



## MATHS

BOOKS - DR HARSWAROOP SHARMA

MATHS (HINDI)

अवकलन के अनुप्रयोग

हल सहित उदाहरण

1. एक गतिमान बिंदु A का वेग  $v$ ,  $t$  सेकंड में  $v = 1 - 5t^2$  समीकरण से दिया जाता है। उस बिंदु का त्वरण किसी क्षण ज्ञात

करो



वीडियो उत्तर देखें

2. वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या  $r$  के सापेक्ष ज्ञात कीजिये अब  $r = 5$  सेमि है।



वीडियो उत्तर देखें

3. एक घन का आयतन  $9\text{cm}^3 / \text{sec}$  की दर से बढ़ रहा है। यदि इसके कोर की लंबाई  $10\text{cm}$  है तो इसके पृष्ठ का क्षेत्रफल किस दर के बढ़ रहा है।



वीडियो उत्तर देखें

4. किसी आयत की लम्बाई  $x$ , 3 सेमि/मि की दर से घट रही है और चौड़ाई  $y$ , 2 सेमि/मि की दर से बढ़ रही है। जब  $x = 10$  सेमि और  $y = 6$  सेमि है तब आयत के (a) परिमाण और (b) क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिये



वीडियो उत्तर देखें

5. किसी उत्पाद की  $x$  इकाइयों की विक्रय से प्राप्त कुल आय रूप में  $R(x) = 3x^2 + 36x + 5$  से प्रदत्त है। जब  $x = 5$  हो तो सीमांत आय ज्ञात कीजिए। जहाँ सीमांत आय (Marginal

revenue or MR ) से हमारा अभिप्राय किसी क्षण विक्रय की गई वस्तुओं के सापेक्ष सम्पूर्ण आय के परिवर्तन की दर से है।



वीडियो उत्तर देखें

6. एक कण सरल रेखा में इस प्रकार गतिशील है की  $t$  सेकंड पश्चत इसकी स्थिति  $x = 3t + \cos 3t$  द्वारा दी जाती है। दर्शाइए की इसका वेग तथा त्वरण दोनों एक साथ शून्य होते है।



वीडियो उत्तर देखें

7. एक स्थिर झील में पत्थर डाला जाता है और तरंगे वृत्तो में 4 सेमि/से गति से चलती है।जब वृताकार तरंग की त्रिज्या 10 सेमि

है तो उस क्षण, घिरा हुआ क्षेत्रफल कितनी तेजी से बढ़ रहा है?



वीडियो उत्तर देखें

8. किसी वास्तु की  $x$  इकाइयों के उत्पादन में कुल लागत  $c(x)$  रूप में

$c(x) = 0.05x^3 - 0.02x^2 + 30x + 5000$  से प्रदत्त

है। सीमांत लागत ज्ञात कीजिए जब 3 इकाई उत्पादित की जाती

है। जहाँ सीमांत लागत से हमारा अभिप्राय किसी स्तर पर

उत्पादन के सम्पूर्ण लागत में परिवर्तन की दर है।



वीडियो उत्तर देखें

9. दिखाइए की निम्नलिखित फलन वर्धमान (increasing) है:

$$(a) f(x) = 4x + 7$$

$$f(x) = x^2, x > 0.$$



वीडियो उत्तर देखें

10. दिखाइए की निम्न फलन ह्रासमान (decreasing) है:

$$(a) f(x) = 1 - 6x$$

$$(b) f(x) = x^2, x < 0.$$



वीडियो उत्तर देखें

11. सिद्ध कीजिए की  $f(x)=3x+4$ ,  $\mathbb{R}$  पर वर्धमान फलन है।



वीडियो उत्तर देखें

12. अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमे  $f(x) = x^2 - 4x + 6$  से प्रदत्त फलन  $f(a)$  निरंतर वर्धमान है (b ) निरंतर हासमान है।

A.  $(-\infty, 2]$

B.  $[2, \infty)$

C.  $(2, \infty)$

D.  $(-\infty, 2)$

**Answer: D**



**वीडियो उत्तर देखें**

**13.** वे अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें  $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f(a)$  निरंतर वर्धमान (b) निरंतर हासमान है।

- A.  $(-2, 3) \cap (3, \infty)$
- B.  $(-\infty, 2) \cap (3, \infty)$
- C.  $(-\infty, 2) \cup (3, \infty)$
- D.  $(-\infty, 2) \cup (-2, 3)$



**Answer: C**



**वीडियो उत्तर देखें**

**14.** अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमे प्रदत्त फलन

$$f(x) = \sin 3x, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

(a) वर्धमान है

(b) हासमान है।

A.  $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$

B.  $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$

C.  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

D. इनमे से कोई नहीं

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

15. ज्ञात कीजिए की  $x$  के मानों के लिए फलन  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$  वर्धमान है तथा किन मानों के लिए यह ह्रासमान है।



वीडियो उत्तर देखें

16. अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमे

$f(x) = \sin x + \cos x, 0 \leq x \leq 2\pi$  द्वारा प्रदत्त फलन

$f$ , निरंतर वर्धमान है।



वीडियो उत्तर देखें

17. सिद्ध कीजिए की प्रदत्त फलन  $f(x) = \cos x$

(a)  $(0, \pi)$  में निरंतर हासमान है।

(b)  $(\pi, 2\pi)$  में निरंतर वर्धमान है।

(c)  $(0, 2\pi)$  में न तो वर्धमान और न ही हासमान है।



वीडियो उत्तर देखें

18. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$  के बिंदु  $(2, 1)$  पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

19. बिंदु  $t$  पर वक्र  $x = a \cos^3 t, y = b \sin^3 t$  की स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

20. वक्र  $y = x + \frac{2}{x}$  के बिंदु  $(2, 3)$  पर स्पर्श रेखा का समीकरण निकालिये।



वीडियो उत्तर देखें

21. बिंदु  $(2, 2)$  पर  $x^2 + y^2 = 4$  की स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

22. दिय गए वक्र  $x = a \sin^3 t$ ,  $y = b \cos^3 t$  के एक बिंदु जहां  $t = \frac{\pi}{2}$  है, पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

23. वक्र  $3y^2 = x^3$  के बिंदु (3, 3) पर ढाल (slope) और वह कोण ज्ञात कीजिए जिस पर वक्र के बिंदु (3, 3) पर खींची गयी स्पर्श रेखा x अक्ष को कटती है।

 वीडियो उत्तर देखें

24. सिद्ध कीजिए की सरल रेखा  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$ , बिंदु (a, b) पर वक्र  $\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 2$  को स्पर्श करती है चाहे n का मान कुछ भी हो।

 वीडियो उत्तर देखें

25.  $x = 2$  पर वक्र  $y = x^2$  की स्पर्श रेखा कजी प्रवणता ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

26. वक्र  $\sqrt{4x - 3} - 1$  पर उन बिन्दुओ को ज्ञात कीजिए जिन पर स्पर्श रेखा की प्रवणता  $\frac{2}{3}$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

27. प्रवणता 2 वाली सभी रेखाओ का समीकरण ज्ञात कीजिए जो वक्र  $y + \frac{2}{x - 3} = 0$  को स्पर्श करती है।



वीडियो उत्तर देखें

28. सिद्ध कीजिए की रेखा  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  वक्र  $y = be^{-x/a}$  को उस बिंदु पर स्पर्श करती है। जहाँ वक्र  $y$  अक्ष पर काटता है।



वीडियो उत्तर देखें

29. वक्र  $yx^2 + x^2 - 5x + 6 = 0$  की स्पर्श रेखाओं के समीकरण उन बिन्दुओं पर ज्ञात कीजिए जहाँ वक्र  $-x$  अक्ष को काटता है।



वीडियो उत्तर देखें



30. वक्र  $y = \frac{x - 7}{(x - 2)(x - 3)}$  के उन बिंदुओं पर स्पर्श

रेखाएं ज्ञात कीजिए यह x-अक्ष को कटती है।



वीडियो उत्तर देखें

31. वक्र  $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$  पर वह बिंदु ज्ञात कीजिए

जिस पर खींची गई स्पर्श रेखा x अक्ष के समांतर है।



वीडियो उत्तर देखें

32. सिद्ध कीजिए की रेखा  $y = mx + \frac{a}{m}$ , परवलय  $y^2 = 4ax$  के बिंदु  $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right)$  की स्पर्शी है।



वीडियो उत्तर देखें

33. वक्र  $y = x^2 - x - 8$  पर वह बिंदु ज्ञात कीजिए जिस पर स्पर्श रेखा  $x$  अक्ष के समांतर है।



वीडियो उत्तर देखें

34. वक्र  $9x^2 + 16y^2 = 144$  के उन बिन्दुओं पर स्पर्श रेखा ज्ञात कीजिए जिन पर वे (i)  $x$ -अक्ष के समांतर है। (ii)  $y$  अक्ष के

समांतर है।



वीडियो उत्तर देखें

35. वृत्त  $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 5 = 0$  की उन स्पर्श रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखायें  $x + 2y - 3 = 0$  के समांतर हैं।



वीडियो उत्तर देखें

36. वक्र  $y = x^2 + 7x + 1$  पर वे बिंदु ज्ञात कीजिए जिन पर ढाल 0, 1 और 7 है।



वीडियो उत्तर देखें

37. वक्र  $y = x^2 + 3x + 4$  पर उन बिन्दुओ को ज्ञात कीजिए जिन पर खींची गई स्पर्श रेखा मूलबिंदु से होकर जाती है :



