



MATHS

BOOKS - UP BOARD PREVIOUS YEAR

अवकलज के अनुप्रयोग

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. अन्तराल $[0,1]$ में फलन $x^2 - x + 1$ है |

A. वर्धमान

B. ह्रासमान

C. न वर्धमान न ह्रासमान

D. इन में से कोई नहीं

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

2. निम्न में से किसी अन्तराल में फलन $x^2 e^{-x}$ वर्धमान है ?

A. $(-\infty, 2]$

B. $[0, 2]$

C. $[2, \infty)$

D. इन में से कोई नहीं

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

3. फलन $\sin x - bx + c$ अन्तराल $(-\infty, \infty)$ में

निरंतर वर्धमान होगी यदि -

A. $b \leq 1$

B. $b \leq 0$

C. $b \leq -1$

D. $b \geq 0$

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

4. निम्न में से किस अंतराल में फलन $x^2 - 4x$ निरंतर ह्रासमान है ?

A. $[1,1]$

B. $[1, \infty)$

C. $(-\infty, 1)$

D. इन में से कोई नहीं

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

5. यदि वक्र $y = f(x)$ के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा X-अक्ष के समानांतर है तो उस बिंदु पर $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा

A. 0

B. 1

C. ∞

D. -1

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

6. यदि $y = x^2 + 4$ और x का मान 3 से 3.1 तक परिवर्तित होता है तो y में निकटतम परिवर्तन है -

A. 0.6

B. 2

C. 3

D. 6.1

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

7. यदि वक्र $y = f(x)$ के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा अक्षों के साथ समान कोण बनती है तो उस बिंदु पर $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा -

A. 0

B. ± 1

C. ∞

D. $\sqrt{3}$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

8. यदि वक्र $y=f(x)$ किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा x - अक्ष के साथ 135° का कोण का बनती है तो उस बिन्दु पर $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा

A. 1

B. - 1

C. 0

D. ∞

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

9. यदि वक् $y = f(x)$ के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा

$y = mx + c$ के समान्तर है तो उस बिन्दु पर $\frac{dy}{dx}$ का

मान होगा -

A. m

B. $-m$

C. $\frac{1}{m}$

D. $-\frac{1}{m}$

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

10. यदि वक्र के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा $y = mx + c$

के समान्तर है तो उप बिंदु पर का $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा |

A. m

B. $-m$

C. $\frac{1}{m}$

D. $-\frac{1}{m}$

Answer:



वीडियो उत्तर देखें

11. परवलय $y^2 = 4ax$ के किसी बिंदु $(at^2, 2at)$ पर

अभिलम्ब की प्रवणता है -

A. t

B. $-t$

C. $\frac{1}{t}$

D. $-\frac{1}{t}$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

12. बिन्दु $(1, 1)$ पर वक्रों $x^2 = y$ और $x^3 + 6y = 7$ का प्रतिच्छेद कोण है

A. 0

B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{3}$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

13. फलन $|\sin 4x + 3|$ के आदिकतम और निकटम मान

हैं।

A. 1, 2

B. 4, 3

C. 4,2

D. 1,1

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

14. फलन $x^3 + x^2 + x - 4$ का उच्चिष्ठ मान है

A. 127

B. 4

C. अस्तित्व नहीं है

D. इन में से कोई नहीं

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

15. x^x एक स्तब्ध (stationary) बिंदु रखता है

A. $x=e$ पर

B. $x = \frac{1}{e}$ पर

C. $x=1$ पर

D. $x = \sqrt{e}$ पर

Answer:



वीडियो उत्तर देखें

16. वक्र $y = 2x^2 + 3 \sin x$ के $x=0$ पर अभिलम्ब की प्रणता है

A. 3

B. $\frac{1}{3}$

C. -3

D. $-\frac{1}{3}$

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

17. वक्र $y = x^2 - 2x$ के बिंदु $(1,-1)$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए |



वीडियो उत्तर देखें

18. वक्र $y^2 = 4x$ के बिंदु (1,2) पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए |

 वीडियो उत्तर देखें

19. वक्र $y = x + \frac{2}{x} + 1$ के बिंदु (2,4) पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए |

 वीडियो उत्तर देखें

20. वक्र $xy = a^2$ के बिंदु (x_1, y_1) पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

21. बिंदु 't' पर वक्र $x = at^2, y = 2at$ के स्पर्शी का समीकरण ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

22. बिंदु t पर वक्र $x = \cos^3 t$; $y = b \sin^3 t$ के स्पर्शी का समीकरण ज्ञात कीजिए |

 वीडियो उत्तर देखें

23. वक्र $y = x^2 + 1$ पर वह बिंदु ज्ञात कीजिये जहाँ खींची गयी स्पर्श रेखा x-अक्ष से 45° का कोण बनाती है

 वीडियो उत्तर देखें

24. वक्र $y = x^2 + 8x + 1$ पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिये जहाँ पर ढाल 8 है

 वीडियो उत्तर देखें

25. वक्र $2x^2 + 3y^2 = 18$ पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिये जहाँ पर स्पर्श रेखा y -अक्ष समान्तर है

 वीडियो उत्तर देखें

26. वक्र $y^2 = x^3$ के बिंदु (4,8) पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिये

 वीडियो उत्तर देखें

27. वक्र $x = \cos \theta, y = \sin \theta$ के बिंदु θ पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिये

 वीडियो उत्तर देखें

28. एक गुब्बारा जो सदैव गोलाकार रहता है की त्रिज्या परिवर्तनशील है त्रिज्या के सापेक्ष के आयतन के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए जहां त्रिज्या 10 सेमी है

 वीडियो उत्तर देखें

29. $(0.007)^{1/3}$ का सन्निकट मान अवकलन का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

30. अवकलन विधि का प्रयोग करके $\sqrt{49.5}$ का सन्निकट मान दशमलव के तीन स्थानों तक ज्ञात कीजिये

 वीडियो उत्तर देखें

31. अवकलन प्रक्रम का प्रयोग करके $\sqrt{0.6}$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिये

 वीडियो उत्तर देखें

32. यदि किसी वृत्त का क्षेत्रफल एक समान दर से बढ़ता है तो सिद्ध कीजिए कि उसके परिमाप की वृद्धि दर त्रिज्या के व्युत्क्रमानुपाती होती है



वीडियो उत्तर देखें

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. $f(5.001)$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिये , जहाँ

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 15$$



वीडियो उत्तर देखें

2. वक्र $y = x^2 - 4x - 5$ के बिंदु $x=-2$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये

 वीडियो उत्तर देखें

3. $f(3.02)$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिये , जहाँ
 $f(x) = 3x^2 + 5x + 3$

 वीडियो उत्तर देखें

4. एक घन का आयतन $9\text{cm}^3 / \text{sec}$ की दर से बढ़ रहा है इसके कोर की लंबाई 10 है तो इसके पृष्ठ का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है



वीडियो उत्तर देखें

5. दर्शाइए कि फलन $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 100$, R पर वर्धमान है



वीडियो उत्तर देखें

6. वक्र $y = 5x - 2x^3$ के लिए यह दिखाएं सेकंड की दर से बढ़ता है तो वक्र की परिवर्तन परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए जब $x = 3$

 वीडियो उत्तर देखें

7. एक स्थिर तालाब में पत्थर डाला जाता है और उत्पन्न तरंगें व्रत में $4\text{cm} / \text{sec}$ की गति से चलती हैं जब वृत्ताकार तरंगों की त्रिज्या 10 है तो उस छड़ हुआ क्षेत्रफल कितनी तेजी से बढ़ रहा है

 वीडियो उत्तर देखें

दीर्घ लघु उत्तरीय प्रश्न

1. दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के बिंदु (x_1, y_1) पर स्पर्श

रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए



वीडियो उत्तर देखें

2. वक्र $x = a \cos^3 \theta, y = \sin^3 \theta$ के $\theta = \frac{\pi}{4}$ पर

अभिलंब की प्रवणता ज्ञात कीजिए



वीडियो उत्तर देखें

3. वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$ के बिंदु (1,1) पर स्पर्श रेखा

तथा अभिलंब के समीकरण ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

4. परवलय $y^2 = 4ax$ के बिंदु $(at^2, 2at)$ पर अभिलंब

का समीकरण ज्ञात कीजिए

(अथवा) वक्र $x = at^2, y = 2at$ के बिंदु t पर अभिलंब

का समीकरण ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

5. वक्र $y = x^2 - 2x + 7$ की स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो

(a) रेखा $2x - y + 9 = 0$ के समांतर है

(b) रेखा $5y - 15x = 13$ के लम्ब है

 वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि वक्र $x^2 - y^2 = 16$ और $y = 15/x$ एक दूसरे को समकोण पर काटते हैं

(अथवा) सिद्ध कीजिए कि वक्र $x^2 - y^2 = 16$ और $xy = 15$ एक दूसरे को समकोण पर काटते हैं

 वीडियो उत्तर देखें

7. $\sin \theta + \cos \theta$ का महत्तम मान ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

8. फलन $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ का उच्चतम निम्नतम मान ज्ञात कीजिए

(अथवा) $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ द्वारा प्रदत्त फलन के उच्चतम और निम्नतम मान ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

9. यदि $x + y = 101$ हो तो फलन xy^2 का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

10. दिखाइए कि x^x का मान $x = \frac{1}{e}$ पर दिखाइए की का मान पर निमनिष्ठ है

(अथवा) दिखाइए कि $x = \frac{1}{e}$ के लिए फलन x^x निमनिष्ठ है

 वीडियो उत्तर देखें

11. सिद्ध कीजिए कि $\left(\frac{1}{x}\right)^x$ का उच्चिष्ठ मान है

 वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिए कि $x = \frac{\pi}{3}$ पर $\sin x(1+\cos x)$ का उच्चिष्ठ मान है

 वीडियो उत्तर देखें

13. प्रवणता 2 वाली सभी रेखाओं का समीकरण ज्ञात कीजिए जो वक्र $y + \frac{2}{x-3} = 0$ को स्पर्श करती है

 वीडियो उत्तर देखें

14. अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ से प्रदत्त फलन f

(a) वर्धमान

(b) हासमान



वीडियो उत्तर देखें

15. वक्र $y = \cos(x + y)$, $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ के

स्पर्श रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा

$x + 2y = 0$ के समांतर है



वीडियो उत्तर देखें

16. सिद्ध कीजिए कि

$f(x) = \tan^{-1}(\sin x + \cos x)$, $x > 0$ से प्रदत्त
फलन $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ में निरंतर वर्धमान फलन है



वीडियो उत्तर देखें

17. दर्शाइए कि वर्गाकार आधार और प्रदत्त आयतन वाले बंद
घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल निम्नलिखित है जब यह एक घन है



वीडियो उत्तर देखें

18. वक्र $x^2 = 4y$ के उस अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु (1,2) से होकर गुजरता है



वीडियो उत्तर देखें

19. वे अंतराल ज्ञात कीजिए जिनका $f(x) = \sin 3x - \cos 3x, 0 < x < \pi$ निरंतर बर्धमान या ह्रासमान है



वीडियो उत्तर देखें

1. यदि वक्र $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा OX और OY अक्षों को क्रमशः P और Q पर काटे तो सिद्ध कीजिए कि $OP+OQ=a$, जहां O मूल बिंदु है (अथवा) वक्र $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ की किसी स्पर्श रेखा द्वारा अच्छा से काटे गए अंता खंडों का योग ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए कि रेखा $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$, वक्र $\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 2$ को बिंदु (a,b) पर स्पर्श करती है

n का मान चाहे कुछ भी हो

(अथवा) सिद्ध करो कि n के किसी भी मान के लिए वक्र

$$\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 2 \text{ को सरल रेखा } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$$

बिंदु (a,b) पर स्पर्श करते हैं



वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि रेखा $x+y=1$ परवलय $y = x - x^2$

की स्पर्शी है तथा स्पर्श बिंदु पर अभिलंब का समीकरण $y-$

$x+1=0$ है अथवा सिद्ध कीजिए कि सरल रेखा $x+y=1$

परवलय $y = x - x^2$ को बिंदु (1,0) पर स्पर्श करती है

बिंदु (1,0) पर अभिलंब का भी समीकरण ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

4. यदि वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ का अभिलम्ब x-अक्ष से ϕ कोण बनाये तो दिखाइए कि इसका समीकरण $y = \cos \phi - x \sin \phi = a \cos 2\phi$ है। It brgt (अथवा) यदि वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ का अभिलम्ब x-अक्ष से ϕ कोण बनाये तो सिद्ध कीजिये कि अभिलम्ब का समीकरण $y = \cos \phi - x \sin \phi = a \cos 2\phi$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. दिखाइए की वक्र $ax^2 + by^2 = 1$ और

$a'x^2 + b'y^2 = 1$ एक दूसरे को समकोण पर काटते हैं

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a'} - \frac{1}{b'}$$

सिद्ध कीजिए कि यदि वक्र $ax^2 + by^2 = 1$,

$a'x^2 + b'y^2 = 1$ लम्बकोणीय हो तो

 वीडियो उत्तर देखें

6. वक्र $\sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} = 1$ की किसी स्पर्श रेखा द्वारा

अक्ष से कटे अंताःखंड और हो तो दिखाइए $\frac{p}{a} + \frac{q}{b} = 1$

 वीडियो उत्तर देखें

7. $\frac{\log x}{x}$ का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए जबकि $x > 0$

 वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिए कि एक शंकु के अंतर्गत महत्तम वक्र पृष्ठ वाले लंबवृत्तीय बेलन की त्रिज्या शंकु की त्रिज्या की आधी होती है

 वीडियो उत्तर देखें

9. यदि $x+y=a$ तो फलन xy^2 का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए



वीडियो उत्तर देखें

10. सिद्ध कीजिए कि दी हुई त्रिभुजक ऊँचाई और महत्तम आयतन वाले शंकु का अर्द्धशीर्ष कोण $\tan^{-1} \sqrt{2}$ होता है ।



वीडियो उत्तर देखें

11. एक खुले बेलनाकार बर्तन के संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 100 वर्ग सेमी है उसका अधिकतम आयतन ज्ञात कीजिए

(अथवा) सिद्ध कीजिए कि एक खुले बेलनाकार बर्तन जिसके

पृष्ठ का क्षेत्रफल वर्ग सेंटीमीटर है का अधिकतम आयतन

$$\frac{1000}{3\sqrt{3\pi}} \text{ घन सेमी है}$$



वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिए कि दिए हुए पृष्ठ और महत्तम आयतन वाले

लंब वृत्तीय शंकु का अर्द्धशीर्ष कोण $\sin^{-1}(1/3)$ होगा

(अथवा) सिद्ध कीजिए कि दिए हुए संपूर्ण पृष्ठ और महत्तम

आयतन वाले लंबवृत्तीय शंकु अर्द्धशीर्ष कोण $\frac{\sin^{-1} 1}{3}$ है



वीडियो उत्तर देखें

13. सिद्ध कीजिए कि वृत्त के अंतर्गत महत्तम क्षेत्रफल वाला आयत एक वर्ग है



वीडियो उत्तर देखें

14. सिद्ध कीजिए कि किसी दिए हुए गोले के अंतर्गत अधिकतम आयतन के शंकु की ऊंचाई तथा गोले की त्रिज्या 4:3 का अनुपात होता है

(अथवा) दर्शाइए कि त्रिज्या r के एक गोले के अंतर्गत बनाए जा सकने वाले चित्र वाले लंबवृत्तीय शंकु की ऊंचाई $\frac{4r}{3}$ होती है अपन को गोले के आयतन के पदों में जांच कीजिए

(अथवा) दर्शाइए कि त्रिज्या r के गोले के अंतर्गत बनाए गए

उनकी ऊंचाई $\frac{4r}{3}$ होती है यह भी दर्शाए का अधिकतम आयतन गोले के आयतन का $\frac{8}{27}$ है

 वीडियो उत्तर देखें

15. सिद्ध कीजिए की एक निश्चित आयत के शंक्वाकार डेरे को बनाने में कम से कम कपड़ा लगेगा जबकि उसके आपकी चाय और आधार की त्रिज्या अनुपात $\sqrt{2}:1$ हो (अथवा) दर्शाए कि न्यूनतम वक्रपृष्ठ और प्रदत्त आयतन वाले नंबर वृत्तीय शंकु की ऊंचाई आधार की त्रिज्या की $\sqrt{2}$ गुनी होती है

(अथवा) दर्शाइए कि प्रदत्त आयतन और न्यूनतम वक्र पृष्ठ वाले लंब वृत्तीय शंकु का अर्द्धशीर्ष कोण $\cot^{-1} \sqrt{2}$ होता है

 वीडियो उत्तर देखें

16. यदि $2x+y=1$ तो फलन x^2y का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

17. वक्र $16x^2 + 9y^2 = 145$ के बिंदु $p(x_1, y_1)$ पर जहां $x_1 = 2$ और $y_1 > 0$ स्पर्श रेखा और अभिलंब के

समीकरण ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

18. धातु की चादर से वर्गाकार आधार और ऊर्ध्वाधर भुजाओं वाले एक खुले टाइम का निर्माण किया जाना है जिससे कि वह पानी की गई दी गई मात्रा को रख सके दर्शाए के दांत की लागत निमनिष्ठ होगी जब टैंक की गहराई उसकी चौड़ाई की आती है

 वीडियो उत्तर देखें

19. AB वृत्त का व्यास है और C व्रत पर कोई बिंदु है दर्शाइए कि त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल अधिक अधिकतम है जब यह एक समद्विबाहु त्रिभुज है



वीडियो उत्तर देखें

20. वर्गाकार आधार तथा ऊर्ध्वाधर पृष्ठ वाले धातु के किसी बॉक्स में $1,024\text{cm}^3$ वस्तु आती है। शीर्ष तथा आधार के पृष्ठों के माल (वस्तु) का मूल्य ₹ 5 प्रति cm^2 है तथा पृष्ठों के माल का मूल्य ₹ 2.50 प्रति cm^2 है। बॉक्स का निम्नतम मूल्य ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

21. यदि एक समकोण त्रिभुज कर्ण और एक भुजा की लम्बाइयों का योग दिया है तो दर्शाइए कि त्रिभुज क्या क्षेत्र का अधिकतम है जब उनके बीच का कोण $\frac{\pi}{3}$ है



वीडियो उत्तर देखें

Ncert Solved Example

1. वक्र $y = \sqrt{4x - 3} - 1$ पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जिन पर स्पर्श रेखा की प्रवणता $\frac{2}{3}$ है।



वीडियो उत्तर देखें

2. एक घन का आयतन 9 घन सेमी प्रति सेकण्ड की दर से बढ़ रहा है। ज्ञात कीजिए कि घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है जबकि इसके कोर की लम्बाई 10 सेमी है।



वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि वक्र $x = y^2$ और $xy=y$ एक-दूसरे को समकोण पर काटती है, यदि $8k^2 = 1$ है।



वीडियो उत्तर देखें

4. f (5.001) का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए जहाँ

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 15$$

 वीडियो उत्तर देखें

5. फलन $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 6$ का उच्चतम एवं

निम्नतम मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें