$ तथा $B = R - \{1\}$ हैं। $f(x) = \left(\frac{x-2}{x-3} \right)$

द्वारा परिभाषित फलन $f: A \rightarrow B$ पर विचार कीजिए। क्या f एकैकी तथा आच्छादक है?

अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।

 वीडियो उत्तर देखें

11. मान लीजिए कि $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x^4$ द्वारा परिभाषित है। सही उत्तर का चयन कीजिए।

(A) f एकैकी आच्छादक है। (B) f बहुएक आच्छादक है।

(C) f एकैकी है किंतु आच्छादक नहीं है (D) f न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. मान लीजिए कि $f(x) = 3x$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \rightarrow R$ है। सही उत्तर चुनिए:

(A) f एकेकी आच्छादक है (B) f बहुएक आच्छादक है।

(C) एकेकी है परंतु आच्छादक नहीं है (D) f न तो एकेकी है और न आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

प्रश्नावली 13

1. मान लीजिए कि $f: \{1, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 5\}$ तथा $g: \{1, 2, 5\} \rightarrow \{1, 3\}$,
 $f = \{(1, 2), (3, 5), (4, 1)\}$ तथा $g = \{(1, 3), (2, 3), (5, 1)\}$ द्वारा प्रदत्त हैं। $g \circ f$
ज्ञातकीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिए कि f, g तथा h, R से R तक दिए फलन हैं। सिद्ध कीजिए कि.

$$(f + g) \circ h = f \circ h + g \circ h$$

$$(f \cdot g)oh = (foh) \cdot (goh)$$

 वीडियो उत्तर देखें

3. gof तथा fog ज्ञात कीजिए यदि

(i) $f(x) = |x|$ तथा $g(x) = |5x - 2|$

(ii) $f(x) = 8x^3$ तथा $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$

 वीडियो उत्तर देखें

4. यदि $f(x) = \left(\frac{4x + 3}{6x - 4}\right)$, $x \neq \frac{2}{3}$ तो सिद्ध कीजिए कि सभी $x \neq \frac{2}{3}$ के लिए

$f \circ f(x) = x$ है। f का प्रतिलोम फलन क्या है?

 वीडियो उत्तर देखें

5. कारण सहित बताइए कि क्या निम्नलिखित फलनों के प्रतिलोम है। प्रतिलोम भी निकाले यदि इसका अस्तित्व है।

(i) $g: \{5, 6, 7, 8\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ जहाँ $g = \{(5, 4), (6, 3), (7, 4), (8, 2)\}$

(ii) $f: \{(1, 2, 3, 4) \rightarrow \{10\}$ जहाँ $f = \{(1, 10), (2, 10), (3, 10), (4, 10)\}$

(iii) $h = \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{7, 9, 11, 13\}$ जहाँ

$h = \{2, 7\}, \{3, 9\}, \{4, 11\}, \{5, 13\}$

 वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि $f: [-1, 1] \rightarrow R, f(x) = \frac{x}{(x+2)}$, द्वारा प्रदत्त फलन एकैकी है।

फलन $f: [-1, 1] \rightarrow (f \text{ का परिसर })$, का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए।

(संकेत $y \in$ परिसर f , के लिए, $[-1, 1]$ के किसी x के अंतर्गत $y = f(x) = \frac{x}{x+2}$

अर्थात् $x = \frac{2y}{(1-y)}$

 वीडियो उत्तर देखें

7. $f(x) = 4x + 3$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \rightarrow R$ पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है। f का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

8. $f(x) = x^2 + 4$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R_+ \rightarrow [4, \infty)$ पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है तथा f का प्रतिलोम f^{-1} , $f^{-1}(y) = \sqrt{y-4}$ द्वारा प्राप्त होता है, जहाँ R_+ सभी ऋणेतर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

