



## MATHS

### BOOKS - null

## त्रिविमीय ज्यामिति का परिचय

### हल सहित उदाहरण

1. उन अष्टांशों के नाम बताइए, जिनमें निम्नलिखित बिंदु स्थित है :

$(5, -4, 3)$

$(ii)(-5, 4, 3)$

$(iii)(2, 4, 5)$

$(iv)(-5, -4,$

$(v)(5, -4, -3)$

$(vi)(-5, -4, -3)$

$(vii)(-3, 1, 2)$

$(-3, 1, -$



वीडियो उत्तर देखें

2. यदि A, B तथा C बिंदु P से क्रमशः x, y तथा z- अक्षों पर खींचे गए लम्ब पाद है। A, B तथा C

के निर्देशांक ज्ञात कीजिए यदि बिंदु P के निर्देशांक निम्नलिखित है ::

$(i) (3, 4, 2)$

(ii)  $(4, -3, -7)$

(iii)  $(3, -6, 2)$

 वीडियो उत्तर देखें

3. वे अष्टांश ज्ञात कीजिए जिसमें बिंदु  $(-3, 1, 2)$  और  $(-3, 1, -2)$  स्थित है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. बिंदुओं  $P(1, -3, 4)$  और  $(-4, 1, 2)$  के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

5. दर्शाइए की बिंदु  $(0, -11, 3)$ ,  $(2, -3, -1)$  तथा  $(4, 5, -5)$

 वीडियो उत्तर देखें

6. दो बिंदुओं A तथा B के निर्देशांक क्रमशः (3, 4, 5) और ( - 1, 3, - 7) हैं। गतिशील बिंदु P के पथ का समीकरण ज्ञात कीजिए, जबकि  $PA^2 + PB^2 = 2K^2$ .

 वीडियो उत्तर देखें

7. दर्शाइए कि बिंदु (4, 5, 0), (0, 4, 1), (2, 6, 2) तथा (2, 3, - 1) एक आयत के शीर्ष हैं अथवा नहीं।

 वीडियो उत्तर देखें

8. a का मान ज्ञात कीजिए यदि बिंदुओं A(1, a, 4) तथा B( - 3, - 5, 4) के बीच की दूरी 5 है।

 वीडियो उत्तर देखें

9. क्या बिंदु A (3, 6, 9), B(10, 20, 30) और C (25, -41, 5) एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं ?

 वीडियो उत्तर देखें

10. दर्शाइए कि बिंदु  $A(1, 2, 3)$ ,  $B(-1, -2, -1)$ ,  $C(2, 3, 2)$  और  $D(4, 7, 6)$  एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष हैं, परन्तु यह एक आयत नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

11. बिंदु P से बने समुच्चय का समीकरण ज्ञात कीजिए जो इस प्रकार चलता है कि उसकी बिंदुओं  $A(3, 4, -5)$  तथा  $B(-2, 1, 4)$  से दूरी समान है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. एक त्रिभुज ABC का केन्द्रक  $(1, 1, 1)$  है। यदि A तथा B के निर्देशांक क्रमशः  $(3, -5, 7)$  तथा  $(-1, 7, -6)$  हैं। बिंदु C के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

13. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं  $(2, -1, 3)$  तथा  $(4, 3, 1)$  को मिलाने वाली रेखा को  $3:4$  के अनुपात में अन्तः विभाजित करती है।

 वीडियो उत्तर देखें

14. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं  $(3, 4, -5)$  तथा  $(1, -2, 3)$  को मिलाने वाले रेखाखण्ड को  $3:4$  के अनुपात में बाह्य विभाजित करता है।

 वीडियो उत्तर देखें

15. बिंदुओं  $(1, -2, 3)$  और  $(3, 4, -5)$  को मिलाने से बने रेखाखण्ड को अनुपात  $2:3$  में (i) अंत (ii) बाह्य विभाजित करने वाले बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

16. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें XY तल बिंदुओं  $(-2, 4, 5)$  तथा  $(3, -5, 4)$  को मिलाने वाली रेखा को विभाजित करता है।

 वीडियो उत्तर देखें

17. समानांतर चतुर्भुज के तीन शीर्ष क्रमशः तथा हैं। इसका चौथा शीर्ष ज्ञात कीजिए ।

 उत्तर देखें

18. विभाजन सूत्र का प्रयोग करके दर्शाइए कि बिंदु  $(-5, 7, 8)$ ,  $(3, 5, 7)$  तथा  $\left(5, \frac{9}{2}, \frac{27}{4}\right)$  सरिख है ।

 वीडियो उत्तर देखें

19. विभाजन सूत्र का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि बिंदु  $(-4,6,10)$ ,  $(2,4,6)$  और  $(14,0,-2)$  सरिख है।

 वीडियो उत्तर देखें

20. बिंदुओं  $(4, 8, 10)$  और  $(6, 10, -8)$  को मिलाने वाले रेखाखण्ड ,  $yz$ - तल द्वारा जिस अनुपात में विभक्त होता है, उसे ज्ञात कीजिए ।

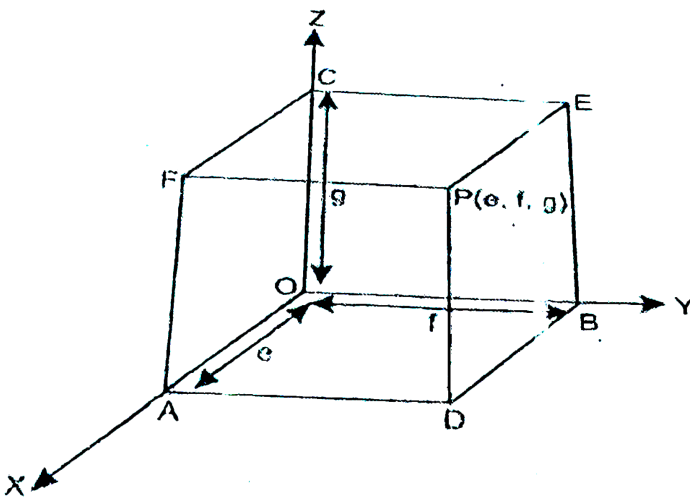
 वीडियो उत्तर देखें

21. बिंदुओं  $(2, 1, 3)$  तथा  $(4, -2, 5)$  को मिलाने वाले रेखाखण्ड को समतल  $2x + y - z = 3$  किस अनुपात में विभाजित करता है ?

 वीडियो उत्तर देखें

## उदाहरण

1. संलग्न चित्र में यदि बिंदु P के निर्देशांक  $(e, f, g)$  हैं, तो A, B, C, D, E तथा F के निर्देशांक लिखिए ।



[वीडियो उत्तर देखें](#)

## प्रश्नावली 12 A

1. किसी बिंदु P से  $x, y, z$  - अक्षों पर डाले हुए लम्बों के पाद क्रमशः A, B, C हैं। A, B, C के निर्देशांक बताइए यदि P के निर्देशांक है ::

(i) (4, 3, 2)

(ii) (-5, 3, 7)

(iii) (4, -2, 6)

(iv) (3, -5, 1)



 वीडियो उत्तर देखें

2. एक बिंदु  $y$  - अक्ष पर स्थित है। इसके  $x$  - निर्देशांक तथा  $z$  - निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

A.  $(0, y, 0)$

B.  $(x, 0, 0)$

C.  $(0, 0, z)$

D.  $(0, 0, 0)$

**Answer: A**

 वीडियो उत्तर देखें

3. एक बिंदु  $x$ - अक्ष पर स्थित है। इसके  $y$  तथा  $z$ - निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

4. एक बिंदु  $XZ$ - तल में स्थित है। इसके  $y$ - निर्देशांक के बारे में आप क्या कह सकते हैं ?

 वीडियो उत्तर देखें

5. एक बिंदु  $YZ$  – समतल में स्थित है। इसके  $x$  – निर्देशांक के विषय में आप क्या कह सकते हैं ?

 वीडियो उत्तर देखें

6. एक बिंदु के निर्देशांक  $(2, -1, 4)$  हैं। उन सभी सात बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिनका निरपेक्ष मान दिए हुए बिंदु के निरपेक्ष मान के बराबर है ।

 वीडियो उत्तर देखें

7. उन अष्टांशों के नाम बताइए जिनमें निम्नलिखित बिंदु स्थित है :

(i)  $(1, 4, 8)$

(ii)  $(-2, 0, 7)$

(iii)  $(7, -1, 6)$

(iv)  $(-3, -1, 6)$

(v)  $(-6, 1, 8)$

(vi)  $(4, 2, -5)$

(vii)  $(1, 2, 3)$

(viii)  $(-1, -4, -5)$

(ix)  $(2, -4, -7)$

(x)  $(10, 5, -8)$

$(xi)(4, -2, 3)$

$(xii)(4, -2, -5)$

$(\xi ii)(-4, 2, -5)$

$(xiv)(-4, 2, 5)$

 वीडियो उत्तर देखें

8. उदाहरण 3 के चित्र में यदि बिंदु P के निर्देशांक  $(l, m, n)$  हों, तो A, B, C, D, E तथा F के निर्देशांक लिखिए।

 उत्तर देखें

9. यदि बिंदु P  $(3, 6, 7)$  है तथा F बिंदु P से XZ तल पर डाला गया लम्ब पाद है। F के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

10. रिक्त स्थानों कि पूर्ति कीजिए :

(i) x- अक्ष और y- अक्ष दोनों एक साथ मिलकर एक तल बनाते है, उस तल को ..... कहते है।

(ii) XY-तल में एक बिंदु के निर्देशांक ..... रूप के होते हैं ।

(iii) निर्देशांक तल अंतरिक्ष को ..... अंश में विभाजित करते हैं ।

 वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 12 B

1. निम्नलिखित बिंदु युग्मों के मध्य दूरी ज्ञात कीजिए :

(i)  $(3, -5, 4)$        $(7, -8, 4)$       (ii)  $(1, -2, )$        $(-3, 2, -1)$

(iii)  $(2,3,5)$        $(4,3,1)$  (iv)  $(2,4,5)$        $(2, 5, -4)$

(v)  $(-3, 7, 2)$        $(2, 4, -1)$       (vi)  $(4, 6, 10)$        $(8, 6, 2)$

(vii)  $(-1, 3, -4)$        $(1, -3, 4)$       (viii)  $(2, -1, 3)$        $(-2, 1,$

 वीडियो उत्तर देखें

2.  $\Delta ABC$  के शीर्षों के निर्देशांक क्रमशः  $A(2, 5, 3)$ ,  $B(5, 3, 2)$ ,  $C(3, 2, 5)$  है । सिद्ध कीजिए कि यह एक समबाहु त्रिभुज है ।

 वीडियो उत्तर देखें

3. क्या बिंदु  $(1, 2, 3)$ ,  $(3, 6, 9)$  तथा  $(25, -41, 5)$  एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष है ?

 वीडियो उत्तर देखें

4. क्या बिंदु  $(0, 7, -10)$ ,  $(1, 6, -6)$  और  $(4, 9, -6)$  एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष है ।

 वीडियो उत्तर देखें

5. क्या बिंदु  $(0, 7, 10)$ ,  $(-1, 6, 6)$  और  $(-4, 9, 6)$  एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष है ।

 वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि बिंदु  $(5, -1, 1)$ ,  $(7, -4, 7)$ ,  $(1, -6, 10)$  और  $(-1, -3, 4)$  एक सम चतुर्भुज के शीर्ष हैं ।

 वीडियो उत्तर देखें

7. दर्शाइए कि बिंदु  $(a, b, c)$ ,  $(b, c, a)$  तथा  $(c, a, b)$  एक समबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

8.  $x$  का मान ज्ञात कीजिए यदि बिंदुओं  $(4, x, -6)$  तथा  $(-2, 1, -3)$  के बीच की दूरी 7 इकाई है।

 वीडियो उत्तर देखें

9.  $y$  का मान ज्ञात कीजिए यदि बिंदुओं  $(0, 7, 10)$  तथा  $(y, 9, 6)$  के बीच की दूरी 6 इकाई है।

 वीडियो उत्तर देखें

10. दर्शाइए कि बिंदु  $(4, 5, -5)$ ,  $(0, -11, 3)$  तथा  $(2, -3, -1)$  सररेख है।

 वीडियो उत्तर देखें

11. दर्शाइए कि  $P(-2, 3, 5)$ ,  $Q(1, 2, 3)$  और  $R(7, 0, -1)$  सररेख है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिए कि बिंदु  $(0, 7, 10)$ ,  $(-1, 6, 6)$  तथा  $(-4, 9, 6)$  एक समद्विबाहु समकोण के शीर्ष है।

 वीडियो उत्तर देखें

13. दर्शाइए कि बिंदु  $(0, 4, 1)$ ,  $(2, 3, -1)$ ,  $(4, 5, 0)$  तथा  $(2, 6, 2)$  एक वर्ग के शीर्ष है।

 वीडियो उत्तर देखें

14. क्या बिंदु  $(-1, 2, 1)$ ,  $(1, -2, 5)$ ,  $(4, -7, 8)$  और  $(2, -3, 4)$  एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष है।

A. हाँ

B. नहीं

C. अपर्याप्त आँकड़े हैं

D. इनमे से कोई नहीं

**Answer: A**

 वीडियो उत्तर देखें

15. दर्शाइए कि बिंदु  $(-2, 4, 1)$ ,  $(-1, 5, 5)$ ,  $(1, 1, 1)$  तथा  $(2, 2, 5)$  एक आयत के शीर्ष हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

16. बिंदुओं P से बने समुदाय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिनकी बिंदुओं  $A(4, 0, 0)$  और  $B(-4, 0, 0)$  से दूरियों का योगफल 10 है।

 वीडियो उत्तर देखें



17. सिद्ध कीजिए कि बिंदु  $(1, 2, 3)$ ,  $(-1, -2, -1)$ ,  $(2, 3, 2)$  और  $(4, 7, 6)$  एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

18. ऐसे बिंदुओं के समुच्चय का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु  $(1, 2, 3)$  और  $(3, 2, -1)$  से सदृश हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

19. एक त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक क्रमशः  $A(0, 0, 6)$ ,  $B(0, 4, 0)$  तथा  $C(6, 0, 0)$  हैं। त्रिभुज की मधिकाओं की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

20. यदि त्रिभुज  $PQR$  का केन्द्रक मूलबिंदु है और शीर्ष  $P(2a, 2, 6)$ ,  $Q(-4, 3b, -10)$  और  $R(8, 14, 2c)$  हैं, तो  $a$ ,  $b$  और  $c$  के मान ज्ञात

कीजिए ।

A.  $a = -2, b = -\frac{16}{3}, c = -2$

B.  $a = -2, b = \frac{16}{3}, c = 2$

C.  $a = 2, b = -\frac{16}{3}, c = 2$

D.  $a = -2, b = -\frac{16}{3}, c = 2$

**Answer: D**

 वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 12 C

1. बिंदुओं (3, 3, 7) तथा (16, 6, 4) को मिलाने से बने रेखाखण्ड को 2 : 3 के अनुपात में अन्तः विभाजित करने वाले बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

2. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं  $(5, 3, 8)$  तथा  $(3, 6, 1)$  को मिलाने वाले रेखाखण्ड को  $3 : 4$  के अनुपात में अन्तः विभाजित करता है ।

 वीडियो उत्तर देखें

3. बिंदुओं  $(-2, 3, 5)$  और  $(1, -4, 6)$  को मिलाने से बने रेखाखण्ड को अनुपात (i)  $2 : 3$  में अन्तः (ii)  $2 : 3$  में बाह्यतः विभाजित करने वाले बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

4. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं  $(3, 1, -3)$  और  $(3, -4, 2)$  को मिलाने वाली रेखा को  $1 : 2$  के अनुपात में बाह्य विभाजित करता है ।

 वीडियो उत्तर देखें

5. कः अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें YZ तल बिंदुओं  $(-3, 1, 4)$  तथा  $(2, -7, 3)$  को मिलाने वाली रेखा को विभाजित करता है ।

 वीडियो उत्तर देखें



वीडियो उत्तर देखें

6. एक आयत ABCD के तीन शीर्ष क्रमशः A (3, 4, 1), B(1, 4, -3) तथा C(6, 3, 1) है। इसका चौथा शीर्ष ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

7. दिया गया है कि बिंदु  $P(3, 2, -4)$ ,  $Q(5, 4, -6)$  और  $R(9, 8, -10)$  सररेख हैं। वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें Q, PR को विभाजित करता है।



वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिए कि बिंदु  $(2, 3, 4)$ ,  $(-1, 2, -3)$  तथा  $(-4, 1, -10)$  सररेख है।



वीडियो उत्तर देखें

9. उन बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो रेखाखण्ड AB को समत्रिभाजित करते हैं जबकि  $A(3, 1, -4)$  तथा  $B(6, -4, 2)$  हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

10. बिंदुओं  $(-2, 4, 7)$  और  $(3, -5, 8)$  को मिलाने वाली रेखाखण्ड YZ-तल द्वारा जिस अनुपात में विभक्त होता है, उसे ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

11. त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिंदु क्रमशः  $(2, 3, -8)$ ,  $(3, -5, 1)$  तथा  $(-1, -2, -3)$  हैं। इसके शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

12. विभाजन सूत्र का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि बिंदु  $(2, 3, 4)$ ,  $(-1, -2, 1)$  तथा  $(5, 8, 7)$  सररेख है।

 वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

13. विभाजन सूत्र का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि बिंदु  $(2,3,4), (-1,2,1)$  व  $\left(0, \frac{1}{3}, 2\right)$  सरिख हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

14. ज्ञात कीजिए कि बिंदुओं  $(3, 1, 4)$  तथा  $(4, 2, 5)$  को मिलाने वाले रेखाखण्ड को तल  $x + y - z = \frac{1}{5}$  को किस अनुपात में विभाजित करता है।

 वीडियो उत्तर देखें

15. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिंदुओं  $(2, 3, 1)$  और  $(-2, 1, -3)$  को मिलाने वाली रेखा, समतल  $x - 2y + 3z + 4 = 0$  द्वारा विभाजित होती है।

 वीडियो उत्तर देखें

16.  $P(4, 2, -6)$  और  $Q(10, -16, 6)$  के मिलाने वाली रेखाखण्ड PQ को सम-त्रिभाजित करने वाले बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

17.  $P(2, -3, 4)$  और  $Q(8, 0, 10)$  को मिलाने वाली रेखाखण्ड पर स्थित एक बिंदु  $R$  का  $x -$  निर्देशांक है । बिंदु  $R$  का  $x -$  निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 12 D

1.  $x -$  अक्ष पर स्थित किसी बिंदु के निर्देशांक है

A.  $(x, 0, y)$

B.  $(x, 0, 0)$

C.  $(0, 0, z)$

D.  $(0, x, z)$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

2. XY - तल में एक बिंदु में निर्देशांक होते हैं-

A.  $(0, y, z)$

B.  $(x, y, z)$

C.  $(x, y, 0)$

D.  $(x, 0, z)$

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

3. बिंदु  $(-3, -1, 6)$  स्थित है -



A. प्रथम अष्टांश में

B. द्वितीय अष्टांश में

C. चौथे अष्टांश में

D. तीसरे अष्टांश में

**Answer: D**

 वीडियो उत्तर देखें

4. बिंदुओं ( - 2, 3, 5) तथा (1, 2, 3) के बीच की दूरी है -

A.  $\sqrt{14}$  इकाई

B.  $\sqrt{7}$  इकाई

C.  $3\sqrt{5}$  इकाई

D. इनमे से कोई नहीं

**Answer: A**

 वीडियो उत्तर देखें

5. a का मान है यदि बिंदुओं  $(a, -8, 4)$  तथा  $(-4, 9, 6)$  के बीच की दूरी है -

A. 9, 2

B. 3, -2

C. 0, -1

D. 7, -1

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

6. बिंदु  $(0, 7, 10)$ ,  $(-1, 6, 6)$  तथा  $(3, -5, 4)$  शीर्ष है -

A. समकोण समद्विबाहु त्रिभुज

B. समकोण त्रिभुज

C. समबाहु त्रिभुज

D. समद्विबाहु त्रिभुज

**Answer: All incorrect**

 वीडियो उत्तर देखें

7. बिंदु (3, 4, 5) के छठवें अष्टांश के बिंदु है

A. ( - 3, - 4, 5)

B. ( - 3, 4, - 5)

C. (3, 4, - 5)

D. ( - 3, 4, 5)

**Answer: C::D**

 वीडियो उत्तर देखें

8. समांतर चतुर्भुज के तीन शीर्ष  $(3, 4, -1)$ ,  $(7, 10, -3)$  तथा  $(8, 1, 0)$  हैं। इसका चौथा शीर्ष है -

A.  $(-4, -5, -2)$

B.  $(-4, -5, -2)$

C.  $(4, -5, 2)$

D.  $(-4, 5, 2)$

**Answer: B::D**



वीडियो उत्तर देखें

9. बिंदुओं  $(2, -1, 3)$  तथा  $(4, 3, 1)$  को मिलाने वाली रेखा 4:3 के अनुपात में बाह्यतः विभाजित करने वाले बिंदु के निर्देशांक है -

A.  $(-10, 15, -5)$

B.  $(10, -15, 5)$

C.  $(-10, -15, 5)$

D. (10, 15, - 5)

**Answer: A**

 वीडियो उत्तर देखें

10. बिंदु (0, 4, 1), (2, 3, 1), (4, 5, 0) तथा (2, 6, 2) शीर्ष है -

- A. एक आयत के
- B. एक वर्ग के
- C. एक समांतर चतुर्भुज के
- D. एक सम चतुर्भुज के

**Answer: B**

 वीडियो उत्तर देखें

11. समांतर चतुर्भुज के तीन शीर्ष  $A(3, -1, 2)$ ,  $B(1, 2, -4)$  तथा  $C(-1, 1, 2)$  हैं। चौथे शीर्ष D के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

12. y - अक्ष पर उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिसकी बिंदु  $P(3, -2, 5)$  से  $5\sqrt{2}$  दूरी है।

 वीडियो उत्तर देखें

13. यदि बिंदु A और B क्रमशः  $(3, 4, 5)$  तथा  $(-1, 3, -7)$  हैं। चर बिंदु द्वारा P निर्मित समुच्चय से संबंधित समीकरण ज्ञात कीजिए, जहाँ  $PA^2 + PB^2 = k^2$ , जहाँ k अचर है।

 वीडियो उत्तर देखें