



## MATHS

BOOKS - DR HARSWAROOP SHARMA

MATHS (HINDI)

समाकलनों के अनुप्रयोग

हल सहित उदाहरण

1. फलन  $y = 3 \cos x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  का रफ स्कैच

खींचिए और वक्र  $x$ -अक्ष तथा  $y$ -अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल

ज्ञात कीजिए |

 वीडियो उत्तर देखें

2.  $y = mx$ ,  $x$ -अक्ष एवं कोटि  $x = 2$  के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |

 वीडियो उत्तर देखें

3. परवलय  $y^2 = 4x$  तथा सरल रेखा  $x = 4$  के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |

 वीडियो उत्तर देखें

4. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

5. परवलय  $y^2 = 4ax$  और इसकी नाभिलम्ब जीवा से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

6. वक्र  $y = x^2$  एवं रेखा  $y = 4$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

7. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  एवं कोटियों  $x = 0$  और  $x = ae$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जहाँ  $b^2 = a^2(1 - e^2)$  एवं  $x < 1$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. वृत्त  $x^2 + y^2 = a^2$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

9. सरल रेखा  $x = \frac{1}{2}a$ , द्वारा विभाजित वृत्त  $x^2 + y^2 = a^2$  के भागों के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

10. प्रथम चतुर्थांश में वृत्त  $x^2 + y^2 = 32$  , रेखा  $y = x$

एवं x - अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

11. परवलय  $y^2 = 4ax$  तथा सरल रेखा  $y = mx$  के

अंतर्गत क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

12. वक्र  $x^2 = y$ ,  $y = x + 2$  तथा x-अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

13. परवलय  $x^2 = y$  तथा  $y^2 = x$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

 वीडियो उत्तर देखें

14. रेखा  $y = 3x + 2$ ,  $x$  अक्ष एवं कोटियों  $x = -1$  एवं  $x = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

15. वक्र  $x^2 = 4y$  एवं सरल रेखा  $x = 4y - 2$  के अंतर्गत क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें



16. दिखाइए कि परवलयों  $y^2 = 4ax$  तथा  $x^2 = 4ay$  के बीच का क्षेत्रफल  $\frac{16}{3}a^2$  होगा।

 वीडियो उत्तर देखें

17. समाकल की सहायता से उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षों के निर्देशांक  $A(2, 0)$ ,  $B(4, 5)$ ,  $C(6, 3)$  हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

18. x - अक्ष के ऊपर तथा वृत्त  $x^2 + y^2 = 8x$  एवं परवलय  $y^2 = 4x$  के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |



वीडियो उत्तर देखें

19. आकृति 8.17 में AOBA प्रथम चतुर्थांश में दीर्घवृत्त  $9x^2 + y^2 = 36$  का एक भाग है जिसमें OA=2 इकाई है | लघु चाप AB एवं जीवा AB के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |



वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 8 A

1.  $y = x$ ,  $x = -1$  और  $x = 2$ .



वीडियो उत्तर देखें

2.  $y = x \sin x$ ,  $x = 0$  से  $2\pi$  तक |



वीडियो उत्तर देखें

3.  $xy = b^2$ ,  $x = a$ , से  $x = b$  तक |

 वीडियो उत्तर देखें

4. वक्र  $y^2 = x$ , रेखाओं  $x = 1$ ,  $x = 4$  एवं  $x$ -अक्ष से घिरे क्षेत्र का प्रथम पाद में क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |

 वीडियो उत्तर देखें

5. प्रथम चतुर्थांश में वक्र  $y^2 = 9x$ ,  $x = 2$ ,  $x = 4$  एवं  $x$ -अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |

 वीडियो उत्तर देखें

6. प्रथम चतुर्थांश में  $x^2 = 4y$ ,  $y = 2$ ,  $y = 4$  एवं  $x$  अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

7. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

8. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

9. सरल रेखा  $y = mx$ , x अक्ष और कोटि  $x = 3$  के अंतर्गत क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

10. परवलय  $x^2 = 4ay$ ,  $x$  अक्ष और कोटि  $x = c$  के अंतर्गत क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

11. परवलय  $y^2 = 4ax$  के उस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो  $x$  अक्ष, कोटि  $x = 2a$  तथा नाभिलम्ब से घिरे हुआ है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. वृत्त  $x^2 + y^2 = 4a^2$ , रेखा  $x = a$  के द्वारा दो भागों में विभाजित किया जाता है। दोनों भागों के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

13. यदि वक्र  $x = y^2$  एवं रेखा  $x = 4$  से घिरा हुआ क्षेत्रफल रेखा  $x = a$  द्वारा दो बराबर भागों में विभाजित होता है। तो  $a$  का मान ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें



14. प्रथम चतुर्थांश में वृत्त  $x^2 + y^2 = 4$ , रेखा  $x = \sqrt{3}y$

एवं x -अक्ष द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

15. छेदक रेखा  $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$  द्वारा वृत्त  $x^2 + y^2 = a^2$  के

छोटे भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

16. परवलय  $y = x^2$  एवं  $y = |x|$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

17. वक्र  $y^2 = 4x$  एवं रेखा  $x = 3$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

18. साइक्लाइड (cycloid )

$x = a(\theta - \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$  के लिए वक्र के एक चाप एवं आधार से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

19. वक्र  $a^2 y^2 = x^3(2a - x)$  का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

20. वक्र  $y^2 = 2y - x$  तथा  $y$  अक्ष से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

21. वक्र  $a^3y^3 = x^4(b + x)$  की लूप (loop) का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

22. प्रथम चतुर्थांश में वक्र  $y = 4x^2$  तथा ,  
 $x = 0, y = 1$  तथा  $y = 4$  के अंतर्गत क्षेत्रफल ज्ञात  
कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

23. सिद्ध कीजिए कि अतिपरवलय  $x^2 - y^2 = a^2$  तथा  
रेखा  $x = a$  तथा  $x = 2a$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल  
 $2\sqrt{3}a^2 - a^2 \log(2 + \sqrt{3})$  वर्ग इकाई होगा ।



वीडियो उत्तर देखें

24. वक्र  $y = \cos x$  तथा  $x$  - अक्ष के मध्य क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो  $x = 0$  से  $x = 2\pi$  के मध्य स्थित है।

 वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 8 B

1. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल समाकल से ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाओं के समीकरण  $y = 2x + 1$ ,  $y = 3x + 1$  और  $x = 4$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. परवलय  $y^2 = 4ax$  और सरल रेखा  $y = 2ax$  द्वारा

घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

3. क्षेत्र  $\{(x, y) : y^2 \leq 4x, 4x^2 + 4y^2 \leq 9\}$  का

क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

4. निम्नलिखित वक्रों के अंतर्गत क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

$$y^2 = 4x, y^2 = x, x = 1 \text{ और } x = 4.$$

 वीडियो उत्तर देखें

5. सिद्ध कीजिए कि वक्र  $y^2 = 4x$  तथा  $x^2 = 4y$ ,

रेखाओं  $x = 0, x = 4, y = 0, y = 4$  द्वारा घिरे हुए

वर्ग के क्षेत्रफल को तीन बराबर भागों में बाँटते हैं।

 वीडियो उत्तर देखें



6. परवलय  $x^2 = 4y$  और वृत्त  $4x^2 + 4y^2 = 9$  के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

7. वक्रों  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$  एवं  $x^2 + y^2 = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

8. वक्रों  $y = x^2 + 2$ ,  $y = x$ ,  $x = 0$  एवं  $x = 3$  से

घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

9. समाकलन का उपयोग करते हुए एक ऐसे त्रिभुज का

क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष  $(-1, 0)$ ,  $(1, 3)$  एवं

$(3, 2)$  हैं।



वीडियो उत्तर देखें

10. वक्र  $y = x^2 - 3x$ ,  $x$  - अक्ष तथा सरल रेखा

$y = 2x$  के अंतर्गत क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

11.  $x$  -अक्ष के ऊपर वक्रों  $y^2 = 2ax - x^2$  तथा

$y^2 = ax$  द्वारा घिरे हुए क्षेत्रफल का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

12. दो परवलयों  $y^2 = 4x$  और  $x^2 = 4y$  से घिरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

13. दिए हुए वक्रों एवं रेखाओं से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

(i)  $y = x^2$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$  एवं X - अक्ष

(ii)  $y = x^4$ ,  $x = 1$ ,  $x = 5$  एवं X - अक्ष

 वीडियो उत्तर देखें

14. वक्रों  $y = x$  एवं  $y = x^2$  के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

15.  $y = |x + 3|$  का ग्राफ खींचिए एवं  $\int_{-6}^0 |x + 3| dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

16.  $x = 0$  एवं  $x = 2\pi$  तथा वक्र  $y = \sin x$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

17. वृत्तों  $x^2 + y^2 = 4$  और  $x^2 + y^2 = 4x$  से घिरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

18. सिद्ध कीजिए दो परवलयों  $y^2 = 4a(x + a)$  तथा  $y^2 = 4b(b - x)$  से घिरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल  $\frac{8}{3}\sqrt{ab}(a + b)$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

19. परवलयों  $y^2 = 4ax$  तथा  $x^2 = 4by$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

20.  $y = |x + 1|$  का ग्राफ खींचिए |  $\int_{-4}^2 |x + 1| dx$

का मान ज्ञात कीजिए |

 वीडियो उत्तर देखें

21. परवलय  $4y = 3x^2$  एवं रेखा  $2y = 3x + 12$  से घिरे

क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |

 वीडियो उत्तर देखें



22. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  एवं रेखा  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$  से

घिरे लघु क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

23. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  एवं रेखा  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  से

घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

24. समाकलन विधि का उपयोग करते हुए एक वक्र

$|x| + |y| = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

25. वक्रों  $\{(x, y) : y \geq x^2 \text{ तथा } y = |x|\}$  से घिरे क्षेत्र

का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

26. यदि  $y = ax^2$  और  $x = ay^2$ ,  $a > 0$  के अन्तर्गत क्षेत्रफल 1 वर्ग इकाई हैं, तब  $a$  का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

27. समाकलन विधि का उपयोग करते हुए, रेखाओं  $2x + y = 4$ ,  $3x - 2y = 6$  एवं  $x - 3y + 5 = 0$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

1. सरल रेखा  $y = x + 1$  का  $x = 2$  तथा  $x = 3$  के बीच भाग  $x$ -अक्ष के परितः घुमाया जाता है। परिक्रमण से बने पिण्ड का वक्रपृष्ठ है :

A.  $\frac{32\pi}{3}$

B.  $7\pi\sqrt{2}$

C.  $37\pi$

D.  $\frac{7\pi}{\sqrt{2}}$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

2. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  का क्षेत्रफल होगा -

A.  $\pi ab$

B.  $\frac{\pi(a^2 + b^2)}{4}$

C.  $\pi(a + b)$

D. इनमे से कोई नहीं

**Answer: A**



**वीडियो उत्तर देखें**

3. परवलय  $y^2 = 4ax$  तथा रेखा  $y = mx$  के बीच क्षेत्रफल वर्ग इकाई में होगा -

A.  $\frac{5}{3} \frac{a^2}{m}$

B.  $\frac{8}{3} \frac{a^2}{m^3}$

C.  $\frac{7}{4} \frac{a^2}{m^2}$

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

4. वक्र  $x = 1$ ,  $x = 3$ ,  $xy = 1$  तथा  $x$ -अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा -

A.  $\log 2$

B.  $\log 3$

C.  $\log 4$

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

5. वक्र  $y^2 = 4x$  तथा  $y = 2x$  के मध्य क्षेत्र का क्षेत्रफल

होगा -

A.  $\frac{2}{3}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{1}{4}$

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें



6. परवलय  $y^2 = 4ax$  तथा नाभिलम्ब जीवा के मध्य क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा -

A.  $\frac{8}{3}a^2$

B.  $\frac{8}{3}a$

C.  $\frac{4}{3}a$

D.  $\frac{4}{3}a^2$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

7. प्रथम चतुर्थांश में वृत्त  $x^2 + y^2 = 4$  एवं रेखाओं

$x = 0$ ,  $x = 2$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल है :

A.  $\pi$

B.  $\frac{\pi}{2}$

C.  $\frac{\pi}{3}$

D.  $\frac{\pi}{4}$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

8. वक्र  $y^2 = 4x$ ,  $y$ -अक्ष एवं रेखा  $y = 3$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल है :

A. 2

B.  $\frac{9}{4}$

C.  $\frac{9}{3}$

D.  $\frac{9}{2}$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

9. वृत्त  $x^2 + y^2 = 4$  एवं रेखा  $x + y = 2$  से घिरे छोटे

भाग का क्षेत्रफल है :

A.  $2(\pi - 2)$

B.  $\pi - 2$

C.  $2\pi - 1$

D.  $2(\pi + 2)$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

10. वक्रों  $y^2 = 4x$  एवं  $y = 2x$  के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल है :

A.  $\frac{2}{3}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{1}{4}$

D.  $\frac{3}{4}$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

11. वक्र  $y = x^3$ , x -अक्ष एवं कोटियों

$x = -2$ ,  $x = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल है :

A.  $-9$

B.  $\frac{-15}{4}$

C.  $\frac{15}{4}$

D.  $\frac{17}{4}$

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

12. वक्र  $y = x|x|$ , x-अक्ष एवं कोटियों  $x = -1$  तथा  $x = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल है :

A. 0

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{2}{3}$

D.  $\frac{4}{3}$

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

13.  $y^2 \geq 6x$  और वृत्त  $x^2 + y^2 = 16$  में सम्मिलित क्षेत्र का क्षेत्रफल है :

A.  $\frac{4}{3}(4\pi - \sqrt{3})$

B.  $\frac{4}{3}(4\pi + \sqrt{3})$

C.  $\frac{4}{3}(8\pi - \sqrt{3})$

D.  $\frac{4}{3}(8\pi + \sqrt{3})$

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें



14.  $y$ -अक्ष  $y = \cos x$  एवं  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल है :

A.  $2(\sqrt{2} - 1)$

B.  $\sqrt{2} - 1$

C.  $\sqrt{2} + 1$

D.  $\sqrt{2}$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

15.  $A = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1 \text{ तथा } y^2 \leq 1 - x\}$  के द्वारा प्रदत्त क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

16. वक्रों  $y = \sqrt{x}$ ,  $2y - x + 3 = 0$  तथा  $x$  अक्ष से घिरे उस क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो प्रथम चतुर्थांश में स्थित है।

 वीडियो उत्तर देखें