 वीडियो उत्तर देखें

9. $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R_+ \rightarrow [-5, \infty)$ पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए f व्युत्क्रमणीय है तथा $f^{-1}(y) = \left(\frac{\sqrt{y+6} - 1}{3} \right)$ है

 वीडियो उत्तर देखें

10. मान लीजिए कि $f, X \rightarrow Y$ एक व्युत्क्रमणीय फलन है। सिद्ध कीजिए कि f का प्रतिलोम फलन अद्वितीय (unique) है। संकेत: कल्पना कीजिए कि f के दो प्रतिलोम फलन g_1 तथा g_2 हैं। तब सभी $y \in Y$ का लिए $f \circ g_1(y) = 1_y = f \circ g_2(y)$ है। अब f के एकैकी गुण का प्रयोग कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

11. $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{a, b, c\}$, $f(1) = a$, $f(2) = b$ तथा $f(3) = c$. द्वारा प्रदत्त फलन f पर विचार कीजिए। f^{-1} ज्ञात कीजिए और सिद्ध कीजिए कि $(f^{-1})^{-1} = f$ है

 वीडियो उत्तर देखें

12. मान लीजिए कि $f: X \rightarrow Y$ एक व्युत्क्रमणीय फलन हैं सिद्ध कीजिए कि f^{-1} का प्रतिलोम f , है अर्थात् $(f^{-1})^{-1} = f$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

13. यदि $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$ द्वारा प्रदत्त हैं, तो $f \circ f(x)$ बराबर हैं -

 वीडियो उत्तर देखें

14. मान लीजिये कि $f(x) = \frac{4x}{3x + 4}$ द्वारा परिभाषित एक फलन $f: \mathbb{R} - \left\{ -\frac{4}{3} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$ है | f का प्रतिलोम अर्थात् प्रतिचित्र (map) g : परिसर

$f \rightarrow R - \left\{ -\frac{4}{3} \right\}$ निम्नलिखित में से किसके द्वारा प्राप्त होगा .(a) $g(y) = \frac{3y}{3 - 4y}$

(b) $g(y) = \frac{4y}{4 - 3y}$ (c) $g(y) = \frac{4y}{3 - 4y}$ (d) $g(y) = \frac{3y}{4 - 3y}$

 वीडियो उत्तर देखें

प्रश्नावली 1 4

1. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया * से एक द्विआधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं। उस दशा में जब * एक द्विआधारी संक्रिया नहीं है, औचित्य भी बतलाइए।

(i) Z^+ में, $a * b = a - b$ द्वारा परिभाषित संक्रिया *

(ii) Z^+ में, $a * b = ab$ द्वारा परिभाषित संक्रिया *

(iii) R में, संक्रिया *, $a * b = ab^2$ द्वारा परिभाषित

. (iv) Z^+ में, संक्रिया *, $a * b = |a-b|$ द्वारा परिभाषित

(v) Z^+ में, संक्रिया *, $a * b = a$ द्वारा परिभाषित

 वीडियो उत्तर देखें

2. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया * के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या * द्विआधारी क्रमविनिमय है तथा क्या * साहचर्य है।

(i) Z में, $a * b = a - b$ द्वारा परिभाषित

(ii) Q में, $a * b = ab + 1$ द्वारा परिभाषित

(iii) Q में, $a * b = \frac{ab}{2}$ द्वारा परिभाषित

(iv) Z^+ में $a * b = 2^{ab}$ द्वारा परिभाषित

(v) Z^+ में, $a * b = a^b$ द्वारा परिभाषित

(vi) $R - \{-1\}$ में $a * b = \frac{a}{b+1}$ द्वारा परिभाषित

 वीडियो उत्तर देखें

3. समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ में $a \wedge b = \min\{a, b\}$ द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रिया पर विचार कीजिए। संक्रिया \wedge के लिए संक्रिया सारणी लिखिए

 वीडियो उत्तर देखें

4. समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ में, निम्नलिखित संक्रिया सारणी (सारणी 1.2) द्वारा परिभाषित, द्विआधारी संक्रिया * पर विचार कीजिए तथा.