वीडियो उत्तर देखें

38. वक्र  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$  पर उन बिन्दुओ को ज्ञात कीजिए जिन पर स्पर्श रेखाएँ

(i) x अक्ष के समांतर हो।

(ii) y अक्ष के समांतर हो।



वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

39. यदि वक्र  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$  के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा OX और OY अक्षों को क्रमशः P और Q बिन्दुओं पर काटते हैं तो सिद्ध कीजिए कि  $OP + OQ = a$



वीडियो उत्तर देखें

40. वक्र  $\sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)} + \sqrt{\left(\frac{y}{b}\right)} = 1$  की किसी स्पर्श रेखा द्वारा अक्षों से कटे अन्तःखण्ड क्रमशः p तथा q हैं तब सिद्ध कीजिये कि-

$$\frac{p}{a} + \frac{q}{b} = 1$$



वीडियो उत्तर देखें



वीडियो उत्तर देखें

41. सिद्ध कीजिए कि वर्क  $y^2 = 4a \left\{ x + a \sin\left(\frac{x}{a}\right) \right\}$  के वें बिन्दु जिन पर खींची गई स्पर्शियाँ x-अक्ष के समानान्तर हैं, एक परवलय पर स्थित हैं।



वीडियो उत्तर देखें

42. वक्र  $y = \sin x$  पर मूलबिंदु से स्पर्श खींची जाती है। सिद्ध कीजिए की उनके स्पर्श बिंदु वक्र  $x^2 y^2 = x^2 - y^2$  पर स्थित है।



वीडियो उत्तर देखें

43. सिद्ध कीजिए की वक्र  $x^2 - y^2 = 16$  और  $xy = 15$  एक दूसरे की समकोण पर काटते हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

44. सिद्ध कीजिए की  $a_1x^2 + b_1y^2 = 1$  तथा  $a_2x^2 + b_2y^2 = 1$  एक कोण दूसरे को समकोण पर काटेंगे यदि

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{b_1} = \frac{1}{a_2} - \frac{1}{b_2}$$

 वीडियो उत्तर देखें

45. सिद्ध कीजिए की दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  तथा वृत्त  $x^2 + y^2 = 6$  के प्रतिछेद बिन्दुओं पर स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण  $\tan^{-1}(1\sqrt{6})$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

46. सिद्ध कीजिए की सरल रेखा  $bx + ay + 2ab$  वक्र  $\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{n}\right)^n = 2$  चिन्ह बिंदु  $(a, b)$  पर स्पर्श करती है।

 वीडियो उत्तर देखें



47. सिद्ध कीजिए की वक्र  $x^3 - 3xy^2 = a$  तथा  $3x^2y - y^3 = b$  एक-दूसरे को समकोण पर काटते हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

48. सिद्ध कीजिए की वक्र  $y = x^2$  और  $xy = k$  एक-दूसरे को समकोण पर प्रतिछेद करते हैं, यदि  $8k^2 = 1$

 वीडियो उत्तर देखें

49. वक्र  $y^2 = 4ax$  के बिंदु  $(at^2, 2at)$  पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

50. वक्र  $x = at^2$ ,  $y = 2at$  के बिंदु  $t$  पर अभिलम्ब का समीकरण लिखिय।



वीडियो उत्तर देखें

51. वक्र  $y = x^3 - 3x$  के बिंदु  $(2, 2)$  पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

52. वक्र  $x = t^2$ ,  $y = 2t + 1$  के बिंदु  $t$  पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

53. वक्र  $x = \cos \theta$ ,  $y = \sin \theta$  के बिंदु  $\theta$  पर अभिलम्ब ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

54. यदि वक्र  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  का अभिलम्ब  $x$  अक्ष से  $\theta$  कोण बनाये तो दिखाइए इसका समीकरण।

$$y \cos O\theta - \sin \theta = a \cos 2\theta \text{ है।}$$

 वीडियो उत्तर देखें

55. यदि मकोणीय अतिपरवलय  $xy = c^2$  के बिंदु  $t$  पर खींचा गया अभिलम्ब अतिपरवलय से फिर बिंदु  $t$  पर मिलता है तो सिद्ध कीजिए की  $t^3 t' = -1$

 वीडियो उत्तर देखें

56.  $\sqrt{25.2}$  का सनिकटन मान अवकलन का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

वाडियो उत्तर देखें

57.  $(0.009)^{1/3}$  का सन्निकटन मान अवकलन का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

58.  $\frac{\log_e x}{x}$  का उच्छिष्ट मान ज्ञात करो, जवकि  $0 < x < \infty$



वीडियो उत्तर देखें

59. सिद्ध कीजिए की  $x = \cos x$  के लिए  $\frac{x}{1 + x \tan x}$  उचिष्ट है।

 वीडियो उत्तर देखें

60. सिद्ध कीजिए की  $\left(\frac{1}{x}\right)^x$  का उचिष्ट मान  $(e)^{1/e}$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

61. दिखाईये की  $x = \frac{\pi}{3}$  पर फलन  $\sin x(1 + \cos x)$  उचिष्ट है। फलन का उचिष्ट मान भी ज्ञात करो।

 वीडियो उत्तर देखें

वाडियो उत्तर देखें

62.  $x^3 - 2x^2 + x + 6$  का उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

63. सिद्ध कीजिए की  $\sin x + \cos x$  का उच्चिष्ठ मान  $\sqrt{2}$  है

 वीडियो उत्तर देखें

64.  $x$  के निम्न मानों के लिए फलन

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 1 \text{ उच्चिष्ट अथवा निम्निष्ट है।}$$

सिद्ध कीजिए की  $x = 0$  पर यह फलन न उच्चिष्ट है और न निम्निष्ट।



वीडियो उत्तर देखें

65. फलन  $x + \sin 2x$ ,  $(0 < x < 2\pi)$  के उच्चिष्ट मान

ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें



66. अंतराल  $[1, 5]$  में  $f(x)$

$f(x) = 2x^2 - 15x^2 + 36x + 1$  द्वारा प्रदत्त फलन के

निरपेक्ष निम्नतम मानो को ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

67.  $f(x) = 12x^{4/3} - 6x^{1/3}$ ,  $x \in [-1, 1]$  द्वारा

प्रदत्त एक फलन  $f$  के निरपेक्ष उच्चतम और निरपेक्ष मान ज्ञात

कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

68. शत्रु का एक अपाचे हेलीकॉप्टर वक्र  $y = x^2 + 7$  के अनुदिश प्रदत्त पथ पर उड़ रहा है। बिंदु  $(3, 7)$  पर स्थित एक सैनिक अपनी स्थिति से न्यूनतम दूरी पर उस हेलीकॉप्टर को गोली मरना चाहता है। न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

69. फलन  $2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$ ,  $x$  के किन मानों पर उच्चिष्ठ या निमनष्ट है? फलन के उन मानों को भी ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

70. यदि  $x + y = a$  तो फलन  $xy^2$  का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए



वीडियो उत्तर देखें

71. 64 को ऐसे दो भागों में वभाजित कीजिए कि दोनों भागों के घनों का योग निम्नलिखित हो।



वीडियो उत्तर देखें

72. दो संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योगफल 6 है और जिनके घनों का योग निम्नलिखित है।



वीडियो उत्तर देखें

73. यदि  $x + y = 1$  तो फलन  $xy^2$  का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें

74. दो संख्याओं का योग निश्चित है। सिद्ध कीजिए की उनका गुणनफल अधिकतम होगा यदि प्रत्येक संख्या योग की आधी होगी



वीडियो उत्तर देखें

75. दर्शाइए कि एक निश्चित आयतन के शंक्वाकार डेरे को बनाने में से कम -से -कम कपड़ा लगेगा जब उसकी ऊंचाई और आधार की त्रिज्या का अनुपात  $\sqrt{2}: 1$  है



वीडियो उत्तर देखें

76. सिद्ध कीजिए की वृत्त के अंतर्गत महत्तम क्षेत्रफल वाला आयत एक वर्ग है।



वीडियो उत्तर देखें

77. दिखाइए की एक समकोण वृत्ताकार शंकु के अंतर्गत बने सबसे बड़े बेलन का आयतन  $\frac{4}{27}\pi h^3 \tan^2 a$  है जबकि शंकु की ऊंचाई  $h$  और अर्ध शीर्षकोण  $a$  है।



वीडियो उत्तर देखें

78. यदि  $x + y = 2$ , तो फलन  $xy^2$  का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

79. सिद्ध कीजिए की दी हुई तिर्यक ऊंचाई के उच्छिष्ट आयतन वाले शंकु का अर्धशीर्ष कोण  $\tan^{-1} \sqrt{2}$  है



वीडियो उत्तर देखें

80. यदि एक समकोण त्रिभुज के कर्ण और एक भुजा की लम्बाइयों का योग दिया हो, तो दर्शाइये कि त्रिभुज क्षेत्रफल महत्तम होगा यदि इन भुजाओं के बीच का कोण  $\pi / 3$  हो।



वीडियो उत्तर देखें

**81.** सिद्ध करो की किसी दिय हुए गोले के अंतर्गत उचिष्ट आयतन के शंकु की ऊंचाई का गोले की त्रिज्या से अनुपात 4 :3 है।



**वीडियो उत्तर देखें**

**82.** एक खुले बेलनाकार बर्तन के पृष्ठ का क्षेत्रफल 100 वर्ग सेमि है। इसका अधिकतम आयतन ज्ञात कीजिए।



**वीडियो उत्तर देखें**



**83.** सिद्ध कीजिए की दिए हुए सम्पूर्ण पृष्ठ और अधिकतम आयतन वाले बेलन की ऊंचाई आधार के व्यास के बराबर होती है।



**वीडियो उत्तर देखें**

**84.** सिद्ध कीजिये कि शंकु के अंतर्गत बने लंबवृत्तीय बेलन का वक्रपृष्ठ महत्तम होगा यदि बेलन कि त्रिज्या शंकु की त्रिज्या की आधी है ।



**वीडियो उत्तर देखें**

**85.** मान लीजिए बिंदु A और B पर क्रमशः AP तथा BQ दो ऊर्ध्वरधकर स्तम्भ हैं। यदि AP = 16 मि, BQ = 22 मि और AB = 20 मि हो तो AB पर एक ऐसा बिंदु R ज्ञात कीजिए ताकि  $RP^2 + RQ^2$  निम्नतम हो।



वीडियो उत्तर देखें

**86.** यदि एक समलंब चतुर्भुज के आधार के अतिरिक्त तीन भुजाओं की लांबायी 10 cm है तब समलंब चतुर्भुज का अधिकतम क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए

A.  $75\sqrt{3}$

B.  $75\sqrt{5}$

C.  $75\sqrt{7}$

D.  $75\sqrt{2}$

**Answer: A**



**वीडियो उत्तर देखें**

**87.** एक कार समय  $t = 0$  पर बिंदु P से चलना प्रारम्भ करके बिंदु

Q पर रुक जाती है। कार द्वारा  $t$  सेकंड में तय की दूरी  $x$  मीटर

में।  $x = t^2 \left( 2 - \frac{t}{3} \right)$  द्वारा प्रदत्त है। कार को Q

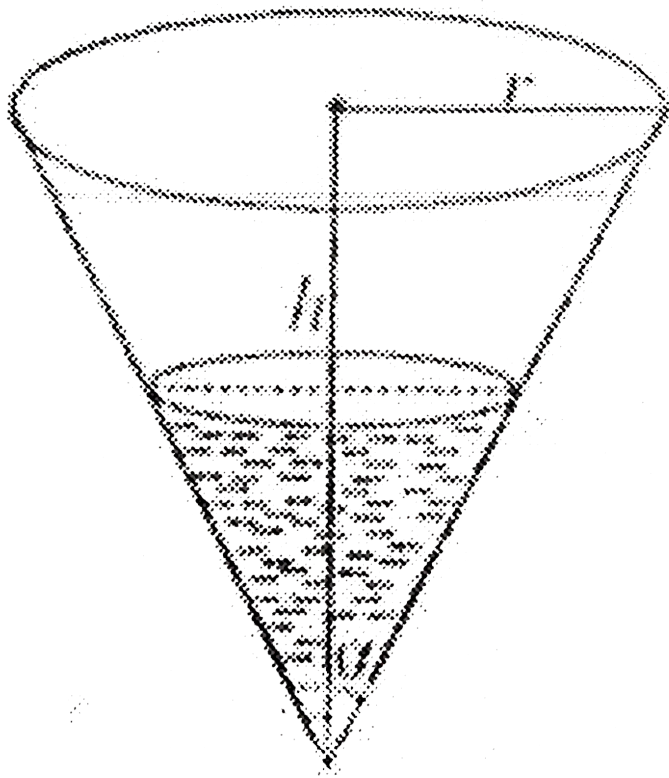
तक पहुंचने में लगा समय ज्ञात कीजिए और P तथा Q के बीच की दुरी भी ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

**88.** पानी की टंकी का आकार ,उध्वाधर अक्ष एक उलटे लम्ब वृतीय शंकु है जिसका शीर्ष निचे है। इसका अर्ध्दशीर्ष कोण  $\tan^{-1}(0.5)$  है। इसमें 5 घन मीटर प्रति मिनट की दर से पानी भरा जाता है। पानी के स्तर के बढ़ने की दर उस क्षण ज्ञात

कीजिए जब टंकी में पानी की ऊंचाई 4 मिनट है।



वीडियो उत्तर देखें

**89.** 2 मीटर ऊंचाई का आदमी 6 मीटर ऊँचे बिजली के खम्भे से दूर 5 किमी/घंटे की सामान चाल से चलता है। उसकी छाया की लम्बाई की वृद्धि दर ज्ञात कीजिए।



**वीडियो उत्तर देखें**

**90.** वक्र  $x^2 = 4y$  के किसी बिंदु पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु  $(1, 2)$  से होकर जाता है।



**वीडियो उत्तर देखें**

91. वक्र  $y = \cos(x + y)$ ,  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$  की स्पर्श रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा  $x + 2y = 0$  के समांतर है।

 वीडियो उत्तर देखें

92. उन अंतरालों को ज्ञात कीजिए जिनमें फलन

$$f(x) = \frac{3}{10}x^4 - \frac{4}{5}x^3 - 3x^2 + \frac{36}{5}x + 11$$

(a) निरंतर वर्धमान (b) निरंतर ह्रासमान है।

 वीडियो उत्तर देखें

93.

सिद्ध

कीजिए

की

$f(x) = \tan^{-1}(\sin x + \cos x)$ ,  $x > 0$  से प्रदत्त फलन

$f$ ,  $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$  में निरंतर वर्धमान फलन है।



वीडियो उत्तर देखें

94. 3 सेमि त्रिज्या की एक वृताकार डिस्क को गर्म किया जाता है। प्रसार के कारण इसकी त्रिज्या 0.105 सेमि/सेकंड की दर से बढ़ रही है। वह दर दर ज्ञात कीजिए जिससे इसका क्षेत्रफल बढ़ रहा है जब इसकी त्रिज्या 3.12 सेमि है।



वीडियो उत्तर देखें



95. एल्युमिनियम की 3 मीx 8 मी की आयातकार चादर के प्रत्येक कोने से समान वर्ग काटने पर बने एलुमिनियम के फलकों को मोड़कर ढक्कन रहित एक संदूक बनाना है। इस प्रकार बने संदूक का अधिकतम आयतन ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

96. एक निर्माता रु  $\left(5 - \frac{x}{100}\right)$  प्रति इकाई की दर से x इकाइयों बेच सकता है। x इकाइयों का उत्पाद मूल्य रु  $\left(\frac{x}{5} + 500\right)$  है। इकाइयों की वह संख्या ज्ञात कीजिए जो उसे अधिकतम लाभ अर्जित करने के लिए बेचनी चाहिए।

 वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 6 A

1. किसी क्षण  $t$  पर एक कण की स्थिति  $x = 4t^2 - 15t + 20$  मीटर से व्यक्त की गयी है। इससे शून्य समय पर कण की स्थिति, वेग और त्वरण ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

2. वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या  $r$  के सापेक्ष ज्ञात कीजिए जबकि

(a)  $r = 3\text{cm}$  है।

(b)  $r = 4\text{ cm}$  है।



वीडियो उत्तर देखें

3. एक घन का आयतन  $8c\frac{m^3}{s}$  की दर से बढ़ रहा है। पृष्ठ क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है जबकि इसके किनारे की लम्बाई  $12\text{ cm}$  है।



वीडियो उत्तर देखें

4. एक वृत्त की त्रिज्या समान रूप से  $3 \text{ cm /s}$  की दर से बढ़ रही है। ज्ञात कीजिए कि वृत्त का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है जब त्रिज्या  $10 \text{ cm}$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. एक परिवर्तनशील घन का किनारा  $3 \text{ cm /s}$  की दर से बढ़ रहा है। घन का आयतन किस दर से बढ़ रहा है जबकि किनारा  $10 \text{ cm}$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. एक स्थिर झील में एक पत्थर डाला जाता है और तरंगो वृन्तो में  $5 \text{ cm /s}$  की गति से चलती है। जब वृताकार तरंग की त्रिज्या  $8 \text{ cm}$  है तो उस क्षण घिरा हुआ क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है?



वीडियो उत्तर देखें

7. एक वृत्त की त्रिज्या  $0.7 \text{ cm / s}$  की दर से बढ़ रही है। इसकी परिधि की वृद्धि की दर क्या जब  $r = 4.9 \text{ cm}$  है।



वीडियो उत्तर देखें

8. एक घन के कोर में 4 cm /s की दर से वृद्धि होती है। यदि कोर की लम्बाई 8 cm हो तो घन के आयतन में किसी दर से वृद्धि होगी।

 वीडियो उत्तर देखें

9. यदि एक कण द्वारा  $t$  सेकंड में  $s$  मीटर दूरी तय की जाती है। तथा  $s = 5t^3 + 2t^2$ , तब 3 सेकंड के अंत में कण का वेग तथा त्वरण ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

10. वृत्त की त्रिज्या में 5 cm /s की दर से वृद्धि होती है। ज्ञात कीजिए कि वृत्त का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है जब त्रिज्या 12 cm है।



वीडियो उत्तर देखें

11. एक कण सूत्र  $s = 2t^3 - 9t^2 + 12t + 1$  द्वारा गतिमान है, जहाँ  $s$ ,  $t$  समय, में विस्थापन है, तो ज्ञात कीजिए

(i) एक सेकंड पश्चात वेग तथा त्वरण

(ii) वह समय जब कण रुक जाता है,

(iii) दो बार रुकने के स्थानों के बीच की दूरी।



वीडियो उत्तर देखें

12. एक आयत की लम्बाई  $x$ ,  $5\text{cm} / \text{min}$  की दर से घट रही है और चौड़ाई  $y$ ,  $4\text{cm} / \text{min}$  की दर बढ़ रही है। जब  $x = 8\text{ cm}$  और  $y = 6\text{cm}$  है तब आयत के (a) परिमाण (b) क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

13. एक गुब्बारे जो सदैव गोलाकार रहता है, पम्प द्वारा  $900\text{cm}^3$  गैस प्रति सेकंड भर कर फुलाया जाता है। गुब्बारे के त्रिज्या के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए जब त्रिज्या  $15\text{cm}$  है।



वीडियो उत्तर देखें



14. एक गुब्बारा जो सदैव गोलाकार रहता है, की त्रिज्या परिवर्तनशील है। त्रिज्या के सापेक्ष आयतन के परिवर्तन की दर से ज्ञात कीजिए जब त्रिज्या 10cm है।



वीडियो उत्तर देखें

15. एक 5cm लम्बी सीढ़ी दीवार के सहारे झुकी है। सीढ़ी का निचे का सिरा ,जमीन के अनुदिश दीवार से दूर 2cm /s की दर से खींचा जाता है। दीवार पर इसकी ऊंचाई किस दर से घट रही है। जबकि सीढ़ी के निचे का सिरा दीवार से 4cm दूर है।



वीडियो उत्तर देखें

16. एक कण वक्र  $6y = x^2 + 2$  के अनुपात गति कर रहा है।  
वक्र पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जबकि  $x$  -निर्देशांक की तुलना में  $y$  -निर्देशांक 8 गुना तीव्रता से बदल रहा है।



वीडियो उत्तर देखें

17. हवा के एक बुलबुले की त्रिज्या  $\frac{1}{2} \text{ cm} / \text{ s}$  दर से बढ़ रहा है।  
बुलबुले का आयतन किस दर से बढ़ रहा है। जबकि त्रिज्या 1 cm है?



वीडियो उत्तर देखें

18. एक स्थिर झील में एक पत्थर का टुकड़ा डाला जाता है। झील में पानी की लहरे  $8\text{cm/s}$  की दर से वृताकार पथ में गमन करती है। यदि वृत्त की त्रिज्या  $9\text{cm}$  हो, तो उसके परिबद्ध क्षेत्रफल में कितनी वृद्धि होगी?

 वीडियो उत्तर देखें

19. एक गुब्बारा, जो सदैव गोलाकार रहता है, का परिवर्तनशील व्यास  $\frac{2}{3}(2x + 1)$  है।  $x$  के सापेक्ष आयतन के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

20. एक आयत की लम्बाई  $x$  में  $2\text{cm}/\text{min}$  की दर से ह्रास होता है तथा चौड़ाई  $y$  में  $5\text{cm}/\text{min}$  की दर से वृद्धि होती है। जब  $x = 8\text{cm}$  और  $y = 5\text{cm}$  तब (a) परिधि तथा (b) क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात करें।



वीडियो उत्तर देखें

21. किसी उत्पाद की  $x$  इकाई के विक्रय से प्राप्त होने वाली कुल आय  $r(x) = 13x^3 + 26x + 5$  से प्रदत्त है। जब  $x = 7$  हो, तो सीमांत आय ज्ञात कीजिए। जहाँ सीमांत आय से हमारा तात्पर्य किसी क्षण विक्रय की गयी वस्तुओं के सापेक्ष सम्पूर्ण आय के परिवर्तन की दर से है।



वीडियो उत्तर देखें

22. एक पाइप से रेत  $12\text{cm}^3 / \text{s}$  की दर से गिर रही है। गिरती रेत जमीन पर एक ऐसा शंकु बनती है जिसकी ऊँचाई सदैव आधार की त्रिज्या का छठा भाग है। रेत से बने शंकु की ऊँचाई किस दर से बढ़ रही है। जबकि ऊँचाई  $4\text{cm}$  है?



वीडियो उत्तर देखें

23. एक वस्तु की  $x$  इकाइयों के उत्पादन से संबंध कुल लागत  $c$  ( $x$  ) (रूपये में )  $c$  ( $x$  ) =  $0.007x^3 - 0.003x^2 + 15x + 4000$  से प्रदत्त है। सीमांत

लागत ज्ञात कीजिए जबकि 17 इकाइयों का उत्पादन किया जाता है।



वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 6 B

1. दिखाइए की निम्नलिखित फलन  $R$  पर वर्धमान है।:

$$(i) f(x) = 3x + 1$$

$$(ii) f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 16$$

$$(iii) f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$$

$$(iv) f(x) = x + \cos x$$



वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए की  $\mathbb{R}$  पर  $f(x) = 3x + 17$  से प्रदत्त फलन निरंतर वर्धमान है।



वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए  $f(x) = \sin x$  से प्रदत्त फलन

(a)  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

(b)  $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

(c)  $(0, \pi)$  में न तो वर्धमान है और न ही ह्रासमान है।



वीडियो उत्तर देखें

4. दिखाइए की निम्नलिखित फलन R पर हासमान है-

$$(i) f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - x^2 - x + 7$$

$$(ii) f(x) = \log \sin x$$



वीडियो उत्तर देखें

5. अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमे  $f(x) = 2x^2 - 3x$  से प्रदत्त

फलन f

(i) निरंतर वर्धमान

(ii) निरनतर हासमान



वीडियो उत्तर देखें



6. सिद्ध कीजिए की फलन  $f(x) = x^2 - x + 1$ , अंतराल  $(0, 1)$  में न तो वर्धमान है और न ही हासमान है।



वीडियो उत्तर देखें

7. वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमे निम्नलिखित फलन वर्धमान या हासमान है:

$$(i) f(x) = x^3 - 3x$$

$$(ii) f(x) = 3x^2 - 4x$$

$$(iii) f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 72x + 10$$



वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिए की

$y = \log(1 + x) - \frac{2x}{2 + x}x > -1$ , अपने सम्पूर्ण प्रांत में एक वर्धमान फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

9.  $x$  के उन मानों को ज्ञात कीजिए जिनके लिए

$y = [x(x - 2)]^2$  एक वर्धमान फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

10. सिद्ध कीजिए कि  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  में

$$y = \frac{4 \sin \theta}{(2 + \cos \theta)} - \theta, \theta \text{ का एक वर्धमान अलग है}$$



वीडियो उत्तर देखें

11. सिद्ध कीजिए की लघुगणकीय फलन  $(0, \infty)$  में निरंतर वर्धमान फलन है।



वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिए की  $(-1, 1)$  में  $f(x) = x^2 - x + 1$  से प्रदत्त फलन न हो तो वर्धमान है और न ही ह्रासमान है।



वीडियो उत्तर देखें

13. निम्नलिखित में कौन से फलन  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  में निरंतर ह्रासमान है?

(A)  $\cos x$

(B)  $\cos 2x$

(C)  $\cos 3x$

(D)  $\tan x$



वीडियो उत्तर देखें

14. निम्नलिखित अंतरालों में से किस अंतराल में  $f(x) = x^{100} + \sin x - 1$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f$  निरंतर हासमान है?

(A)  $(0, 1)$

(B)  $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

(C)  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

(D) इनमें से कोई नहीं



वीडियो उत्तर देखें

15.  $x$  के किन मानों के लिए फलन

$$f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}, x \neq 0$$

वर्धमान या हासमान है।

 वीडियो उत्तर देखें

16. अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$  से प्रदत्त फलन  $f$  :

(a) निरंतर वर्धमान, (b) निरंतर ह्रासमान।

 वीडियो उत्तर देखें

17.  $x$  के वे मान ज्ञात कीजिए जिन पर फलन  $x^2 + 2x - 3$

वर्धमान या ह्रासमान है।

 वीडियो उत्तर देखें

18.  $a$  का वह न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए अंतराल  $(1, 2)$  में  $f(x) = x^2 = ax + 1$  से प्रदत्त फलन  $f$  निरंतर वर्धमान है।



वीडियो उत्तर देखें

19. मान लीजिए  $(-1, 1)$  से संयुक्त है अंतराल  $1$  हो तो सिद्ध कीजिये कि  $1$  में  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  से प्रदत्त फलन  $f$  निरंतर वर्धमान है।



वीडियो उत्तर देखें

20. सिद्ध कीजिए कि फलन  $f(x) = \log \sin x$ ,  $(0, \frac{\pi}{2})$  निरंतर वर्धमान और  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$  में निरंतर ह्रासमान है।

 वीडियो उत्तर देखें

21. दिखाइए कि फलन  $f(x) = e^{2x}$ ,  $R$  निरंतर वर्धमान है।

 वीडियो उत्तर देखें

22. सिद्ध कीजिये कि  $R$  में दिया गया फलन

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 100$  वर्धमान है।

 वीडियो उत्तर देखें



23. सिद्ध कीजिये कि फलन  $f(x) = \log. \cos. x$ ,  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  निरंतर वर्धमान और  $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$  निरंतर ह्रासमान है।



वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 6 B

1. अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें निम्नलिखित फलन  $f$  निरंतर वर्धमान या ह्रासमान है:

(a)  $f(x) = x^2 + 2x + 5$

(b)  $f(x) = 10 - 6x - 2x^2$

$$(c) f(x) = -2x^3 - 9x^2 - 12x + 1$$

$$(d) f(x) = 6 - 9x - x^2$$

$$(e) f(x) = (x + 1)^3(x - 3)^3$$



वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 6 C

1. निम्नलिखित वक्रों के सम्मुख दिए बिंदुओं पर उन वक्रों की स्पर्श

रेखाओं की प्रवणता (ढाल) ज्ञात कीजिए-

(a) वक्र  $y = x^2 - 2x + 5$  के बिंदु  $(5, 4)$  पर

(b) वक्र  $y^2 = 6x$  के बिंदु  $(2, 3)$  पर

(c) वक्र  $y = 3x^4 - 4x$  के बिंदु  $x = 4$  पर

(d) वक्र  $x^2 + y^2 = 13$  के बिंदु  $(2, 3)$  पर।

(e) वक्र  $y = \frac{x-1}{x-2}x \neq 2$  के बिंदु  $x=10$  पर।



वीडियो उत्तर देखें

2. निम्लिखित वक्रों के सम्मुख दिए उन बिन्दुओं पर उन वक्रों  
स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए-

(a) वक्र  $y^2 - 7x - 8y + 4 = 0$  के बिन्दुओं  $(2, 0)$  पर

(b) वक्र  $y = x^2 - 4x - 5$  के बिंदु  $x = -2$  पर

(c)  $y = e^x$  के बिंदु  $(0, 1)$  पर

(d) वक्र  $6y = 9 - 3x^2$  के बिंदु  $(1, 1)$  पर



वीडियो उत्तर देखें

3. निम्नलिखित वक्रों के प्रतिछेद कोण ज्ञात कीजिए-

(a)  $y^2 = x$  और  $x^2 = y$

(b)  $x^2 + y^2 = \sqrt{2}a^2$  और  $x^2 - y^2 = a^2$

(c)  $2y^2 = x^3$  और  $y^2 = 32x$

(d)  $y = x^2$  और  $y = x^3$



वीडियो उत्तर देखें

4. वक्र  $y = x^2 + 7x + 3$  के किस बिंदु पर स्पर्श रेखा की ढाल 7 होगी?



वीडियो उत्तर देखें

5. प्रतिबंध ज्ञात कीजिए की वक्र  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  और

$\frac{x^2}{a'^2} + \frac{y^2}{b'^2} = 1$  एक दूसरे को समकोण पर काटते हैं।



वीडियो उत्तर देखें

6. वक्र  $y = x^3 - x + 1$  की स्पर्श की प्रवणता उस बिंदु पर ज्ञात कीजिए जिसका  $x$  निर्देशांक 2 है।



वीडियो उत्तर देखें

7. वक्र  $y = x^3 - 3x + 2$  की स्पर्श रेखा की प्रवणता उस बिंदु पर ज्ञात कीजिए जिसका  $x$  निर्देशांक 3 है।



वीडियो उत्तर देखें

8. वक्र  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$  पर उन बिन्दुओ को ज्ञात कीजिए जिन स्पर्श रेखाएँ  $x$  अक्ष के समांतर है।



वीडियो उत्तर देखें

9. वक्र  $y = (x - 2)^2$  पर एक बिंदु ज्ञात कीजिए जिस पर स्पर्श रेखा, बिन्दुओ  $(2, 0)$  और  $(4, 4)$  को मिलाने वाली रेखा के समांतर है।



वीडियो उत्तर देखें

10. निम्न वक्रों में प्रत्येक पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जिन पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ x अक्ष पर लम्ब है:

(a)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

(b)  $y^2 = x^2(1 - x)$



वीडियो उत्तर देखें

11. वक्र  $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + y = 0$  के बिंदु (2, 2) पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए



वीडियो उत्तर देखें

12. वक्र  $y = x^3 - 11x + 5$  पर उस बिन्दुओ को ज्ञात कीजिए जिस पर स्पर्श रेखा  $y = x - 11$  है।



वीडियो उत्तर देखें

13. प्रवणता -1 वाली सभी रेखाओ का समीकरण ज्ञात कीजिए जो एक  $y = \frac{1}{x - 1}, x \neq -1$  को स्पर्श करती है।



वीडियो उत्तर देखें

14. प्रवणता 2 वाली सभी रेखाओ का समीकरण ज्ञात कीजिए जो वक्र  $y = \frac{1}{x - 3}, x \neq 3$  को स्पर्श करती है।





वीडियो उत्तर देखें

15. प्रवणता 0 वाली सभी रेखाओ का समीकरण ज्ञात कीजिए

जो वक्र  $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}$  को स्पर्श करती है।



वीडियो उत्तर देखें

16. सिद्ध कीजिए की वक्र  $x^2 + y^2 = 1$  और

$y^2 = 4(x - 1)$  एक-दूसरे को स्पर्श करते हैं।



वीडियो उत्तर देखें

17. वक्र  $x = a(2 \cos t - \cos 2t)$  तथा  $y = a(2 \sin t - \sin 2t)$  के 't' बिंदु पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

18. वक्र  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$  पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जिन स्पर्श रेखाएं (i) x - अक्ष के समान्तर हैं, (ii) y अक्ष के समांतर हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

## 19. सिद्ध कीजिए की वक्र

$$\frac{x^2}{a^2 + k_1} + \frac{y^2}{b^2 + k_1} = 1$$

तथा

$$\frac{x^2}{a^2 + k_2} + \frac{y^2}{b^2 + k_2} = 1$$

एक-दूसरे को समकोण पर काटते हैं।



वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 6 D

1. निम्न वक्रों के निर्दिष्ट बिन्दुओं पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए-

(a) वक्र  $3x^2 - 4y = 12$ , बिंदु 4, 3 पर

(b) वक्र  $y^3 + x = 4$ , बिंदु  $(3, 1)$  पर

(c) वक्र  $y^2 = 9x$ , बिंदु  $(4, 6)$  पर

(d) वक्र  $y^2 = x^3$ , बिंदु  $(4, 8)$  पर

(e) वक्र  $y = e^x$  बिंदु  $(0, 1)$  पर

(f) वक्र  $x^2 + y^2 = 9$  बिंदु  $\left(\frac{3}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{2}}\right)$  पर

(g) वक्र  $y = x^3$ , बिंदु  $(1, 1)$  पर।

(h) वक्र  $(y - 3)(y - 6) = x^2$ , बिंदु  $(2, 7)$  पर।

(i) वक्र  $2y = 3 - x^2$ , बिंदु  $(1, 1)$  पर।



वीडियो उत्तर देखें

2. वक्र  $4x^2 + 5y = 2$  के उस बिंदु पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए जहाँ  $x = \frac{1}{2}$



वीडियो उत्तर देखें

3. वक्र  $x = a \cos^3 \theta, y = a \sin^3 \theta$  के  $\theta = \frac{\pi}{4}$  पर

अभिलम्ब की प्रवणता ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

4. वक्र  $x = 1 - a \sin \theta, y = b \cos^2 \theta$  के  $\theta = \frac{\pi}{2}$  पर

अभिलम्ब की प्रवणता ज्ञात कीजिए



वीडियो उत्तर देखें

5. वक्र  $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$  के बिंदु  $(1, 1)$  पर स्पर्श रेखा तथा अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिये।



वीडियो उत्तर देखें

6. वक्र  $y = x^3 + 3x - 4x - 12$  के वे बिंदु ज्ञात कीजिए जहां पर अभिलम्ब का झुकाव  $\frac{1}{7}$  है। अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

7. वक्र  $y = \frac{x}{1 - x^2}$  का उस बिंदु पर अभिलम्ब ज्ञात कीजिए जहाँ स्पर्श रेखा x अक्ष के साथ  $\frac{\pi}{4}$  का कोण बनाते हैं।



वीडियो उत्तर देखें

8. परवलय  $y^2 = 4ax$  के बिंदु  $(at^2, 2at)$  पर स्पर्श रेखा और अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

9. अतिपरवलय  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  के बिंदु  $(x_0, y_0)$  पर स्पर्श रेखा तथा अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

10. वक्र  $y(x - 2)(x - 3) - x + 7 = 0$  के साथ उस बिंदु पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए जहां यह  $x$  अक्ष को काटती है।



वीडियो उत्तर देखें

11. वक्र  $ay^2 = x^3$  के बिंदु  $(am^2, am^3)$  पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए और  $m$ , का मान भी बताइय जिसके लिए अभिलम्ब बिंदु  $(a, 0)$  से होकर जाता है।



वीडियो उत्तर देखें



12. निम्न वक्रों के बिंदु 'theta' पर अभिलम्ब ज्ञात कीजिए-

(i)  $x = a \cos^3 \theta, y = b \sin^3 \theta,$

(ii)  $x = a \cos \theta, y = b \sin \theta$



वीडियो उत्तर देखें

13. वक्र  $xy = 12$  का बिंदु  $\left(3t, \frac{4}{t}\right)$  पर खींचा गया

अभिलम्ब जिसका प्राचल बिंदु  $t_1$  है काटता है तो सिद्ध कीजिए

$$t_1 = -\frac{16}{9t^3}$$



वीडियो उत्तर देखें

1. निम्नलिखित वक्रों पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ स्पर्श रेखा  $y$  अक्ष के समांतर है-

(a)  $x^2 - y^2 = a^2$ ,

(b)  $2x^2 + 3y^2 = 18$ ,

(c)  $y^2 = 4ax$ .



वीडियो उत्तर देखें

2. अतिपरवलय  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 3$  के बिंदु  $(6, 4)$  पर

अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें

3. वक्र  $ty = \cos x$  के बिंदु  $x = \frac{\pi}{4}$  पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

4. परवलय  $x^2 = y - 3x$  के उस अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिय जो x अक्ष से  $45^\circ$  का कोण बनाते है।



वीडियो उत्तर देखें

5. वक्र  $x = t^2$ ,  $y = 2t + 1$  के बिंदु  $t$  पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए जबकि  $t = 1$



वीडियो उत्तर देखें

6. वक्र  $y = x^2 - 2x + 7$  की स्पर्श का समीकरण ज्ञात कीजिए जो

(a) रेखा  $2x - y + 9 = 0$  के समांतर है।

(b) रेखा  $5y - 15x = 13$  का लम्ब है।



वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिए की वक्र  $y = 7x^3 + 11$  के उन बिन्दुओ पर स्पर्श रेखाएं सामन्त है जहाँ  $x = 2$  तथा  $x = -2$  है।



वीडियो उत्तर देखें

8. वक्र  $y = x^3$  पर उन बिन्दुओ को ज्ञात कीजिए जिन स्पर्श रेखा की प्रवणता बिंदु के  $y$  निर्देशांक के बराबर है।



वीडियो उत्तर देखें

9. वक्र  $y = 4x^3 - 2x^5$ , पर उन बिन्दुओ को ज्ञात कीजिए जिन पर स्पर्श रेखायें मूल बिंदु से होकर जाती है।



वीडियो उत्तर देखें

10. वक्र  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$  के उन बिन्दुओ स्पर्श रेखायो का समीकरण ज्ञात कीजिए जहां पर वे x अक्ष के समांतर है।



वीडियो उत्तर देखें

11. दिखाओ की वक्र  $\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 2$  को बिंदु  $(a, b)$  पर सरल रेखा  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$  स्पर्श करती है चाहे  $n$  का मान कुछ भी हो।



वीडियो उत्तर देखें

12.  $y = x^3 - 3x$  पर उन बिन्दुओ को ज्ञात कीजिए जिन पर स्पर्श रेखायें सरल रेखा  $9x - y + 7 = 0$  के समांतर हैं। इन बिन्दुओ पर अभिलम्ब के समीकरण भी ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

13. यदि वक्र  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$  किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा OX और OY अक्षों को क्रमशः P और Q पर काटे, तो सिद्ध कीजिए की  $OP + OQ = a$  जहाँ O मूल बिंदु है।

 वीडियो उत्तर देखें

14. वक्र  $9y^2 - 4x^2 = 36$  की उस स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो सीधी रेखा  $8x - 15y = 1$  के समांतर है।



वीडियो उत्तर देखें

15. वक्र  $y = x^3 + 2x + 6$  के उन अभिलम्बो के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा  $x + 14y + 4 = 0$  के समांतर है।



वीडियो उत्तर देखें

16. वक्र  $y = \sqrt{3x - 2}$  के उन स्पर्श रेखाओ के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा  $4x - 2y + 5 = 0$  के समांतर है।





वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 6 F

1. अवकलन का प्रयोग करके निम्नलिखित में से प्रत्येक का सन्निकटन मान दशमलव के तीन स्थानों तक ज्ञात कीजिए

(i)  $\sqrt{401}$

(ii)  $\sqrt{37}$

(iii)  $\sqrt{15}$

(iv)  $\sqrt{366}$

(v)  $\sqrt{49.5}$

(vi)  $(25)^{1/3}$



वीडियो उत्तर देखें

2. एक गोले की त्रिज्या 7 m मापी जाती है जिसमें  $0.03\text{cm}$  की त्रुटि है। इसके आयतन के परिकलन में सन्निकट त्रुटि ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

3. एक गोले की त्रिज्या 9 cm मापी जाती है जिसमें  $0.03\text{cm}$  की त्रुटि है। इसके पृष्ठीय क्षेत्रफल के परिकलन में सन्निकट त्रुटि कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

4. एक वृत्त की त्रिज्या 15 cm है इसमें 3 % की वृद्धि होती है, अवकलन का प्रयोग कर क्षेत्रफल में सन्निकट वृद्धि ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

5.  $f(3.02)$  का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए जहाँ

$$f(x) = 3x^2 + 5x + 3$$

 वीडियो उत्तर देखें

6.  $x$  मीटर भुजा वाले घन की भुजा में 2 % की वृद्धि के कारण से घन के आयतन में सन्निकट परिवर्तन ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

7.  $f(2 \cdot 01)$  सन्निकट मान ज्ञात कीजिए जहाँ  
 $f(x) = 4x^2 + 5x + 2$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

8.  $f(5 \cdot 001)$  का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए जहाँ  
 $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15$  है।



वीडियो उत्तर देखें

9.  $x$  मीटर भुजा वाले घन की भुजा में 1 % वृद्धि के कारण घन के आयतन में होने वाला सन्निकट परिवर्तन ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

10.  $x$  मीटर भुजा वाले घन की भुजा में 1 % हास के कारण घन के पृष्ठ क्षेत्रफल में होने वाले सन्निकट परिवर्तन ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

1. निम्नलिखित फलनों का उच्चिष्ट और निम्निष्ट मान ज्ञात कीजिए:

(i)  $ax + \frac{b}{x}$

(ii)  $(x + 1)(x - 2)^2$

(iii)  $\frac{1}{x^2 + 2}$

(iv)  $x^3 - 6x^2 + 9x + 15$

(v)  $2 - 3x + x^2$

(vi)  $x\sqrt{1-x}, 0 < x < 1$

(vii)  $\sin x + \cos 2x$

(viii)  $3x^4 - 10x^3 + 6x^2 + 5$



वीडियो उत्तर देखें

2.  $x$  के मानो के लिए निम्नलिखित फलन उच्चिष्ट या निम्निष्ट है?

(i)  $f(x) = x^2$

(ii)  $g(x) = x^3 - 3x$

(iii)  $h(x) = \sin x + \cos x, 0 < x < \frac{\pi}{2}$

$f(x) = \sin x - \cos x, 0 < x < 2\pi$

(v)  $g(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}, x > 0$

(vi)  $x^3 - 3x + 4$



वीडियो उत्तर देखें

3. निम्न फलन  $x$  के किन मानो पर उच्चिष्ट या निम्नष्ट है? फलन

के मानो को भी ज्ञात कीजिए:

(i)  $3x^2 - x + 3$  ltrgt (ii)  $2x^3 - 15x^2 + 36x + 6$

(iii)  $3x^4 - 10x^3 + 6x^2 + 5$

(iv)  $x(5 - x)$



वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए की निम्नलिखित फलनों का उच्चतम या न्यूनतम मान नहीं है:

(i)  $f(x) = e^x$

(ii)  $g(x) = \log x$

(iii)  $h(x) = x^3 + x^2 + x + 1$



वीडियो उत्तर देखें



5. (a ) सिद्ध कीजिए की फलन  $x^3 - 3x^2 + 6x + 7$  का कोई उच्चिष्ट या निम्निष्ट मान नहीं है।

(b ) सिद्ध कीजिए की फलन  $x^3 - 3x^2 + 3x + 7$  का मान बिंदु  $x = 1$  पर न तो उच्चिष्ट और न निम्निष्ट है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. यदि फलन  $xy(y - x) = 2a^3$  तो सिद्ध कीजिए की  $y$  का मान निम्निष्ट है जब  $x = a$  हो।

 वीडियो उत्तर देखें

7. (a ) यदि लाभ फलन  $P(x) = 41 - 72x - 18x^2$  से

प्रदत्त है तो किसी कंपनी द्वारा अर्जित उच्चतम लाभ ज्ञात कीजिए

(b ) अंतराल  $[0, 3]$  पर

$3x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 48x + 25$  के उच्चतम और निम्नतम

मान ज्ञात कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें

8. (a ) दिखाइए की  $x = \frac{1}{e}$  के लिए फलन  $x^x$  निम्नलिखित है।

(b ) दिखाइए की  $x = -\frac{2}{3}$  पर

$9x^5 + 30x^4 + 35x^3 + 15x^2 + 1$  उच्चिष्ठ है और  $x = 0$

पर निम्नलिखित है।



वीडियो उत्तर देखें

9. प्रदत्त अंतरालों में निम्नलिखित फलनों के निरपेक्ष उच्चतम और निरपेक्ष मान ज्ञात कीजिए:

(i)  $f(x) = x^3, x \in [-2, 2]$

(ii)  $f(x) = \sin x + \cos x, x \in [0, \pi]$

(iii)  $f(x) = 4x - \frac{1}{2}x^2, x \in \left[-2\frac{9}{2}\right]$

(iv)  $f(x) = (x - 1)^2 + 3, x \in [-3, 1]$



वीडियो उत्तर देखें

10. दिखाइए की  $\frac{1 - x + x^2}{1 + x - x^2}$ ,  $x = \frac{1}{2}$  पर निम्निष्ट है तथा इसका कोई उच्चिष्ट मान नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

11. दिखाइए की  $x = e$  पर फलन  $x^{1/x}$  का मान निम्निष्ट है।



वीडियो उत्तर देखें

12. तरंगदैर्घ्य  $\lambda$  के तरंग वेग पानी में  $\sqrt{\frac{\lambda}{a} + \frac{a}{\lambda}}$  के पानी के समानुपाती है, जहाँ  $a$  कोई अचर मान है। सिद्ध कीजिए की  $\lambda = a$  पर तरंग वेग का मान निम्निष्ट होगा।



वीडियो उत्तर देखें

13.  $x = 1$  पर फलन  $x^3 + ax^2 + bx + c$  का मान उच्चिष्ठ है तथा  $x = 3$  पर निमनष्ट है। अचर  $a, b$  तथा  $c$  का मान ज्ञात कीजिए



वीडियो उत्तर देखें

14. अंतराल  $[1, 3]$  में  $2x^3 - 24x + 107$  का महत्तम मान ज्ञात कीजिए। इसी फलन का अंतराल  $[-3, -1]$  में भी महत्तम मान ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

15. यदि दिया है की अंतराल  $[0, 2]$  में  $x = 1$  पर फलन  $x^4 - 62x^2 + ax + 9$  उच्चतम का मान प्राप्त करता है, तो  $a$  का मान ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 6 H

1. दो धनात्मक संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 15 है और जिनके वर्गों का योग निम्नलिखित है।



वीडियो उत्तर देखें

2. दो धनात्मक संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका गुणनफल 64 है और तथा योग न्यूनतम है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. ऐसी दो संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 24 और जिनका गुणनफल उच्चतम है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. 12 के ऐसे दो भागों में बाँटिये के एक भाग के वर्ग और दूसरे भाग की चार घात के गुणनफल उचिष्ट हो।



वीडियो उत्तर देखें

5. एक आयत का परिमाण 100 सेमि है। अधिकतम क्षेत्रफल के लिए आयत की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

6. एक आयत की दो भुजाएँ  $2x$  मात्रक और  $(15 - 2x)$  मात्रक है।  $x$  के किस मान के लिए आयत का क्षेत्रफल महत्तम होगा।





वीडियो उत्तर देखें

7. ऐसी दो धन संख्याएं  $x$  और  $y$  ज्ञात कीजिये ताकि  $x + y = 60$  और  $xy^3$  उच्चतम हो |



वीडियो उत्तर देखें

8. ऐसी दो धन संख्याएँ  $x$  और  $y$  ज्ञात कीजिए जिनका योग 35 हो और गुणनफल  $x^2y^5$  उच्चतम हो।



वीडियो उत्तर देखें

9. ऐसी दो धन संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 16 और जिनका धनो का योग निम्नतम हो।



वीडियो उत्तर देखें

10. सिद्ध कीजिए की एक  $R$  त्रिज्या गोले के अंतर्गत उच्चतम आयतन के बेलन की ऊंचाई  $\frac{2R}{\sqrt{3}}$  है। अधिकतम आयतन भी ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

11. एक लंबवृत्तिय शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ दिया हुआ है। सिद्ध कीजिए की जब शंकु का आयतन महत्तम होगा, उसका अर्ध शीर्ष कोण  $\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$  होगा।



वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिए की किसी वृत्त में अधिकतम क्षेत्रफल वाला अन्तःत्रिभुज समबाहु होता है।



वीडियो उत्तर देखें

13. सिद्ध कीजिए की दिए हुए सम्पूर्ण पृष्ठ और महत्तम आयतन के लंबवृत्तिय की ऊंचाई उसके आधार के व्यास के बराबर है।



वीडियो उत्तर देखें

14. सिद्ध कीजिए की समबाहु त्रिभुज की न्यूनतम परिमाप जिसके अंतर्गत  $r$  की त्रिज्या का वृत्त बना है,  $6r\sqrt{3}$  है।



वीडियो उत्तर देखें

15. 18 सेमि भुजा के टिन के किसी वर्गाकार टुकड़े से प्रत्येक कोने पर एक वर्ग काटकर तथा इस प्रकार बने टिन के फलकों

को मोड़कर ढक्कन रहित एक संदूक बनाना है। काटे जाने वाले वर्ग की भुजा कितनी होगी जिससे संदूक का आयतन उच्चतम हो।



वीडियो उत्तर देखें

16. सिद्ध कीजिए की एक वृत्त दिय वृत्त के अंतर्गत सभी आयतों में वर्ग का क्षेत्रफल उच्चतम होता है।



वीडियो उत्तर देखें

17. 100 घन सेमि आयतन वाले डिब्बे सभी बंद बेलनाकार (लम्ब वृतीय) डिब्बों में से न्यूनतम पृष्ठ क्षेत्रफल वाले डिब्बे की

विमाएँ ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

18. सिद्ध कीजिए की R त्रिज्या के गोले के अंतर्गत विशालतम शंकु का आयतन, गोले के आयतन का  $\frac{8}{27}$  होता है।

 वीडियो उत्तर देखें

19. t समय में किसी कण की सरल रेखीय गति का समीकरण

$$S = \frac{1}{4}t^4 - 2t^3 + 4t^2 - 7 \text{ है। बताइय कब वेग महत्तम}$$

होगा तथा कब इसका त्वरण निम्नष्ट होगा?

 वीडियो उत्तर देखें

वीडियो उत्तर देखें

20. सिद्ध कीजिए की  $x = \frac{\pi}{2}$  फलन  $y = \sin x$  पर महत्तम है।  
क्या फलन  $y = \left[ x - \frac{\pi}{2} \right]^5$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$  पर उचिष्ट या निम्निष्ट है?



वीडियो उत्तर देखें

21. 100 ऐसे दो भाग कीजिए की एक भाग के दुने और दूसरे भाग के वर्ग का योगफल निम्निष्ट है।



वीडियो उत्तर देखें

22. 28 सेमि लम्बे एक तार के दो टुकड़े करके एक को वर्ग तथा दूसरे को वृत्त के रूप में मोड़ा जाता है। दोनों टुकड़े की लम्बाई ज्ञात कीजिए यदि उनसे बनी आकृतियों का संव्युत क्षेत्रफल न्यूनतम हो।



वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 6।

1. निम्नलिखित फलनों के उचिष्ट अथवा निम्निष्ट मान ज्ञात कीजिए:

$$3 \sin \theta + 4 \cos \theta.$$



वीडियो उत्तर देखें



2. निम्नलिखित फलनों के उचित अथवा निम्नलिखित मान ज्ञात कीजिए:

$$\tan x + \cot x.$$



वीडियो उत्तर देखें

3. अवकलज का प्रयोग करके निम्नलिखित में से प्रत्येक का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए:

$$(a) \left( \frac{17}{81} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$(b) (33)^{\frac{1}{5}}$$



वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए की  $f(x) = \frac{\log x}{x}$  द्वारा प्रदत्त फलन  $x = e$

पर उच्चतम है।



वीडियो उत्तर देखें

5. किसी निश्चित आधार  $b$  के एक समद्विबाहु त्रिभुज की समान भुजाएं  $3 \text{ cm /s}$  के दर से घट रही है। उस समय जब त्रिभुज की समान भुजाएं आधार के बराबर है, उसका क्षेत्रफल कितनी तेजी से घट रहा है।



वीडियो उत्तर देखें

6. यदि  $x + y = 10$  तो फलन  $xy^2$  का उच्च मान ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

7.  $x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x$  के उच्च और निम्न मानों के लिए  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

8. वक्र  $x^2 = 4y$  के बिंदु  $(1, 2)$  पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

9. सिद्ध कीजिए की वक्र

$$x = a \cos \theta + a\theta \sin \theta, y = a \sin \theta - a\theta \cos \theta$$

के किसी बिंदु  $\theta$  पर अभिलम्ब मूल बिंदु से अचर दूरी पर है।

 वीडियो उत्तर देखें

10. अंतराल ज्ञात कीजिए जिन पर

$$f(x) = \frac{4 \sin x - 2x - x \cos x}{2 + \cos x}$$

से प्रदत्त फलन  $f$  (i) वर्धमान (ii) हासमान है।

 वीडियो उत्तर देखें

11. एक खुला आयताकार डिब्बा जिसका आधार वर्ग और पार्श्व फलक (sideface ) उर्ध्वाधर है, का आयतन 256 घन सेमी है। यदि उसके बनाने में कम से कम चादर लगानी है तो उसकी विमाएँ बताइये।

 वीडियो उत्तर देखें

12. किसी समलम्ब चतुर्भुज की तीन भुजायें आपस में बराबर है। यदि इनमें से प्रत्येक 6 सेमि की हो तो समलम्ब चतुर्भुज के क्षेत्रफल का उचित मान ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

13. अंतराल ज्ञात कीजिए जिन पर

$$f(x) = x^3 + \frac{1}{x^3}, x \neq 0 \text{ से प्रदत्त फलन (i) }$$

वर्धमान (ii) हासमान है।



वीडियो उत्तर देखें

14. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  के अंतर्गत उस समद्विबाहु

त्रिभुज का महत्तम क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष दीर्घ अक्ष

का एक सिरा है।



वीडियो उत्तर देखें

15. आयताकार आधार व आयताकार दीवारों की 2m गहरी और  $8m^3$  आयतन की एक बिना ढक्कन की टंकी का निर्माण करना है। यदि टंकी के निर्माण में आधार के लिए  $Rs70/m^2$  और दीवारों पर  $Rs45/m^2$  व्यय आता है तो निम्नतम खर्च से बनी टंकी की लागत क्या है।



वीडियो उत्तर देखें

16. 45 सेमि लम्बी और 24 सेमि चौड़ी आयताकार लोहे की एक चादर के चारो कोनों से समान भुजा का एक वर्ग काटकर निकालने के पश्चात् किनारो को मोड़कर ऊपर खुली हुई एक ढक्कन सहित संदूक बनाई जाती है। वर्गों की भुजा की माप

ज्ञात कीजिए जिसके काटने पर बने संदूक का महत्तम आयतन होगा।



वीडियो उत्तर देखें

17. वक्र  $xy^2 = 1$  पर वह बिंदु ज्ञात कीजिए जिसकी मूलबिंदु से दूरी निम्निष्ठ है।



वीडियो उत्तर देखें

18. एक वर्ग का परिमाण तथा वृत्त की परिधि का योग दिया हुआ है। सिद्ध कीजिए की उनके क्षेत्रफलों का योग न्यूनतम होगा, जबकि वर्ग की भुजा वृत्त के व्यास के बराबर है।





वीडियो उत्तर देखें

19. एक वृत्त और एक वर्ग के परिमापों का योग  $k$  है जहाँ  $k$  एक अचर है। सिद्ध कीजिए की उनके क्षेत्रफल का योग निम्नतम है, जब वर्ग की भुजा वृत्त की त्रिज्या की दुगुनी है।



वीडियो उत्तर देखें

20. किसी आयत के ऊपर बने अर्धवृत्त के आकार वाली खिड़की है। खिड़की का सम्पूर्ण परिमाण  $10\text{m}$  है। पूर्णतया खुली खिड़की से अधिकतम प्रकाश आने के लिए खिड़की की विमाएँ ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

21. त्रिभुज की भुजाओ से a से b दुरी पर त्रिभुज के कर्ण पर स्थित एक बिंदु है। सिद्ध कीजिए की कर्ण की न्यूनतम लम्बाई

$$\left( \frac{2}{a^3} + \frac{2}{b^3} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ है।}$$



वीडियो उत्तर देखें

22. उन बिन्दुओ को ज्ञात कीजिए जिन पर

$f(x) = (x - 2)^4(x + 1)^3$  द्वारा प्रदत्त फलन f पर,

(i) स्थानीय उच्चतम बिंदु है।

(ii) स्थानीय निम्नतम बिंदु है।

(iii) नत परिवर्तन बिंदु है।



वीडियो उत्तर देखें

23.  $f(x) = \cos^2 x + \sin x, x \in [0, \pi]$  द्वारा प्रदत्त

फलन  $f$  का निरपेक्ष उच्चतम और निम्नतम मान ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

24. सिद्ध कीजिए की एक  $r$  की त्रिज्या के गोले के अंतर्गत

उच्चतम आयतन के लम्ब वृतीय शंकु की ऊंचाई  $\frac{4r}{3}$  है।



वीडियो उत्तर देखें

वीडियो उत्तर देखें

25. मान लीजिए  $[a, b]$  पर परिभाषित एक फलन  $f$  है इस प्रकार की सभी  $x \in (a, b)$  के लिए  $f'(x) < 0$  है तो सिद्ध कीजिए की  $(a, b)$  पर  $f$  एक वर्धमान फलन है।

वीडियो उत्तर देखें

26. एक ऊपर से खुले हुए टैंक का आयतन  $V$  दिया है। इसका आधार वर्गाकार है। यदि इसकी अंदर की सतह न्यूनतम है तो सिद्ध कीजिए की इसकी गहराई तथा चौड़ाई का अनुपात  $1 : 2$  होगा।

वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 6 J

1. एक वृत्त की त्रिज्या  $r = 6$  सेमी पर  $r$  के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर है:

A.  $10\pi$

B.  $12\pi$

C.  $8\pi$

D.  $11\pi$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

2. एक उत्पाद की इकाइयों को वक्रीय से प्राप्त कुल आय रुपयों में  $R(x) = 3x^2 + 36x + 5$  से प्रदत्त है जब  $x = 15$  है तो सीमांत आय है:

A. 116

B. 96

C. 90

D. 126

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

3. निम्नलिखित में से किस अंतराल में  $y = x^2 e^{-x}$  वर्धमान है?

A.  $(-\infty, \infty)$

B.  $(-2, 0)$

C.  $(2, \infty)$

D.  $(0, 2)$

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

4. रेखा  $y = x + 1$  वक्र  $y^2 = 4x$  की स्पर्श रेखा जिस बिंदु पर है, वह होगा-

A. (1, 2)

B. (2, 1)

C. (1, - 2)

D. (- 1, 2).

**Answer: A**



**वीडियो उत्तर देखें**



5. वक्र  $y = 2x^2 + 3 \sin x$  के  $x = 0$  पर अभिलम्ब की प्रवणता है:

A. 3

B.  $\frac{1}{3}$

C. -3

D.  $-\frac{1}{3}$

**Answer: D**



**वीडियो उत्तर देखें**

6. यदि  $f(x) = 3x^2 + 15x + 5$  हो, तो  $f(3.02)$  का सन्निकट मान है:

A. 47.66

B. 57.66

C. 67.66

D. 77.66

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

7. भुजा में 3 % वृद्धि के कारण भुजा  $x$  के घन के आयतन में सन्निकट परिवर्तन है:

A.  $0.06x^3$  घन मी

B.  $0.6x^3$  घन मी

C.  $0.09x^3$  घन मी

D.  $0.9x^3$  घन मी

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

8. वक्र  $x^2 = 2y$  पर  $(0, 5)$  से न्यूनतम दुरी पर स्थित है:

A.  $(2\sqrt{2}, 4)$

B.  $(2\sqrt{2}, 0)$

C.  $(0, 0)$

D.  $(2, 2)$

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

9.  $x$  के सभी वास्तविक मानों के लिए  $\frac{1 - x + x^2}{1 + x + x^2}$  का

न्यूनतम मान है:

A. 0

B. 1

C. 3

D.  $\frac{1}{3}$

**Answer:**



**वीडियो उत्तर देखें**

10.  $[x(x - 1) + 1]^{\frac{1}{3}}$ ,  $0 < x < 1$  का उच्चतम मान है:

A.  $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{3}}$

B.  $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 0

**Answer: A**



**वीडियो उत्तर देखें**

11. एक 10 मी त्रिज्या के बेलनाकार टंकी में 314 घन मी/घंटा की दर से गेहूं भरा जाता है। भरे गए गेहूं की गहराई की वृद्धि दर है-

- A. 1 मी/घंटा
- B. 0.1 मी/घंटा
- C. 1.1 मी/घंटा
- D. 0. 5 मी/घण्टा

**Answer: A**



**वीडियो उत्तर देखें**

12. वक्र  $x = t^2 + 3t - 8$ ,  $y = 2t^2 - 2t - 5$  के बिंदु  $(2, -1)$  पर स्पर्श रेखा की प्रवणता है:

A.  $\frac{22}{7}$

B.  $\frac{6}{7}$

C.  $\frac{7}{6}$

D.  $-\frac{6}{7}$

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें



13. रेखा  $y = mx + 1$ , वक्र  $y^2 = 4x$  की एक स्पर्श रेखा है  
यदि  $m$  का मान है:

A. 1

B. 2

C. 3

D.  $\frac{1}{2}$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

14. वक्र  $2y + x^2 = 3$  के बिंदु  $(1, 1)$  पर अभिलम्ब का समीकरण है:

A.  $x + y = 0$

B.  $x - y = 0$

C.  $x + y + 1 = 0$

D.  $x - y = 1$

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

15. वक्र  $x^2 = 4y$  के बिंदु  $(1, 2)$  पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

A.  $2x + y = 4$

B.  $x - y = 3$

C.  $x + y = 1$

D.  $x - y = 1$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

16. वक्र  $9y^2 = x^3$  पर वे बिंदु जहाँ पर वक्र का अभिलम्ब अक्षो से समान अन्तः खण्ड बनाता है :

A.  $\left(4, \pm \frac{8}{3}\right)$

B.  $\left(4, -\frac{8}{3}\right)$

C.  $\left(4, \pm \frac{3}{8}\right)$

D.  $\left(\pm 4, \frac{3}{8}\right)$

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

## इंजीनियरिंग परीक्षाओं के प्रश्न

1. एक गोलाकार गुब्बारे में  $4500\pi$  घन मी हीलियम गैस भरी गई है। यदि गुब्बारे में छेद के कारण  $72\pi$  घन मी./ मिनट की दर से गैस रिस रही है, तो गैस रिसने के प्रारम्भ होने के 49 मिनट बाद, जिस दर से गुब्बारे की त्रिज्या घट रही है (मी./मिनट में) है,

(i)

$$\frac{9}{7}$$

(ii)  $\frac{7}{9}$

(iii)  $\frac{2}{9}$

(iv)  $\frac{9}{2}$



वीडियो उत्तर देखें

2. वक्र  $y = x + \frac{4}{x^2}$  की स्पर्श रेखा, जो x अक्ष के समांतर है,

का समीकरण है: (i)  $y = 0$

(ii)  $y = 1$

(iii)  $y = 2$

(iv)  $y = 3$



वीडियो उत्तर देखें

3. एक तार की लम्बाई 2 इकाई है। इसके दो भाग किये गए,

पहले भाग x इकाई का एक वर्ग तथा दूसरे से r इकाई त्रिज्या

का एक वृत्त बनाया गया। यदि बने हुए वर्ग तथा वृत्त के क्षेत्रफलों

का योगफल न्यूनतम हो, तब

$$(a) 2x = (\pi + 4)r$$

$$(b) (4 - \pi)x = \pi r$$

$$(c) x = 2r$$

$$(d) 2x = r$$



वीडियो उत्तर देखें

4. A, B, C तीन शहरों में किसी कंपनी की तीन ब्रांच है। A तथा B के बीच की दूरी 320 किमी है तथा प्रत्येक से C की दूरी 200 किमी है। A तथा B से समान दूरी पर एक गोदाम बनाना है। तीनों शहरों से गोदाम की दूरियों को योग निम्निष्ट है। गोदाम की स्थिति ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

5. अंतराल  $[-\sqrt{13}, \sqrt{13}]$  में स्थित उन बिन्दुओं की संख्या ज्ञात करो जिन पर  $f(x) = \sin x^2 + \cos x^2$  का मान अधिकतम है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. बिंदु  $(1, 1)$  से वक्र  $f(x) = x^2 + bx - b$  पर खींची गई स्पर्श रेखाओं तथा अक्ष के बीच जब प्रथम चतुर्थांश में स्थित है, बने त्रिभुज का क्षेत्रफल 2 मात्रक है तो  $b$  का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें



