



## MATHS

### NCERT - NCERT गणित(HINDI)

#### सांतत्य तथा अवकलनीयता

#### उदाहरण

1.  $x = 1$  पर फलन  $f(x) = 2x + 3$  के सांतत्य की जाँच कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

2. जाँचिए कि क्या फलन  $f(x) = x^2$ ,  $x = 0$  पर संतत है?

 वीडियो उत्तर देखें

3.  $x = 0$  पर फलन  $f(x) = |x|$  कि सांतत्य पर विचार कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

4. दर्शाइए कि फलन

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3, & \text{if } x \neq 0 \\ 1, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

$x = 0$  पर संतत नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. उन बिंदुओं कि जाँच कीजिए जिन पर अचर फलन (Constant function)  $f(x) = k$  संतत है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के लिए ततस्मक फलन (Identity function)

$f(x) = x$ , प्रत्येक वास्तविक संख्याओं कि लिए संतत है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. क्या  $f(x) = |x|$  द्वारा परिभाषित फलन एक संतत फलन है?

 वीडियो उत्तर देखें

8. फलन  $f(x) = x^3 + x^2 - 1$  के सांतत्य पर विचार कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

9.  $f(x) = \frac{1}{x}, x \neq 0$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$  के सांतत्य पर विचार कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

10. निम्नलीखित फलन के सांतत्य पर विचार कीजिए:

$$f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{if } x \leq 1 \\ x-2, & \text{if } x > 1 \end{cases}$$

 वीडियो उत्तर देखें

11. निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित फलन  $f$  के समस्त (सभी) असांतत्य बिंदुओं को ज्ञात कीजिए

$$f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{if } x < 1 \\ 0, & \text{if } x = 1 \\ x-2, & \text{if } x > 1 \end{cases}$$

 वीडियो उत्तर देखें

12. निम्नलिखित फलन कि सांतत्य पर विचार कीजिए:

$$f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{if } x < 0 \\ -x+2, & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$

 वीडियो उत्तर देखें

13. निम्नलिखित फलन के सांतत्य पर विचार कीजिए:

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{if } x \geq 0 \\ x^2, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

 वीडियो उत्तर देखें

14. दर्शाइए कि प्रत्येक बहुपद फलन संतत होता है।

 वीडियो उत्तर देखें

15.  $f(x) = [x]$  द्वारा परिभाषित महत्तम पूर्णांक फलन के असांतत्य कि समस्त बिंदुओं को ज्ञात कीजिए, जहाँ  $[x]$  उस महातम पूर्णांक को प्रकट करता है, जो  $x$  से कम या उसके बराबर है।

 वीडियो उत्तर देखें

16. दिखाएं कि प्रत्येक परिमेय फलन संतत होता है।

 वीडियो उत्तर देखें

17. sine फलन के सांतत्य पर विचार कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

18. सिद्ध कीजिए कि  $f(x) = \tan x$  एक संतत फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

19. दर्शाइए कि  $f(x) = \sin(x^2)$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$ , जहाँ  $x$  एक वास्तविक संख्या है, एक संतत फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

20. दर्शाइए कि  $f(x) = |1 - x + |x||$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$ , जहाँ  $x$  एक वास्तविक संख्या है, एक संतत फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

21.  $f(x) = \sin(x^2)$  का अवकलज ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

22.  $\tan(2x + 3)$  का अवकलज ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

23.  $x$  के सापेक्ष  $\sin(\cos(x^2))$  का अवकलन कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

24. यदि  $x - y = \pi$  तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

**Answer: B**

 वीडियो उत्तर देखें

25. यदि  $y + \sin y = \cos x$  तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

A.  $\frac{dy}{dx} = -\frac{\sin x}{1 + \cos y}$

B.  $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x}{1 + \cos y}$

C.  $\frac{dy}{dx} = -\frac{\sin x}{1 - \cos y}$

D.  $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x}{1 - \cos y}$

**Answer: A**

 वीडियो उत्तर देखें

26.  $f(x) = \sin^{-1}$  का अवकलज ज्ञात कीजिए। या मान लीजिये कि उसका अस्तित्व है।

 वीडियो उत्तर देखें

27.  $f(x) = \tan^{-1} x$  का अवकलज ज्ञात कीजिए, यह मानते हुए कि इसका अस्तित्व है।

 वीडियो उत्तर देखें

28. क्या यह सत्य है कि  $x$  के सभी वास्तविक मनो कि लिए  $x = e^{\log x}$  है?

 वीडियो उत्तर देखें

29.  $x$  के सापेक्ष निम्नलिखित का अवकलन कीजिए:

A.  $e^{-x}$

B.  $\sin(\log x)$ ,  $x > 0$

C.  $\cos^{-1}(e^x)$

D.  $e^{\cos x}$

**Answer:**

 वीडियो उत्तर देखें

30.  $x$  के साक्षेप  $\frac{\sqrt{(x-3)(x^2+4)}}{3x^2+4x+5}$  का अवकलन कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

31.  $x$  के सापेक्ष  $a^x$  का अवकलन कीजिए, जहाँ  $a$  एक धन अचर है।

 वीडियो उत्तर देखें

32.  $x$  के सापेक्ष  $x^{\sin x}$ , का अवकलन कीजिए, जब कि  $x > 0$  है?

 वीडियो उत्तर देखें

33.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए, यदि  $y^x + x^y + x^x = a^b$ .

 वीडियो उत्तर देखें

34. यदि  $x = a \cos \theta$ ,  $y = a \sin \theta$ , तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

35. यदि  $x = at^2$ ,  $y = 2at$  है तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

36. यदि  $x = a(\theta + \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$  है तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

37. यदि  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$  है तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

A.  $\left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{3}}$

B.  $-\left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{3}}$

C.  $-\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{3}}$

D.  $\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{3}}$

**Answer: B**

 वीडियो उत्तर देखें

38. यदि  $y = x^3 + \tan x$  है तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

39. यदि  $y = A \sin x + B \cos x$  है तो सिध्य कीजिए कि  $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

40. यदि  $y = 3e^{2x} + 2e^{3x}$  है तो सिध्य कीजिए कि  $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$

 वीडियो उत्तर देखें

41. यदि  $y = \sin^{-1} x$  है तो दर्शाइए कि  $(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

42. फलन  $y = x^2 + 2$  के लिए रोल के प्रमेय को सत्यापित कीजिए, जब  $a = -2$  तथा  $b=2$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

43. अंतराल  $[2,4]$  में फलन  $f(x) = x^2$  कि लिए माध्यमान प्रमये को सत्यापित कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

44.  $x$  के सापेक्ष निम्नलिखित का अवकलन कीजिए:

$$(\log x)^x$$

A.  $\sqrt{3x + 2} + \frac{1}{\sqrt{2x^2 + 4}}$

B.  $e^{\sec^2 x} + 3 \cos^{-1} x$

C.  $\log_7(\log x)$

D.  $x$

**Answer:**

 वीडियो उत्तर देखें

45.  $x$  के सापेक्ष निम्नलिखित का अवकलन कीजिए :

(i)  $\cos^{-1}(\sin x)$  (ii)  $\tan^{-1}\left(\frac{\sin x}{1 + \cos x}\right)$

(iii)  $\sin^{-1}\left(\frac{2^{x+1}}{1 + 4^x}\right)$ .

 वीडियो उत्तर देखें

46. यदि सभी  $0 < x < \pi$  के लिए  $f(x) = (\sin x)^{\sin x}$  है तो  $f'(x)$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

47. Differentiate  $\sin^2 x$  w.r.t  $e^{\cos x}$ .

 वीडियो उत्तर देखें

48.  $e^{\cos x}$  के सापेक्ष  $\sin^2 x$  का अवकलन कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 5 1

1. सिद्ध कीजिए कि फलन  $f(x) = 5x - 3$ ,  $x = 0$ ,  $x = -3$  तथा  $x = 5$  पर संतत है।



वीडियो उत्तर देखें

2.  $x = 3$  पर फलन  $f(x) = 2x^2 - 1$  कि सांतत्य की जाँच कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

3. निम्नलिखित फलन कि सांतत्य कि जाँच  $x = 5$  पर कीजिए:

$$f(x) = x - 5$$

$$f(x) = \frac{1}{x - 5}, x \neq 5$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 25}{x + 5}, x \neq -5$$

$$f(x) = |x - 5|$$

A.  $f(x) = x - 5$

B.  $f(x) = \frac{1}{x - 5}, x \neq 5$

C.  $f(x) = \frac{x^2 - 25}{x + 5}, x \neq 5$

D.  $f(x) = |x - 5|$

Answer: a), b), c) और d) सभी संतत फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए कि फलन  $f(x) = x^n, x = n$ , पर संतत है, जहाँ  $n$  एक धन पूर्णांक है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. क्या

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{if } x \leq 1 \\ 5, & \text{if } x > 1 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित फलन  $f$

$x = 0, x = 1, x = 2$  पर संतत है?

 वीडियो उत्तर देखें

6. दिखाए कि फलन  $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{if } x \leq 2 \\ 2x - 3 & \text{if } x > 2 \end{cases}$

 वीडियो उत्तर देखें

7.  $f(x) = \begin{cases} |x| + 3, & \text{if } x \leq -3 \\ -2x, & \text{if } -3 < x < 3 \\ 6x + 2, & \text{if } x \geq 3 \end{cases}$

 वीडियो उत्तर देखें

8.  $f(x) = \left\{ \frac{|x|}{x}, x \neq 0 \right\}, (0, x = 0)$

 वीडियो उत्तर देखें

9.  $f$  के सभी असांतत्य बिन्दुओं को ज्ञात करें जबकि  $f$  इस प्रकार परिभाषित है

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & \text{if } x < 0 \\ -1 & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$

 वीडियो उत्तर देखें

10. क्या  $f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{if } x \geq 1 \\ x^2 + 1, & \text{if } x < 1 \end{cases}$  द्वारा परिभाषित फलन, एक संतत फलन है?

 वीडियो उत्तर देखें

11.  $f(x) = \begin{cases} x^3 - 3, & \text{if } x \leq 2 \\ x^2 + 1, & \text{if } x > 2 \end{cases}$  द्वारा परिभाषित फलन, एक संतत फलन है?

 वीडियो उत्तर देखें

12.  $f(x) = \begin{cases} x^{10} - 1, & \text{if } x \leq 1 \\ x^2, & \text{if } x > 1 \end{cases}$

 वीडियो उत्तर देखें

13. क्या  $f(x) = \begin{cases} x+5, & \text{if } x \leq 1 \\ x-5, & \text{if } x > 1 \end{cases}$  द्वारा परिभाषित फलन, एक संतत फलन है?

 वीडियो उत्तर देखें

14. क्या  $f(x) = \begin{cases} 3, & \text{if } 0 \leq x \leq 1 \\ 4, & \text{if } 1 < x < 3 \\ 5, & \text{if } 3 \leq x \leq 10 \end{cases}$  द्वारा परिभाषित फलन, एक संतत फलन है?

 वीडियो उत्तर देखें

15.  $f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{if } x < 0 \\ 0, & \text{if } 0 \leq x \leq 1 \\ 4x, & \text{if } x > 1 \end{cases}$

 वीडियो उत्तर देखें

16.  $f$  के सभी सांतत्य पर विचार कीजिए, जहाँ  $f$  निम्नलिखित द्वारा परिभाषित है।

$f(x) = \begin{cases} -2, & \text{if } x \leq -1 \\ 2x, & \text{if } -1 < x \leq 1 \\ 2, & \text{if } x > 1 \end{cases}$

 वीडियो उत्तर देखें

17. a और b के उन मनो को ज्ञात कीजिए जिनके लिए

$$f(x) = \begin{cases} ax+1, & \text{if } x \leq 3 \\ bx+3, & \text{if } x > 3 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित फलन  $x = 3$  पर संतत है।



वीडियो उत्तर देखें

18.  $\lambda$  के किस मान के लिए

$$f(x) = \begin{cases} \lambda(x^2 - 2x), & \text{if } x \leq 0 \\ 4x+1, & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित फलन  $x = 0$  पर सांतत्य पर विचार कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

19. दर्शाइए कि  $g(x) = x - [x]$  द्वारा परिभाषित फलन समस्त पूर्णांक पर असंतत है। यहाँ

$[x]$  उसे महत्तम निरूपित करता है, जो  $x$  के बराबर या  $x$  से कम है।



वीडियो उत्तर देखें

20. क्या  $f(x) = x^2 - \sin x + 5$  द्वारा परिभाषित फलन  $x = \pi$  पर संतत है?

 वीडियो उत्तर देखें

21. निम्नलिखित फलनों के सांतत्य पर विचार कीजिए :

(a)  $f(x) = \sin x + \cos x$

(b)  $f(x) = \sin x - \cos x$

(c)  $f(x) = \sin x \cdot \cos x$

 वीडियो उत्तर देखें

22. cosine, cosecant, secant और cotangent फलनों के सांतत्य पर विचार कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

23.  $f$  के सभी असान्यता के बिंदुओं को ज्ञात कीजिए, जहाँ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{if } x < 0 \\ x+1, & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$

 वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

24. सिद्ध कीजिये कि फलन  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{if } x \neq 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \end{cases}$  द्वारा परिभाषित

एक संतत फलन है

 वीडियो उत्तर देखें

25.  $f$  के सांतात की जाँच कीजिए, जहाँ  $f$  निम्नीलिखित प्रकार से परिभाषित है

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - \cos x, & \text{if } x \neq 0 \\ -1, & \text{if } x=0 \end{cases}$$

प्रश्न 26 से 29 में  $k$  के मनो को ज्ञात कीजिए ताकि प्रदत्त फलन निर्दिष्ट बिंदु पर संतत हो:

 वीडियो उत्तर देखें

$$26. f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x}, & \text{if } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & \text{if } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित फलन  $x = \frac{\pi}{2}$  पर

 वीडियो उत्तर देखें

27.  $f(x) = \begin{cases} kx^2, & \text{if } x \leq 2 \\ 3, & \text{if } x > 2 \end{cases}$ , द्वारा परिभाषित फलन  $x = 2$  पर

 वीडियो उत्तर देखें

28.  $f(x) = \begin{cases} kx+1, & \text{if } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{if } x > \pi \end{cases}$

द्वारा परिभाषित फलन  $x = \pi$  पर

 वीडियो उत्तर देखें

29.  $f(x) = \begin{cases} kx+1, & \text{if } x \leq 5 \\ 3x-5, & \text{if } x > 5 \end{cases}$  द्वारा परिभाषित फलन  $x = 5$  पर

 वीडियो उत्तर देखें

30. a तथा b के मानो को ज्ञात कीजिए ताकि

$$f(x) = \begin{cases} 5, & \text{if } x \leq 2 \\ ax+b, & \text{if } 2 < x < 10 \\ 21, & \text{if } x \geq 10 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित फलन एक संतत फलन हो।

 वीडियो उत्तर देखें

31. दर्शाइए कि  $f(x) = \cos(x^2)$  द्वारा परिभाषित फलन पर संतत फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

32. सिद्ध करे कि फलन  $f(x) = |\cos x|$  संतत फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

33. जाँचिए कि क्या  $\sin|x|$  एक संतत फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

34.  $f(x) = |x| - |x + 1|$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$  के सभी असान्त्यता के बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 5 2

1.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$\sin(x^2 + 5)$$

 वीडियो उत्तर देखें

2.  $\cos(\sin x)$

 वीडियो उत्तर देखें

3.  $\sin(ax + b)$

 वीडियो उत्तर देखें

4.  $\sec(\tan \sqrt{x})$

 वीडियो उत्तर देखें

5.  $\frac{\sin(ax + b)}{\cos(cx + d)}$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए

A.  $a \cos(ax + b)\sec(cx + d) + c \sin(ax + b)\tan(cx + d)\sec(cx + d)$

B.  $a \cos(ax + b)\sec(cx + d)$

C.  $c \sin(ax + b)\tan(cx + d)\sec(cx + d)$

D.  $a \cos(ax + b) + c \sin(ax + b)\tan(cx + d)$

**Answer: A**

 वाडियो उत्तर देखें

6.  $\cos x^3 \cdot \sin^2(x^5)$

 वाडियो उत्तर देखें

7.  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिए  $2\sqrt{\cot(x^2)}$



वीडियो उत्तर देखें

8.  $\cos(\sqrt{x})$

A.  $-(\sin \sqrt{x})$

B.  $\frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

C.  $-\frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

D.  $-\frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

9. सिद्ध कीजिये की फलन  $f(x) = |x - 1|$ ,  $x \in R$ ,  $x = 1$  पर अवकलित नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

10. सिद्ध कीजिये कि महत्तम पूर्णांक फलन  $f(x) = [x]$ ,  $0 < x < 3$ ,  $x = 1$  तथा  $x = 2$  पर अवकलित नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

### प्रश्नावली 5 3

1.  $2x + 3y = \sin x$ ,  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये

A.  $\frac{\cos x - 2}{3}$

B.  $\frac{\cos x - 2}{5}$

C.  $\frac{\cos x - 4}{3}$

D.  $\frac{\cos x - 5}{3}$

**Answer: A**

 वीडियो उत्तर देखें

2.  $2x + 3y = \sin y$ ,  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये

 वीडियो उत्तर देखें

3.  $ax + by^2 = \cos y$ ,  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये

A.  $-\frac{1}{2by + \sin y}$

B.  $-\frac{a}{by - \sin y}$

C.  $-\frac{a}{2by + \sin y}$

D.  $(2by + \sin y)$

**Answer: C**

 वीडियो उत्तर देखें

4.  $xy + y^2 = \tan x + y$ ,  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये

 वीडियो उत्तर देखें

5.  $x^2 + xy + y^2 = 100$ ,  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये

A.  $-\frac{(2x + y)}{x - 2y}$

B.  $-\frac{(2x + y)}{x + 2y}$

C.  $-\frac{(2x - y)}{x - 2y}$

D.  $\frac{(2x + y)}{x + 2y}$

**Answer: B**

 वीडियो उत्तर देखें

6.  $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 = 81$ ,  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये

 वीडियो उत्तर देखें

7.  $\sin^2 y + \cos xy = k$ ,  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये

A.  $\frac{y \sin xy}{\sin 2y + x \sin xy}$

B.  $\frac{\sin xy}{\sin y - x \sin xy}$

C.  $\frac{y}{\sin 2y - x \sin xy}$

D.  $\frac{y \sin xy}{\sin 2y - x \sin xy}$

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

8.  $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$ ,  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये



वीडियो उत्तर देखें

9.  $y = \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ ,  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये

A.  $\frac{1}{1+x^2}$

B.  $\frac{3}{1+x^2}$

C.  $\frac{2}{1+x^2}$

$$D. \frac{5}{1+x^2}$$

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

$$10. y = \tan^{-1} \left[ \frac{3x - x^3}{(1 - 3x^2)} \right], \left( -\frac{1}{\sqrt{3}} < x < \frac{1}{\sqrt{3}} \right), \frac{dy}{dx} \text{ ज्ञात कीजिये}$$

 वीडियो उत्तर देखें

$$11. y = \cos^{-1} \left( \frac{1 - x^2}{1 + x^2} \right), 0 < x < 1, \frac{dy}{dx} \text{ ज्ञात कीजिये}$$

 वीडियो उत्तर देखें

$$12. y = \sin^{-1} \left( \frac{1 - x^2}{1 + x^2} \right), 0 < x < 1, \frac{dy}{dx} \text{ ज्ञात कीजिये}$$

 वीडियो उत्तर देखें

13.  $y = \cos^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ ,  $-1 < x < 1$ ,  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये

 वीडियो उत्तर देखें

14.  $y = \sin^{-1}\left(2x\sqrt{1-x^2}\right)$ ,  $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये

 वीडियो उत्तर देखें

15.  $y = \sec^{-1}\left(\frac{1}{2x^2-1}\right)$ ,  $0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये

 वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 5 4

1.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$\frac{e^x}{\sin x}$$

A.  $\frac{e^x(\sin x - \cos x)}{\sin^2 x}$ ,  $x \neq n\pi$ ,  $n \in \mathbb{Z}$

B.  $\frac{\sin x - \cos x}{\sin^2 x}, x \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}$

C.  $e^x(\sin x - \cos x), x \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}$

D.  $\frac{e^x}{\sin^2 x}, x \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

2.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$e^{\sin^{-1} x}$$



वीडियो उत्तर देखें

3.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$e^{x^3}$$



वीडियो उत्तर देखें

4.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$\sin(\tan^{-1} e^{-x})$$

 वीडियो उत्तर देखें

5.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$\log(\cos e^x)$$

 वीडियो उत्तर देखें

6.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$e^x + e^{x^2} + \dots + e^{x^5}$$

A.  $e^x + 3x^2 e^{x^3} + 5x^4 e^{x^5}$

B.  $e^x + 2x e^{x^2} + 3x^2 e^{x^3} + 4x^3 e^{x^4} + 5x^4 e^{x^5}$

C.  $2x e^{x^2} + 4x^3 e^{x^4}$

D.  $e^x + x e^{x^2} + x^2 e^{x^3} + x^3 e^{x^4} + x^4 e^{x^5}$

**Answer: B**

 वीडियो उत्तर देखें

7.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$\sqrt{e^{\sqrt{x}}}, x > 0$$

 वीडियो उत्तर देखें

8.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$\log(\log x), x > 1$$

 वीडियो उत्तर देखें

9.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$\frac{\cos x}{\log x}, x > 0$$

 वीडियो उत्तर देखें

10.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$\cos(\log x + e^x)$$



वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 5 5

1.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x$$

A.  $-\cos x \cos 2x \cos 3x [\tan x + 2 \tan 2x + \tan 3x]$

B.  $-\cos x \cos 2x \cos 3x [\tan x + 2 \tan 2x + 3 \tan 3x]$

C.  $-\cos x \cos 2x \cos 3x$

D.  $[\tan x + 2 \tan 2x + 3 \tan 3x]$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

2.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$\sqrt{\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)(x-5)}}$$

A.  $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)(x-5)}}$

B.

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)(x-5)}} \left[ \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-5} \right]$$

C.  $\left[ \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-5} \right]$

D.

$$\sqrt{\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)(x-5)}} \left[ \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-5} \right]$$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

3.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$(\log x)^{\cos x}$$



वीडियो उत्तर देखें

4.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$x^x - 2^{\sin x}$$



वीडियो उत्तर देखें

5.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$(x + 3)^2 \cdot (x + 4)^3 \cdot (x + 5)^4$$



वीडियो उत्तर देखें

6.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^x + x^{\left(1 + \frac{1}{x}\right)}$$



वीडियो उत्तर देखें

7.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$(\log x)^x + x^{\log x}$$

 वीडियो उत्तर देखें

8.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$(\sin x)^x + \sin^{-1} \sqrt{x}$$

 वीडियो उत्तर देखें

9.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$$

 वीडियो उत्तर देखें

10.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$x^{x \cos x} + \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

 वीडियो उत्तर देखें

11.  $x$  के सापेक्ष अवकलन करें

$$(x \cos x)^x + (x \sin x)^{\frac{1}{x}}$$

 वीडियो उत्तर देखें

12.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए ।

$$x^y + y^x = 1$$

 वीडियो उत्तर देखें

13.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात करें

$$y^x = x^y$$

 वीडियो उत्तर देखें

14.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात करें

$$(\cos x)^y = (\cos y)^x$$

 वीडियो उत्तर देखें

15.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात करें

$$xy = e^{x-y}$$

 वीडियो उत्तर देखें

16.  $f(x) = (1+x)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8)$  द्वारा प्रदत्त फलन का अवकलज ज्ञात कीजिये और इस प्रकार  $f'(1)$  ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

17.  $(x^2 - 5x + 8)(x^3 + 7x + 9)$  का अवकलन निम्नलिखित तीन प्रकार से कीजिये:

i) गुणनफल नियम का प्रयोग करके

ii) गुणनफल के विस्तारण द्वारा एक एकल बहुपद प्राप्त करके

iii) लघुगणकीय अवकलन द्वारा

यह भी सत्यापित कीजिये कि इस प्रकार प्राप्त तीनों उत्तर समान हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

18. यदि  $u, v$ , तथा  $w, x$  के फलन हैं तो दिखाएँ कि

$$\frac{d}{dx}(u, v, w) = \frac{du}{dx}(vw) + u \cdot w \frac{dv}{dx} + uv \frac{dw}{dx}$$

 वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 5 6

1.  $x$  तथा  $y$  दिए समीकरणों द्वारा, एक दूसरे से प्राचलिक रूप में संबंधित हों, तो प्राचलों का

विलोपन किए बिना,  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए:

$$x = 2at^2, y = at^4$$

 वीडियो उत्तर देखें

2.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए:

$$x = a \cos \theta, y = b \cos \theta$$

 वीडियो उत्तर देखें

3.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए:

$$x = \sin t, y = \cos 2t$$

 वीडियो उत्तर देखें

4.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए:

$$x = 4t, y = \frac{4}{t}$$

 वीडियो उत्तर देखें

5.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए:

$$x = \cos \theta - \cos 2\theta, y = \sin \theta - \sin 2\theta$$

 वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

6.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए:

$$x = a(\theta - \sin \theta), y = a(1 + \cos \theta)$$

 वीडियो उत्तर देखें

7.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए:

$$x = \frac{\sin^3 t}{\sqrt{\cos 2t}}, y = \frac{\cos^3 t}{\sqrt{\cos 2t}}$$

 वीडियो उत्तर देखें

8.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए:

$$x = a \left( \cos t + \log \tan \left( \frac{t}{2} \right) \right), y = a \sin t$$

 वीडियो उत्तर देखें

9.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए:

$$x = a \sec \theta, y = b \tan \theta$$

 वीडियो उत्तर देखें

10.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए:

$$x = a(\cos \theta + \theta \sin \theta),$$

$$y = a(\sin \theta - \theta \cos \theta)$$

 वीडियो उत्तर देखें

11. यदि  $x = \sqrt{a^{\sin^{-1} t}}$ ,  $y = \sqrt{a^{\cos^{-1} t}}$ , तो दर्शाइए कि  $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$ .

 वीडियो उत्तर देखें

1. द्वितीय कोटि के अवकलज ज्ञात करें

$$x^2 + 3x + 2$$

 वीडियो उत्तर देखें

2. द्वितीय कोटि के अवकलज ज्ञात करें

$$x^{20}$$

 वीडियो उत्तर देखें

3. द्वितीय कोटि के अवकलज ज्ञात करें

$$x \cdot \cos x$$

 वीडियो उत्तर देखें

4. द्वितीय कोटि के अवकलज ज्ञात करें

$$\log x$$

 वीडियो उत्तर देखें



वीडियो उत्तर देखें

5. द्वितीय कोटि के अवकलज ज्ञात करें

$$x^3 \log x$$



वीडियो उत्तर देखें

6. निम्नलिखित फलनों के द्वितीय अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए ।

(i)  $x \cos x$  (ii)  $e^x \sin 5x$



वीडियो उत्तर देखें

7. द्वितीय कोटि के अवकलज ज्ञात करें

$$e^{6x} \cos 3x$$



वीडियो उत्तर देखें

8. द्वितीय कोटि के अवकलज ज्ञात करें

$$\tan^{-1} x$$

 वीडियो उत्तर देखें

9. द्वितीय कोटि के अवकलज ज्ञात करें

$$\log(\log x)$$

 वीडियो उत्तर देखें

10. द्वितीय कोटि के अवकलज ज्ञात करें

$$\sin(\log x)$$

 वीडियो उत्तर देखें

11. यदि  $y = 5 \cos x - 3 \sin x$  है तो सिद्ध कीजिये कि  $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$

 वीडियो उत्तर देखें

12. यदि  $y = \cos^{-1} x$  है तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  को केवल  $y$  के पदों में ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

13. यदि  $y = 3 \cos(\log x) + 4 \sin(\log x)$  है तो दर्शाइए कि  $x^2 y_2 + x y_1 + y = 0$

 वीडियो उत्तर देखें

14. यदि  $y = Ae^{mx} + Be^{nx}$  है तो दर्शाइए कि  $\frac{d^2y}{dx^2} - (m + n) \frac{dy}{dx} + mny = 0$

 वीडियो उत्तर देखें

15. यदि  $y = 500e^{7x} + 600e^{-7x}$  है तो ज्ञात कीजिए  $\frac{d^2y}{dx^2} = ??$  है।

A.  $49y$

B.  $48y$

C.  $47y$

D.  $46y$

**Answer: A**

 वीडियो उत्तर देखें

16. यदि  $e^y(x + 1) = 1$  है तो दर्शाइए कि  $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

17. यदि  $y = (\tan^{-1} x)^2$  है तो दर्शाइए कि  $(x^2 + 1)^2 y_2 + 2x(x^2 + 1)y_1 = 2$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

1. फलन  $f(x) = x^2 + 2x - 8$ ,  $x \notin [-4, 2]$  के लिए रोले के प्रमेय को सत्यापित कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

2. जाँच कीजिये कि क्या रोले का प्रमेय निम्नीलिखित फलनों में से किन-किन पर लागु होता है। इन उदाहरण से क्या आप रोले के प्रमेय के विलोम के बारे में कुछ कह सकते हैं?

i)  $f(x) = [x]$  के लिए  $x \in [5, 9]$

ii)  $f(x) = [x]$  के लिए  $x \in [-2, 2]$

iii)  $f(x) = x^2 - 1$  के लिए  $x \in [1, 2]$

 वीडियो उत्तर देखें

3. यदि  $f: [-5, 5] \rightarrow R$  एक संतत फलन हैं और यदि  $f'(x)$  किसी भी बिंदु पर शून्य नहीं होता हैं तो सिद्ध कीजिये कि  $f(-5) \neq f(5)$

 वीडियो उत्तर देखें

4. मध्यमान प्रमेय सत्यापित कीजिये, यदि अंतराल  $[a,b]$  में  $f(x) = x^2 - 4x - 3$ , जहाँ  $a=1$  और  $b=4$  हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

5. मध्यमान प्रमेय सत्यापित कीजिए यदि अंतराल  $[a,b]$  में  $f(x) = x^3 - 5x^2 - 3x$ , जहाँ  $a=1$  और  $b=3$  है।  $f(c) = 0$  के लिए  $c \in (1, 3)$  को ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

6. प्रश्न संख्या 2 में उपरोक्त दिए तीनों फलनों के लिए मध्यमान प्रमेय की अनुपयोगिता की जाँच कीजिए.

 वीडियो उत्तर देखें

## अध्याय 5 पर विविध प्रश्नावली

1.  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिये:  $(3x^2 - 9x + 5)^9$

 वीडियो उत्तर देखें

2.  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिये:  $\sin^3 x + \cos^6 x$

 वीडियो उत्तर देखें

3.  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिये:  $(5x)^{3 \cos x 2x}$

 वीडियो उत्तर देखें

4.  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिये:  $\sin^{-1}(x\sqrt{x}), 0 \leq x \leq 1$

 वीडियो उत्तर देखें

5.  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिये:  $\frac{\cos^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)}{\sqrt{2x+7}}, -2 < x < 2$

 वीडियो उत्तर देखें

6.  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिये:

$$\cot^{-1} \left[ \frac{\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x}}{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}} \right], 0 < x < \frac{\pi}{2}$$

 वीडियो उत्तर देखें

7.  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिये:  $(\log x)^{\log x}, x > 1$

 वीडियो उत्तर देखें

8.  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिये:  $\cos(a \cos x + b \sin x)$ , किन्हीं अचर  $a$  तथा  $b$  के लिए

 वीडियो उत्तर देखें

9.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए,  $y = (\sin x - \cos x)^{(\sin x - \cos x)}, \frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4}$

 वीडियो उत्तर देखें

10.  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिये:  $x^x + x^a + a^x + a^a$ , किसी नियत  $a > 0$  तथा  $x > 0$  के लिए

 वीडियो उत्तर देखें

11. निम्नलिखित का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए ।

$x^{x^2-3} + (x-3)^{x^2}$ ,  $x > 3$  के लिए

 वीडियो उत्तर देखें

12. यदि  $y = 12(1 - \cos t)$ ,  $x = 10(t - \sin t)$ ,  $-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$  तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

13. यदि  $y = \sin^{-1} x + \sin^{-1} \sqrt{1-x^2}$ ,  $0 < x < 1$  हैं तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

14. यदि  $-1 < x < 1$  के लिए  $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$  और  $x \neq y$  हो, तो सिद्ध

कीजिए कि 
$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2}$$

 वीडियो उत्तर देखें

15. यदि किसी  $c > 0$  के लिए  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = c^2$  हैं तो सिद्ध कीजिये कि

$$\frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}, a \text{ और } b \text{ से स्वतंत्र एक स्थिर राशि है।}$$

 वीडियो उत्तर देखें

16. यदि  $\cos y = x \cos(a + y)$  तथा  $\cos a \neq \pm 1$ , सिद्ध करें कि

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a + y)}{\sin a}$$

 वीडियो उत्तर देखें

17. यदि  $x = a(\cos t + t \sin t)$  और  $y = a(\sin t - t \cos t)$ , तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

18. यदि  $f(x) = |x|^3$  तो प्रमाणित कीजिए कि  $f''(x)$  का अस्तित्व है और इसे ज्ञात भी कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

19. गणितीय आगमन के सिद्धांत के प्रयोग द्वारा , सिद्ध कीजिए कि सभी धन पूर्णांक  $n$  के लिए  $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$  है ।

 वीडियो उत्तर देखें

20.  $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$  का प्रयोग करते हुए अवकलन द्वारा cosines के लिए योग सूत्र ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

21. क्या एक ऐसे फलन का अस्तित्व है , जो प्रत्येक बिंदु पर संतत हो किन्तु केवल दो बिंदुओं पर अवकलनीय न हो ? अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइये ।

 वीडियो उत्तर देखें

22. यदि  $y = \begin{vmatrix} f(x) & g(x) & h(x) \\ l & m & n \\ a & b & c \end{vmatrix}$  है तो सिध्य कीजिये कि

$$\frac{dy}{dx} = \begin{vmatrix} f'(x) & g'(x) & h'(x) \\ l & m & n \\ a & b & c \end{vmatrix}$$

 वीडियो उत्तर देखें

23. यदि  $y = e^{a \cos^{-1} x}$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ , तो दर्शाइए कि

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2 y = 0$$

 वीडियो उत्तर देखें