(i) $(2 * 3) * 4$ तथा $2 * (3 * 4)$ का परिकलन कीजिए।

(ii) क्या * क्रमविनिमेय है?

(iii) $(2 * 3) * (4 * 5)$ का परिकलन कीजिए।

(संकेत: निम्न सारणी का प्रयोग कीजिए।)

सारणी 1.2

*	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1
2	1	2	1	2	1
3	1	1	3	1	1
4	1	2	1	4	1
5	1	1	1	1	5

 वीडियो उत्तर देखें

5. मान लीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ में एक द्विआधारी संक्रिया $*$, $a * b = a$ तथा b का HCF द्वारा परिभाषित है। क्या संक्रिया उपर्युक्त प्रश्न 4 में परिभाषित संक्रिया $*$ के समान है? अपने उत्तर औचित्य भी बतलाइए।

 वीडियो उत्तर देखें

6. मान लीजिए कि N में एक द्विआधारी संक्रिया $*$, $a*b = a$ तथा b का LCM द्वारा परिभाषित है।

निम्नलिखित ज्ञात कीजिए:

(i) $5*7, 20*16$

(ii) क्या संक्रिया $*$ क्रमविनिमेय है ?

(iii) क्या $*$ साहचर्य है?

(iv) N में $*$ का तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए

(v) N के कौन से अवयव $*$ संक्रिया के लिए व्युत्क्रमणीय हैं ?



वीडियो उत्तर देखें

7. क्या समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ में $a * b = a$ तथा b का LCM द्वारा परिभाषित $*$ एक द्विआधारी संक्रिया है? अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।



वीडियो उत्तर देखें

8. माना कि N में $a * b = a$ तथा b का HCF, द्वारा परिभाषित एक द्विआधारी संक्रिया है।

क्या $*$ क्रमविनिमेय है ? क्या $*$ साहचर्य है ? क्या N में इस द्विआधारी संक्रिया के तत्समक का आस्तित्व है ?



वीडियो उत्तर देखें

9. मान लीजिए कि परिमेय संख्याओं के समुच्चय Q में निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित * एक द्विआधारी संक्रिया है:

ज्ञात कीजिए कि इनमें से कौन सी संक्रियाएँ क्रमविनिमेय हैं और कौन सी साहचर्य हैं।

(i) $a * b = a - b$ (ii) $a * b = a^2 + b^2$

(iii) $a * b = a + ab$ (iv) $a * b = (a - b)^2$

(v) $a * b = \frac{a^b}{4}$ (vi) $a * b = ab^2$



वीडियो उत्तर देखें

10. प्रश्न 9 में दी गयी संक्रियाओं में किसी का तत्समक हैं , वह बतलाइये

i) $a * b = a - b$

ii) $a * b = a^2 + b^2$

iii) $a * b = a + ab$

iv) $a * b = (a - b)^2$

$$v) a * b = \frac{a^b}{4}$$

$$i) a * b = ab^2$$

 वीडियो उत्तर देखें

11. माना कि $A = N \times N$ है तथा A में $(a, b) * (c, d) = (a + c, b + d)$ द्वारा परिभाषित एक द्विआधारी संक्रिया $*$ है। सिद्ध कीजिए कि $*$ क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है। A में $*$ का तत्समक अवयव यदि कोई है, तो ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

12. बतलाइए कि क्या निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य है। औचित्य भी बतलाइए।

(i) समुच्चय N में किसी भी स्वेच्छ द्विआधारी संक्रिया $*$ के लिए, $a * a = a, \forall a \in N$

(ii) यदि N में $*$ एक क्रमविनिमेय द्विआधारी संक्रिया है, तो $a * (b * c) = (c * b) * a$

 वीडियो उत्तर देखें

13. $a * b = a^3 + b^3$ प्रकार से परिभाषित N में एक द्विआधारी संक्रिया $*$ पर विचार कीजिए।

अब निम्नलिखित में से सही उत्तर का चयन कीजिए

- (A) $*$ साहचर्य तथा क्रमविनिमेय दोनों है
- (B) $*$ क्रमविनिमेय है किंतु साहचर्य नहीं है।
- (C) $*$ साहचर्य है किंतु क्रमविनिमेय नहीं है।
- (D) $*$ न तो क्रमविनिमेय है और न साहचर्य है

 वीडियो उत्तर देखें

अध्याय 1 पर विविध प्रश्नावली

1. मान लीजिए कि $f: R \rightarrow R, f(x) = 10x + 7$ द्वारा परिभाषित फलन है। एक ऐसा फलन $g: R \rightarrow R$ ज्ञात कीजिये जिसके लिए $gof = fog = 1_R$ हो।

 वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिए कि $f: W \rightarrow W, f(n) = n - 1$, यदि n विषम है तथा $f(n) = n + 1$, यदि n सम है, द्वारा परिभाषित है। सिद्ध कीजिये कि f व्युत्क्रमणीय है। If

का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए। यहाँ W समस्त पूर्णाकों का समुच्चय है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. यदि $f: R \rightarrow R$ जहाँ $F(x) = x^2 - 3x + 2$ द्वारा परिभाषित है तो $f(f(x))$ ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए कि $f: R \rightarrow \{x \in R: -1 < x < 1\}$ जहाँ $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$, $x \in R$ द्वारा परिभाषित फलन एकैकी तथा आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \rightarrow R$ एकैकी (Injective) है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. दो फलनो $f: N \rightarrow Z$ तथा $g: Z \rightarrow Z$ के उदाहरण दीजिए जो इस प्रकार हो कि gof एकैक है लेकिन g एकैक नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. दो फलनो $f: N \rightarrow N$ तथा $g: N \rightarrow N$ के उदाहरण दीजिए जो इस प्रकार हो कि gof आच्छादक है किन्तु f आच्छादक नहीं है।

(संकेत : $f(x) = x + 1$ तथा $g(x) = \begin{cases} x - 1 & x > 1 \\ 1 & x = 1 \end{cases}$ पर विचार कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

8. एक अरिक्त समुच्चय X दिया हुआ है। $P(X)$ जो कि X के समस्त उपसमुच्चयों का समुच्चय है, पर विचार कीजिए। निम्नलिखित तरह से $P(X)$ में एक संबंध R परिभाषित कीजिए :

$P(X)$ में उपसमुच्चयों A, B के लिए, $A R B$, यदि और केवल यदि $A \subset B$ है। क्या R , $P(X)$ में एक तुल्यता संबंध है ? अपने उत्तर का औचित्य भी लिखिए।

 वीडियो उत्तर देखें

9. किसी प्रदत्त अतिरिक्त समुच्चय X के लिए एक द्विआधारी संक्रिया $*$: $P(X) \times P(X) \rightarrow P(X)$ पर विचार कीजिए , जो $A * B = A \cap B, \forall A, B \in P(X)$ द्वारा परिभाषित है , जहाँ $P(X)$ समुच्चय X का घात समुच्चय (Power set) है । सिद्ध कीजिए कि इस संक्रिया का तत्समक अवयव X है तथा संक्रिया $*$ के लिए $P(X)$ में केवल X व्युत्क्रमणीय अवयव है ।

 वीडियो उत्तर देखें

10. समुच्चय $\{1,2,3,\dots,n\}$ से स्वयं तक से समस्त आच्छादक फलनों की संख्या ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

11. मान लीजिए कि $S = \{a,b,c\}$ तथा $T = \{1,2,3\}$ है । S से T तक के निम्नलिखित फलनों F के लिए F^{-1} ज्ञात कीजिए , यदि उसका अस्तित्व है :

(i) $F = \{(a,3),(b,2),(c,1)\}$

(ii) $F = \{(a,2),(b,1),(c,1)\}$

 वीडियो उत्तर देखें

12. $a * b = |a - b|$ तथा $a \circ b = a, \forall a, b \in R$ द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रियाओं $*$: $R \times R \rightarrow R$ तथा \circ : $R \times R \rightarrow R$ पर विचार कीजिए । सिद्ध कीजिए कि $*$ क्रमविनिमेय है परन्तु साहचर्य नहीं है , \circ साहचर्य है परन्तु क्रमविनिमेय नहीं है । पुनः सिद्ध कीजिए कि सभी $a, b, c \in R$ के लिए $a * (b \circ c) = (a * b) \circ (a * c)$ है । [यदि ऐसा होता है , तो हम कहते है कि संक्रिया $*$ संक्रिया \circ पर वितरित (Distributes) होती है ।] क्या \circ संक्रिया $*$ पर वितरित होती है ? अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।

 वीडियो उत्तर देखें

13. किसी प्रदत्त अतिरिक्त समुच्चय X के लिए मान लीजिए कि $*$, $P(X) \times P(X) \rightarrow P(X)$, जहाँ $A * B = (A - B) \cup (B - A), \forall A, B \in P(X)$ द्वारा परिभाषित है । सिद्ध कीजिए कि रिक्त समुच्चय ϕ , संक्रिया $*$ का तत्समक है तथा $P(X)$ के समस्त अवयव A व्युत्क्रमणीय है , इस प्रकार कि $A^{-1} = A$ (संकेत : $(A - \phi) \cup (\phi - A) = A$ तथा $(A - A) \cup (A - A) = A * A = \phi$)

 वीडियो उत्तर देखें

14. निम्नलिखित प्रकार के समुच्चय $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ में एक द्विआधारी संक्रिया $*$ परिभाषित कीजिए

$$a * b = \begin{cases} a + b & a + b < 6 \\ a + b - 6 & a + b \geq 6 \end{cases}$$

सिद्ध कीजिए कि शून्य (0) इस संक्रिया का तत्समक है तथा समुच्चय का प्रत्येक अवयव $a \neq 0$ व्युत्क्रमणीय है, इस प्रकार कि $6 - a, a$ का प्रतिलोम है।

 वीडियो उत्तर देखें

15. मान लीजिए कि $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{-4, -2, 0, 2\}$ और $f, g: A \rightarrow B$ क्रमशः $f(x) = x^2 - x, x \in A$ तथा $g(x) = 2\left|x - \frac{1}{2}\right| - 1, x \in A$ द्वारा परिभाषित फलन है। क्या f तथा g समान है? अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए। (संकेत : नोट कीजिए कि दो फलन $f: A \rightarrow B$ तथा $g: A \rightarrow B$ समान कहलाते हैं यदि $f(a) = g(a) \forall a \in A$ हो।

 वीडियो उत्तर देखें

16. यदि $A = \{1, 2, 3\}$ हो तो ऐसे सम्बन्ध जिनमें अवयव $\{1, 2\}$ तथा $\{1, 3\}$ हैं और जो स्वतुल्य तथा सममित हैं किन्तु संक्रामक नहीं हैं, की संख्या है।

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

17. यदि $A = \{1, 2, 3\}$ हो तो अवयव (1,2) वाले तुल्यता सम्बन्धों की संख्या है :

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

18. मान लीजिए की $f: R \rightarrow R$ है तब निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित चिन्ह फलन (signum Function) है।

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

तथा $g: R \rightarrow R$, $g(x) = [x]$, द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन है, जहाँ $[x]$, x से कम या x के बराबर पूर्णांक है, तो क्या $fo g$ तथा gof , अंतराल $[0, 1]$ में संपाती (coincide) है ?

 वीडियो उत्तर देखें

19. समुच्चय $\{a, b\}$ में द्विआधारी संक्रियाओं की संख्या है

A. 10

B. 16

C. 20

D. 8

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें