



MATHS

BOOKS - NAGEEN MATHS (HINDI)

सम्बन्ध एवं फलन

साधित उदाहरण

1. यदि $A = \{1, 2, 3, 4\}$, तो A में निम्नलिखित गुणों वाले सम्बन्धों को परिभाषित

कीजिए:

(a) स्वतुल्य तथा संक्रामक हों किन्तु सममित नहीं हों।

(b) सममित हों परन्तु न तो स्वतुल्य हो और न संक्रामक हो।

(c) स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक हो।



वीडियो उत्तर देखें

2. पूर्णाकों के समुच्चय I पर एक सम्बन्ध R इस प्रकार परिभाषित है कि -
 $a R b \Leftrightarrow (a - b) \in 6\mathbb{Z}$, 6 से विभाज्य है जहाँ $a, b \in I$, सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. दिखाइए कि एक समतलीय त्रिभुजों के समुच्चय पर समरूपता एक तुल्यता सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. माना N धन पूर्णाकों का समुच्चय है। यदि कोई सम्बन्ध R , $N \times N$ पर इस प्रकार परिभाषित है कि $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$ जहाँ $(a, b), (c, d) \in N \times N$ तो सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता सम्बन्ध है।



वीडियो उत्तर देखें

5. किसी समतल में स्थित सरल रेखाओं के समुच्चय में सम्बन्ध 'लम्ब' के लिये स्वतुल्य, सममित और संक्रामक की जाँच कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

6. अशून्य सम्मिश्र संख्याओं 'C' के समुच्चय पर परिभाषित सम्बन्ध R इस प्रकार है कि $Z_1 R Z_2 \Leftrightarrow \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$ एक वास्तविक संख्या है। ज्ञात कीजिए कि R –

- A. स्वतुल्य तथा सममित परन्तु संक्रामक नहीं
- B. सममित तथा संक्रामक परन्तु स्वतुल्य नहीं
- C. संक्रामक परन्तु ना तो स्वतुल्य ना ही सममित
- D. स्वतुल्य, सममित, संक्रामक

Answer:

 वीडियो उत्तर देखें

7. माना सम्बन्ध R निम्न प्रकार परिभाषित है

$R = \{(4, 5), (1, 4), (4, 6), (7, 6), (3, 7)\}$ तो

(i) $R^{-1} \circ R^{-1}$, (ii) $(R^{-1} \circ R)^{-1}$ ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

8. ज्ञात कीजिए की निम्नलिखित फलन किस प्रकार के हैं ?

(i) $\{(a, 1), (b, 1), (c, 1), (d, 1), (e, 1)\}$

(ii) $\{(3, 2), (6, 4), (9, 2), (12, 4)\}$

(iii) $\{(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4)\}$

 वीडियो उत्तर देखें

9. सिद्ध कीजिए कि प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय N से N में परिभाषित फलन

$f = \{(x, 2x + 1) : x \in N\}$ एकैकी फलन है ।

 वीडियो उत्तर देखें

10. सिद्ध कीजिए कि $f: N \rightarrow N$ जो $f(x) = x^2 + x + 1$ द्वारा

परिभाषित है , एकैकी फलन है परन्तु आच्छादक नहीं है । यहाँ N प्राकृतिक संख्याओं का समुच्चय है ।

 वीडियो उत्तर देखें

11. सिद्ध कीजिए कि फलन $f: R \rightarrow R$, जो $f(x) = \sin x, x \in R$ से

परिभाषित है, न एकैकी है और न आच्छादक ।

 वीडियो उत्तर देखें

12. निम्नलिखित फलन के एकैकी अन्तःक्षेपी होने की जाँच कीजिए -

$$f: N \rightarrow N, f(x) = x^2, x \in N$$

 वीडियो उत्तर देखें

13. माना $f: R \rightarrow R$ और $g: R \rightarrow R$ दो फलन हैं, जहाँ $f(x) = 2x$ और $g(x) = x^2 + 2$.

(i) $(gof)(x)$ और $(fog)(x)$ निकालिए और दिखाइए कि $gof \neq fog$.

(ii) $(fog)(2)$, $(gog)(1)$ और $(fof)(3)$ के मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

14. यदि $f: R \rightarrow R$ जहाँ $f(x) = \sin x$ और $g: R \rightarrow R$ जहाँ $g(x) = x^2$ है, तो $(fog)(x)$ और $(gof)(x)$ के मान ज्ञात कीजिए और

दिखाइए कि $f \circ g \neq g \circ f$.



वीडियो उत्तर देखें

15. यदि दो फलन f और g निम्न प्रकार परिभाषित हैं -

$f = \{ (1, 2), (3, 6), (4, 5) \}$ और $g = \{ (2, 3), (6, 7), (5, 8) \}$ तो $g \circ f$ ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

16. फलन $f: R \rightarrow R$ इस प्रकार है कि $f(x) = x^2 + 2$ है, तो निम्नलिखित प्रत्येक को ज्ञात कीजिए-

(i) $f^{-1}(-6)$, (ii) $f^{-1}(18)$



वीडियो उत्तर देखें

17. सिद्ध कीजिए कि फलन $f: R \rightarrow R$, जहाँ R सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है तथा $f(x) = 3x + 4$, एकैकी तथा आच्छादक फलन है। f का प्रतिलोम फलन भी ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

18. सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में योग, अन्तर और गुणा की संक्रियाएँ द्विआधारी हैं किन्तु भाग द्विआधारी संक्रिया नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

19. सिद्ध कीजिए कि अन्तर तथा भाग N में द्विआधारी संक्रिया नहीं हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

20. माना P , किसी समुच्चय X के समस्त उप-समुच्चयों का समुच्चय है । सिद्ध कीजिए कि -

$\cup : P \times P \rightarrow P, (A, B) \rightarrow A \cup B$ द्वारा परिभाषित तथा

$\cap : P \times P \rightarrow P, (A, B) \rightarrow A \cap B$ द्वारा परिभाषित फलन, P में

द्विआधारी संक्रियाएँ हैं ।

 वीडियो उत्तर देखें

21. सिद्ध कीजिए कि $(a, b) \rightarrow$ अधिकतम $\{a, b\}$ द्वारा परिभाषित

$\vee : R \times R \rightarrow R$ तथा $(a, b) \rightarrow$ निम्नलिखित $\{a, b\}$ द्वारा परिभाषित

$\wedge : R \times R \rightarrow R$ द्विआधारी संक्रियाएँ हैं ।

 वीडियो उत्तर देखें

22. सिद्ध कीजिए कि $+$: $R \times R \rightarrow R$ तथा \times : $R \times R \rightarrow R$ क्रमविनिमेय द्विआधारी संक्रियाएँ हैं, परन्तु $-$: $R \times R \rightarrow R$ और \div : $R \times R \rightarrow R$ क्रमविनिमेय नहीं हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

23. सिद्ध कीजिए कि $a * b = a + 2b$ द्वारा परिभाषित $*$: $R \times R \rightarrow R$ क्रमविनिमेय नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

24. सिद्ध कीजिए कि R में योग और गुणा साहचर्य संक्रियाएँ हैं परन्तु व्यवकलन और भाग R में साहचर्य नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

25. सिद्ध कीजिए कि $a * b = a + 2b$ द्वारा प्रदत्त $\cdot \cdot : R \times R \rightarrow R$ साहचर्य नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

26. सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय में शून्य (0) योग का तत्समक तथा एक (1) गुणा का तत्समक है तथा संक्रियाओं $- : R \times R \rightarrow R$ और $\div : R \div R \rightarrow$ के लिये कोई तत्समक नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

27. सिद्ध कीजिए कि R में योग संक्रिया ' + ' के लिये a का प्रतिलोम ' - a ' और गुणा संक्रिया ' \times ' के लिये $a \neq 0$ का प्रतिलोम $\frac{1}{a}$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

28. सिद्ध कीजिए कि N में योग संक्रिया '+' के लिये $a \in N$ का प्रतिलोम $-a$ नहीं है और गुणा संक्रिया के लिये $a \in N, a \neq 1$ का प्रतिलोम $\frac{1}{a}$ नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

प्रश्नावली 1 A

1. सम्बन्धों के ऐसे उदाहरण दो जो -

- (i) स्वतुल्य है परन्तु सममित तथा संक्रमक नहीं है।
- (ii) सममित है परन्तु स्वतुल्य तथा संक्रमक नहीं है।
- (iii) सममित और संक्रमक है परन्तु स्वतुल्य नहीं है।
- (iv) स्वतुल्य और संक्रमक है परन्तु सममित नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. यदि $A = \{x, y, z\}$ और $B = \{1, 2, 3\}$ तथा $R = \{(x, 2), (y, 3), (z, 1), (z, 2)\}$ हो, तो R^{-1} ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

3. पूर्णाकों के समुच्चय I पर एक सम्बन्ध R इस प्रकार परिभाषित है कि $a R b \Leftrightarrow (a - b), 5$ से विभाज्य है जहाँ $a, b \in I$. सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. धन पूर्णाकों के समुच्चय N पर परिभाषित सम्बन्ध $R = \{(x, y) : x, y \in N \text{ और } x - y, 7 \text{ से विभाज्य है}\}$ सम्बन्ध है :

A. केवल स्वतुल्य

B. केवल सममित

C. केवल संक्रामक

D. एक तुल्यता सम्बंध

Answer: D

 वीडियो उत्तर देखें

5. (i) सिद्ध कीजिए कि पूर्णाकों के समुच्चय पर परिभाषित सम्बन्ध

$\cdot_x R_y \Leftrightarrow 3, (x - y)$ का एक गुणखण्ड है, एक तुल्यता सम्बन्ध है।

(ii) यदि X वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है, तो सिद्ध कीजिए कि सम्बन्ध

$R = \{(a, b) : a \in X, b \in X \quad a = b\}$ एक तुल्यता सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. यदि I सभी पूर्णाकों का समुच्चय है तथा I पर एक सम्बन्ध R इस प्रकार परिभाषित है कि

$$R = \{(x, y) : x, y \in I \text{ और } x - y \text{ विभाज्य } 3 \text{ द्वारा}\}, \text{ तो सिद्ध}$$

कीजिए कि R एक तुल्यता सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. यदि $A = \{a, b, c, d\}$, तो A पर

(i) तत्समक सम्बन्ध I_A लिखिए।

(ii) एक रेखा सम्बन्ध लिखिए जो स्वतुल्य है परन्तु तत्समक सम्बन्ध नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. एक समतल में स्थित दो बिन्दु A और B परस्पर इस प्रकार सम्बन्धित हैं कि

$OA=OB$, जहाँ O उस समतल में स्थित एक स्थिर बिन्दु है। दिखाइए कि यह एक

तुल्यता सम्बन्ध है ।



वीडियो उत्तर देखें

9. N प्राकृतिक संख्याओं का समुच्चय है, सम्बन्ध R समुच्चय $N \times N$ पर इस प्रकार परिभाषित है कि

$$\cdot (a,b) R (c,d) \Leftrightarrow ad = bc$$

सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता सम्बन्ध है । समुच्चय $N \times N$ के दो अवयव बताइए जिनका सम्बन्ध (1,2) से है ।



वीडियो उत्तर देखें

10. (i) दिखाइए कि धन पूर्णाकों के समुच्चय में सम्बन्ध ' से बड़ा है ' संक्रमक है परन्तु स्वतुल्य या सममित नहीं है ।

(ii) माना R प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय N में एक सम्बन्ध है जिसके द्वारा यदि $a, b \in N$, तो $\cdot_a R_b \Rightarrow a, b$ को विभाजित करता है । क्या सममित है ?



वीडियो उत्तर देखें

11. दिखाइए कि एक समतलीय त्रिभुजों के समुच्चय में सम्बन्ध ' सर्वांगसमता ' एक तुल्यता सम्बन्ध है ।



वीडियो उत्तर देखें

12. दिखाइए कि धन पूर्णाकों के समुच्चय पर विभाज्यता सम्बन्ध स्वतुल्य और संक्रमक है परन्तु सममित नहीं है ।



वीडियो उत्तर देखें

13. धन पूर्णाकों के समुच्चय पर सम्बन्ध R निम्नवत परिभाषित है -

$R = \{(x, y) : x, y \in N, 2x + y = 41\}$ तब संबंध R है

A. सममित

B. स्वतुल्य

C. संक्रामक

D. उपरोक्त में से कोई नहीं |

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

14. यदि सम्बन्ध R इस प्रकार है कि

$R = \{(4, 5), (1, 4), (4, 6), (7, 6), (3, 7)\}$, तो निम्नलिखित सम्बन्ध

ज्ञात कीजिए -

(a) $R \circ R$ (b) $R^{-1} \circ R$



वीडियो उत्तर देखें

15. यदि $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ और $C = \{4, 16, 36, 39\}$ तीन समुच्चय हैं तथा R, A से B में एवं S, B से C में दो सम्बन्ध इस प्रकार हैं कि

$$.a R_b \Leftrightarrow b = 2a \text{ जहाँ } a \in A, b \in B$$

$$.b S_c \Leftrightarrow c = b^2 \text{ जहाँ } b \in B, c \in C$$

\therefore SoR ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

16. यदि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय S में सम्बन्ध R इस प्रकार परिभाषित है कि -

$$R = \{(a, b) : a, b \in S, a < b^2\} \text{ तो संबंध R है}$$

A. स्वतुल्य

B. सममित

C. संक्रामक

D. इनमे से कोई नहीं

Answer: D

 वीडियो उत्तर देखें

17. यदि किसी समुच्चय A में R और S दो तुल्यता सम्बन्ध हैं , तो $R \cap S$ भी समुच्चय A में तुल्यता सम्बन्ध है ।

 वीडियो उत्तर देखें

प्रश्नावली 1 B

1. $f: R \rightarrow R$ एक फलन है जहाँ $f(x) = 2x - 3$ है। ज्ञात कीजिए क्या f एकैकी है ?

 वीडियो उत्तर देखें

2. यदि $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ और $Y = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ तो ज्ञात कीजिए कि निम्नलिखित फलन किस प्रकार के हैं ?

(i) $\{(1,1), (2,1), (3,3), (4,3), (5,5)\}$

(ii) $\{(1,3), (2,5), (4,7), (5,9), (3,1)\}$

 वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि फलन $f: N \rightarrow N$ जो $f(x) = 2x, x \in N$ से परिभाषित है, एकैकी और अन्तःक्षेपी है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. यदि R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय तथा $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2, x \in R$ फलन द्वारा परिभाषित है, तो सिद्ध कीजिए कि f बहु-एकी अन्तःक्षेपी फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. यदि Q परिमेय संख्याओं का समुच्चय है, तो सिद्ध कीजिए कि फलन $f: Q \rightarrow Q$ जो सम्बन्ध $f(x) = 5x - 3, x \in Q$ से परिभाषित है, एकैकी और आच्छादक फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. यदि R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है, तो सिद्ध कीजिए कि,

$f: R \rightarrow R, f(x) = \frac{1}{x}, x \neq 0, x \in R$, एकैकी आच्छादक फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिए कि फलन $f: R^+ \rightarrow R$ जो $f(x) = \log_e x$ से परिभाषित है, एकैकी है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. यदि $f: R \rightarrow R^+$ एक फलन है, जो $f(x) = e^x, x \in R$ से परिभाषित है, तो सिद्ध कीजिए कि f एकैकी फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

9. फलन $f: R \rightarrow R$ इस प्रकार परिभाषित है कि

$f(x) = 4x - 1, x \in R$, सिद्ध कीजिए कि f एकैकी फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

10. यदि $A = R - \{3\}$ और $B = R - \{1\}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

फलन $f: A \rightarrow B$ जहाँ $f(x) = \frac{x - 2}{x - 3}$ एकैकी आच्छादक फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

11. सिद्ध कीजिए कि फलन $f: R \rightarrow R$ जो $f(x) = \cos x, x \in R$ से

परिभाषित है, न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. यदि फलन $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x^3 + 1$ द्वारा परिभाषित है ,तो सिद्ध कीजिए कि f एक एकैकी आच्छादक है ।

 वीडियो उत्तर देखें

13. यदि $A = \left\{ x : x \in R, \frac{-\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right\}$,
 $B = \{y : y \in R, -1 \leq y \leq 1\}$ है , तो दिखाइए कि फलन
 $f: A \rightarrow B$ जो $f(x) = \sin x, x \in A$ से परिभाषित है, एकैकी और
आच्छादक फलन है ।

 वीडियो उत्तर देखें

14. यदि $f: R \rightarrow R$ और $g: R \rightarrow R$ दो फलन क्रमशः $f(x) = 2x$ और
 $g(x) = x^2 + 2$ से परिभाषित हैं, तो सिद्ध कीजिए कि -
(i) f एकैकी आच्छादक है । (ii) g बहु-एकी अन्तःक्षेपी है ।



वीडियो उत्तर देखें

15. फलन $f: R \rightarrow R$ और $g: R \rightarrow R$ निम्न प्रकार परिभाषित है -

$f(x) = \sin x$ और $g(x) = e^x(gof)(x)$ और $(fog)(x)$ ज्ञात कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें

16. यदि $f: R \rightarrow R$ और $g: R \rightarrow R$ दो फलन हैं, जो क्रमशः

$f(x) = 2x + 1$ और $g(x) = x^2 - 2$ से परिभाषित हैं, तो $(gof)(x)$ और

$(fog)(x)$ ज्ञात कीजिए और दिखाइए कि $(fog)(x) \neq (gof)(x)$.



वीडियो उत्तर देखें

17. यदि f और g , R से R में दो फलन हैं, जो प्रत्येक $x \in R$ के लिये

$f(x) = x^2 + x + 1$ और $g(x) = 2x - 1$ से परिभाषित हैं । दिखाइए

कि $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$.



वीडियो उत्तर देखें

18. यदि $f: R \rightarrow R$ और $g: R \rightarrow R$ दो फलन हैं जो $f(x) = x^2$ और $g(x) = 5x$ से परिभाषित हैं, जहाँ $x \in R$ है तो दिखाइए कि $(f \circ g)(2) \neq (g \circ f)(2)$.



वीडियो उत्तर देखें

19. यदि $f, g: R \rightarrow R$ दो फलन हैं जो $f(x) = x - 1$ और $g(x) = x^2$ से परिभाषित हैं, जहाँ $x \in R$ है, तो सिद्ध कीजिए कि -

(i) f एकैकी आच्छादक है ।

(ii) g एकैकी और आच्छादक नहीं है ।

(iii) $g \circ f \neq f \circ g$.



वीडियो उत्तर देखें

20. यदि $f: R \rightarrow R$ एक फलन है जो $f(x) = 3x + 7$ द्वारा परिभाषित है, तो $f^{-1}(-2)$ ज्ञात कीजिए।

- A. $\{3\}$
- B. $\{-3\}$
- C. $\{-2\}$
- D. $\{2\}$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

21. यदि परिमेय संख्याओं का समुच्चय Q तथा फलन $f: Q \rightarrow Q$ सम्बन्ध $f(x) = 5x - 4, x \in Q$ से परिभाषित है, तो सिद्ध कीजिए कि f एकैकी

और आच्छादक फलन है। f^{-1} को भी परिभाषित कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

प्रश्नावली 1 C

1. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया $*$ से एक द्विआधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं? औचित्य के साथ स्पष्ट कीजिए।

(i) Z^+ में, $a * b = a - b$ द्वारा परिभाषित संक्रिया $*$

(ii) Z^+ में, $a * b = ab$ द्वारा परिभाषित संक्रिया $*$

(iii) R में, $a * b = ab^2$ द्वारा परिभाषित संक्रिया $*$

(iv) Z^+ में, $a * b = |a - b|$ द्वारा परिभाषित संक्रिया $*$

(v) Z^+ में, $a * b = a$ द्वारा परिभाषित संक्रिया $*$

(vi) Z^+ में, $a * b = a - 3b$ द्वारा परिभाषित संक्रिया $*$



वीडियो उत्तर देखें

2. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया $*$ के लिये निर्धारित कीजिए कि क्या $*$ क्रमविनिमेय है तथा क्या $*$ साहचर्य है ?

(i) Z में, $a * b = a - b$ द्वारा परिभाषित संक्रिया $*$

(ii) Q में, $a * b = 1 + ab$ द्वारा परिभाषित संक्रिया $*$

(iii) Q में, $a * b = \frac{ab}{2}$ द्वारा परिभाषित संक्रिया $*$

(iv) Z^+ में, $a * b = 2^{ab}$ द्वारा परिभाषित संक्रिया $*$

(v) Z^+ में, $a * b = a^b$ द्वारा परिभाषित संक्रिया $*$

(vi) $R - \{-1\}$ में, $a * b = \frac{a}{b+1}$ द्वारा परिभाषित संक्रिया $*$



वीडियो उत्तर देखें

3. समुच्चय $\{1,2,3,4,5\}$ में $a * b =$ निम्नतम $\{a,b\}$ द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रिया के लिये संक्रिया सारणी बनाइए तथा

(i) $(2 * 3) * 4$ और $2 * (3 * 4)$ के मान ज्ञात कीजिए ।

(ii) क्या $*$ क्रमविनिमेय है ?



वीडियो उत्तर देखें

4. माना समुच्चय $\{1,2,3,4,5\}$ में एक द्विआधारी संक्रिया $*$, $a * b = a$ और b का म० स० प०, द्वारा परिभाषित है । क्या संक्रिया $*$ क्रमविनिमेय है ? इसके लिये संक्रिया सारणी भी बनाइए ।



वीडियो उत्तर देखें

5. माना N में एक द्विआधारी संक्रिया $*$, $a * b = a$ और b का ल० स० प० द्वारा परिभाषित है । निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए -

(i) $5 * 7, 20 * 16$

(ii) क्या $*$ संक्रिया, क्रमविनिमेय है ?

(iii) क्या $*$ साहचर्य है

(iv) N में * का तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए ।

(v) N के कौन-से अवयव * संक्रिया के लिये व्युत्क्रमणीय हैं ?

 वीडियो उत्तर देखें

6. माना परिमेय संख्या में समुच्चय \mathbb{Q} में निम्न प्रकार से परिभाषित * एक द्विआधारी संक्रिया है -

$$(i) a * b = a - b \quad (ii) a * b = a^2 + b^2$$

$$(iii) a * b = a + ab \quad (iv) a * b = (a - b)^2$$

$$(v) a * b = \frac{ab}{4} \quad (vi) a * b = ab^2$$

ज्ञात कीजिए कि इनमें से कौन-सी संक्रियाएँ क्रमविनिमेय और कौन-सी साहचर्य हैं ? यदि इनमें से किसी का तत्समक है, तो वह भी बताइए ।

 वीडियो उत्तर देखें

7. माना $A = N \times N$ है तथा A में $(a, b) * (c, d) = (a + c, b + d)$ द्वारा परिभाषित एक द्विआधारी संक्रिया है। सिद्ध कीजिए कि $*$ क्रमविनिमेय और साहचर्य है। A में $*$ का तत्समक अवयव, यदि कोई है, तो ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

8. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य है या असत्य हैं। कारण भी बताइए।

(i) समुच्चय N में किसी भी स्वेच्छ द्विआधारी संक्रिया $*$ के लिये

$$a * a = a \forall a \in N$$

(ii) यदि N में $*$ एक क्रमविनिमेय द्विआधारी संक्रिया है, तो

$$a * (b * c) = (a * b) * c$$

 वीडियो उत्तर देखें

9. यदि N में $*$ एक द्विआधारी संक्रिया $a * b = a^3 + b^3$ से परिभाषित है, तो निम्नलिखित में से सही उत्तर बताइए -

- A. $*$ साहचर्य और क्रमविनिमेय दोनों है।
- B. $*$ क्रमविनिमेय है किन्तु साहचर्य नहीं है।
- C. $*$ साहचर्य है किन्तु क्रमविनिमेय नहीं है।
- D. $*$ न तो क्रमविनिमेय है और न साहचर्य है।

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

प्रश्नावली 1 D बहुविकल्पीय प्रश्न

1. समतल में स्थित सरल रेखाओं में सम्बन्ध 'समान्तर है' होता है -

- A. केवल स्वतुल्य सम्बन्ध
- B. केवल सममित सम्बन्ध
- C. केवल संक्रामक सम्बन्ध
- D. तुल्यता सम्बन्ध

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

2. समतल में स्थित सरल रेखाओं में सम्बन्ध ' लम्ब है ' होता है -

- A. स्वतुल्य
- B. सममित
- C. संक्रामक
- D. तुल्यता

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

3. समतल में स्थित सभी त्रिभुजों में सम्बन्ध समरूप है -

- A. स्वतुल्य, सममित , संक्रमक
- B. स्वतुल्य, संक्रमक है, सममित नहीं
- C. सममित, संक्रमक है, स्वतुल्य नहीं
- D. इनमें से कोई नहीं ।

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

4. यदि $f: N \rightarrow N$ जहाँ $f(x) = x^2, \forall x \in N$, तो f है -

A. बहुएकैकी

B. एकैकी

C. आच्छादक

D. इनमें से कोई नहीं ।

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

5. फलन f निम्न प्रकार परिभाषित है -

$$\begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

f का परिसर है -

A. {1,0}

B. {0,-1}

C. {1,-1}

D. {1,0,-1}

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

6. यदि $f: R \rightarrow A$, जहाँ $A = [-1, 1]$, इस प्रकार परिभाषित है कि

$f(x) = \cos x$ है, तो f है -

A. आच्छादक

B. एकैकी

C. बहुएकैकी

D. इनमें से कोई नहीं

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

7. यदि $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ इस प्रकार परिभाषित है कि

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & n \text{ is odd} \\ \frac{n}{2} & n \text{ is even} \end{cases}$$

तो फलन f है -

- A. एकैकी अन्तःक्षेपी
- B. एकैकी आच्छादक
- C. बहुएकैकी अन्तःक्षेपी
- D. बहुएकैकी आच्छादक

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

8. यदि $f: R \rightarrow R$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x) = 2x + 5$ तथा यह व्युत्क्रमणीय है, तो $f^{-1}(x)$ है -

A. $\frac{x - 5}{2}$

B. $\frac{x - 2}{5}$

C. $\frac{x + 5}{2}$

D. इनमें से कोई नहीं ।

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

9. यदि द्विआधारी संक्रिया $*$, प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N पर इस प्रकार परिभाषित है कि $a * b = a$ और b का ल ० स० प० , तो $12 * 18$ का मान है

-

A. 6

B. 24

C. 36

D. इनमें से कोई नहीं ।

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

10. यदि द्विआधारी संक्रिया $*$ प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N पर इस प्रकार परिभाषित है कि $a * b = a^b$, तो संक्रिया है -

A. क्रमविनिमेय

B. साहचर्य

C. क्रमविनिमेय और साहचर्य

D. इनमें से कोई नहीं ।

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

प्रश्नावली 1 E विविध प्रतियोगी परीक्षाओं हेतु प्रश्न

1. एक सम्बन्ध $R = \{(x, y) : x, y \in A \quad x < y\}$ समुच्चय $A = \{1,2,3,4,5\}$ पर परिभाषित है, सम्बन्ध R है -

A. स्वतुल्य

B. सममित

C. संक्रमक

D. तुल्यता

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

2. यदि R और S समुच्चय A पर दो अरिक्त सम्बन्ध हैं, तो असत्य कथन है -

A. R और S स्वतुल्य हैं, तो $R \cup S$ भी स्वतुल्य है

B. R और S सममित हैं, तो $R \cup S$ भी सममित है

C. R और S संक्रामक हैं, तो $R \cap S$ भी संक्रामक है

D. R और S संक्रामक हैं, तो $R \cup S$ भी संक्रामक है

Answer: C

 उत्तर देखें

3. यदि $f(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$, तो $f(2x)$ बराबर है -

A. $\frac{1 + f(x)}{3 + f(x)}$

B. $\frac{1 + 3f(x)}{3 + f(x)}$

C. $\frac{3 + f(x)}{1 + f(x)}$

D. $\frac{1 + 3f(x)}{3 - f(x)}$

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

4. यदि $n(A) = 3$ और $n(B) = 4$, तो A से B पर एकैकी फलनों की संख्या है -

A. 12

B. 24

C. 36

D. इनमें से कोई नहीं ।

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

5. माना $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$, तो $(f \circ f)x = x$ होगा, यदि $d = ?$ -

A. a

B. -a

C. b

D. -b

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

6. माना $f(x) = (x + 1)^2 - 1, x \geq -1$ है । समुच्चय

$S = \{x : f(x) = f^{-1}(x)\}$ है -

A. $\left\{ 0, -1, \frac{-3 \pm I\sqrt{3}}{2} \right\}$

B. $\{0,1,-1\}$

C. $\{0,-1\}$

D. $\{\}$

Answer: C

 उत्तर देखें

7. यदि $n(A) = 10$, तो A से A पर विभिन्न फलनों की कुल संख्या होगी -

A. $10!$

B. 10^{10}

C. 2^{10}

D. $2^{10} - 1$

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

8. यदि $g\{f(x)\} = |\sin x|$ और $f\{g(x)\} = (\sin \sqrt{x})^2$ तो -

A. $f(x) = \sin^2 x, g(x) = \sqrt{x}$

B. $f(x) = \sin x, g(x) = |x|$

C. $f(x) = x^2, g(x) = \sin \sqrt{x}$

D. $f(x)$ और $g(x)$ को ज्ञात नहीं किया जा सकता है ।

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

9. यदि फलन $f: A \rightarrow B$ एकैकी आच्छादक तथा $g: B \rightarrow A$, फलन f का व्युत्क्रम है, तो $f \circ g$ बराबर है -

A. f

B. g

C. I_A

D. I_B

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

10. यदि $f(x) = (ax^2 + b)^3$ तथा $f\{g(x)\} = g\{f(x)\}$, तो फलन $g(x)$ है -

A. $\left(\frac{x^{1/3} - b}{a}\right)^{1/2}$

B. $\frac{1}{(ax^2 + b)^3}$

C. $\frac{1}{(ax^2 + b)^{1/3}}$

D. इनमें से कोई नहीं ।

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

एन० सी० आर० टी० प्रश्न प्रश्नावली 1 1

1. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य , सममित तथा संक्रमक हैं

(i) समुच्चय $A = \{1, 2, 3, \dots, 13, 14\}$ में सम्बन्ध R , इस प्रकार परिभाषित है कि

$$R = \{(x, y) : 3x - y = 0\}$$

(ii) प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N में

$R\{(x, y) : y = x + 5 \quad x < 4\}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R .

(iii) समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में $R = \{(x, y) : y \text{ भाज्य है } x \text{ से } \}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R है ।

(iv) समस्त पूर्णाकों के समुच्चय Z में

$R = \{(x, y) : x - y \text{ एक पूर्णांक है}\}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R .

(v) किसी विशेष समय पर किसी नगर के निवासियों के समुच्चय में निम्नलिखित

सम्बन्ध R

(a) $R = \{(x, y) : x \text{ तथा } y \text{ एक ही स्थान पर कार्य करते हैं}\}$

(b) $R = \{(x, y) : x \text{ तथा } y \text{ एक ही मोहल्ले में रहते हैं}\}$

(c) $R = \{(x, y) : x, y \text{ से ठीक-ठीक } 7 \text{ सेमी लंबा है}\}$

(d) $R = \{(x, y) : x, y \text{ कि पत्नी है}\}$

(e) $R = \{(x, y) : x, y \text{ के पिता हैं}\}$



वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में

$R = \{(x, b) : a \leq b^2\}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R , न, तो स्वतुल्य है, न

सममित हैं और न ही संक्रमक है ।



वीडियो उत्तर देखें

3. जाँच कीजिए कि क्या समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में $R = \{(a, b) : b = a + 1\}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R स्वतुल्य, सममित या संक्रमक है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए कि R में $R = \{(a, b) : a \leq b\}$, द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R स्वतुल्य तथा संक्रमक है, किन्तु सममित नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. जाँच कीजिए कि क्या R में $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध स्वतुल्य, सममित अथवा संक्रमक है ?

 वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $R = \{(1, 2), (2, 1)\}$ द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध R सममित है, किन्तु न तो स्वतुल्य है और न संक्रमक है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिए कि किसी कॉलेज के पुस्तकालय की समस्त पुस्तकों के समुच्चय A में $R = \{(x, y) : x \text{ } y\}$ द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध R एक तुल्यता सम्बन्ध है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिए कि $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \}$ में, $R = \{(a, b) : |a - b| \}$ द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध R एक तुल्यता सम्बन्ध

है। प्रमाणित कीजिए कि $\{1, 3, 5\}$ के सभी अवयव एक दूसरे से सम्बन्धित हैं और समुच्चय $\{2, 4\}$ के सभी अवयव एक दूसरे से सम्बन्धित हैं परन्तु $\{1, 3, 5\}$ का कोई भी अवयव $\{2, 4\}$ के किसी अवयव से सम्बन्धित नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

9. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $A = \{x \in \mathbb{Z} : 0 \leq x \leq 12\}$, में दिए गए निम्नलिखित सम्बन्धों R में से प्रत्येक एक तुल्यता सम्बन्ध है :

(i) $R = \{(a, b) : |a - b|, 4 \text{ का एक गुणज है}\}$,

(ii) $R = \{(a, b) : a = b\}$,

प्रत्येक दशा में 1 से सम्बन्धित अवयवों को ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

10. ऐसे सम्बन्ध का उदाहरण दीजिये, जो

(i) सममित हो परन्तु न तो स्वतुल्य हो और न संक्रमक हो।

(ii) संक्रमक हो परन्तु न तो स्वतुल्य हो और न सममित हो ।

(iii) स्वतुल्य तथा सममित हो किन्तु सममित न हो ।

(iv) स्वतुल्य तथा संक्रमक हो किन्तु सममित न हो ।

(v) सममित तथा संक्रमक हो किन्तु स्वतुल्य न हो ।



वीडियो उत्तर देखें

11. सिद्ध कीजिए कि किसी समतल में स्थिति बिंदुओं के समुच्चय में , $R = \{(P, Q) : \text{बिन्दु } P \text{ की मूल-बिन्दु से दूरी, बिन्दु } Q \text{ की मूल बिन्दु से दूरी के समान है} \}$ द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध है । पुनः सिद्ध कीजिए कि बिन्दु $P \neq (0, 0)$ से सम्बन्धित सभी बिंदुओं का समुच्चय P से होकर जाने वाले एक ऐसे वृत्त को निरूपित करता है, जिसका केन्द्र मूल बिन्दु पर है ।



वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिए कि समस्त त्रिभुजों के समुच्चय A में, $R = \{(T_1, T_2) : T_1, T_2 \text{ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R एक तुल्यता सम्बन्ध है। भुजाओं 3, 4, 5 वाले समकोण त्रिभुज } T_1, \text{ भुजाओं 5, 12, 13 वाले समकोण त्रिभुज } T_2 \text{ तथा भुजाओं 6, 8, 10 वाले समकोण त्रिभुज } T_3 \text{ पर विचार कीजिए। } T_1, T_2 \text{ और } T_3 \text{ में से कौन-से त्रिभुज परस्पर सम्बन्धित हैं?}$



वीडियो उत्तर देखें

13. सिद्ध कीजिए कि समस्त बहुभुजों के समुच्चय A में, $R = \{(P_1, P_2) : P_1, P_2 \text{ प्रकार से परिभाषित सम्बन्ध पर तुल्यता सम्बन्ध है। 3, 4, और 5 लंबाई की भुजाओं वाले समकोण त्रिभुज से सम्बन्धित समुच्चय A के सभी अवयवों का समुच्चय ज्ञात कीजिए।}$



वीडियो उत्तर देखें

14. मान लीजिए कि XY-तल में स्थित समस्त रेखाओं का समुच्चय L है और L में $R = \{(L_1, L_2) : L_1 \quad L_2 \quad \}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R है । सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता सम्बन्ध हैं । रेखा $y = 2x + 4$ से सम्बन्धित समस्त रेखाओं का समुच्चय ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

15. मान लीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3, 4\}$ में, $R = \{(1, 2), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (1, 3), (3, 3), (3, 2)\}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R है । निम्नलिखित में से सही उत्तर चुनिए ।

A. R स्वतुल्य तथा सममित है किन्तु संक्रामक नहीं है ।

B. R स्वतुल्य तथा संक्रामक है किन्तु सममित नहीं है ।

C. R सममित तथा संक्रामक है किन्तु स्वतुल्य नहीं है ।

D. R एक तुल्यता सम्बन्ध है ।

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

16. मान लीजिए कि समुच्चय N में, $R = \{(a, b) : a = b - 2, b > 6\}$

द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध R है। निम्नलिखित में से सही उत्तर चुनिए :

A. $(2, 4) \in R$

B. $(3, 8) \in R$

C. $(6, 8) \in R$

D. $(8, 7) \in R$

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

1. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = \frac{1}{x}$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R_* \rightarrow R_*$ एकैकी तथा आच्छादक है, जहाँ R_* सभी ऋणेतर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है। यदि प्रांत R_* को N से बदल दिया जाए, जबकि सहप्रांत पूर्ववत् R_* ही रहे, तो भी क्या यह परिणाम सत्य होगा ?

 वीडियो उत्तर देखें

2. निम्नलिखित फलनों की एकैकी (Injective) तथा आच्छादी (Surjective)

गुणों की जाँच कीजिए :

(i) $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f: N \rightarrow N$ फलन है।

(ii) $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f: Z \rightarrow Z$ फलन है।

(iii) $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f: R \rightarrow R$ फलन है।

(iv) $f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त $f: N \rightarrow N$ फलन है ।

(v) $f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त $f: Z \rightarrow Z$ फलन है ।

 वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = [x]$, द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन $f: R \rightarrow R$, न तो एकैकी है और न आच्छादक है, जहाँ $[x]$, x से कम या उसके बराबर महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता है ।

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = |x|$, द्वारा प्रदत्त मापांक फलन $f: R \rightarrow R$ न तो एकैकी है और न आच्छादक है, जहाँ $|x|$ बराबर x , यदि x धन या शून्य है तथा $|x|$ बराबर $-x$, यदि x ऋण है ।

 वीडियो उत्तर देखें

5. सिद्ध कीजिए कि $f: R \rightarrow R$,

$$f(x) = \begin{cases} (1, & x > 0) \\ (0, & x = 0) \\ (-1, & x < 0) \end{cases},$$

द्वारा प्रदत्त चिह्न फलन न तो एकैकी है और न आच्छादक है ।

 वीडियो उत्तर देखें

6. मान लीजिए कि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ तथा

$f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$ A से B तक एक फलन है । सिद्ध कीजिए कि

f एकैकी है ।

 वीडियो उत्तर देखें

7. निम्नलिखित में से प्रत्येक स्थिति में बतलाइए कि क्या दिए हुए फलन एकैकी ,

आच्छादक अथवा एकैकी आच्छादी (bijective) हैं । अपने उत्तर का औचित्य भी

बतलाइए ।

(i) $f(x) = 3 - 4x$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \rightarrow R$ है।

(ii) $f(x) = 1 + x^2$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \rightarrow R$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. मान लीजिए कि A तथा B दो समुच्चय हैं। सिद्ध कीजिए कि $f: A \times B \rightarrow B \times A$, इस प्रकार कि $f(a, b) = (b, a)$ एक एकैकी आच्छादी (bijective) फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

9. मान लीजिए कि समस्त $n \in N$ के लिए,
 $f(n) = \left(\frac{n+1}{2}, n \right), \left(\frac{n}{2}, n \right)$
द्वारा परिभाषित एक फलन $f: N \rightarrow N$ है। बतलाइए कि क्या फलन f एकैकी आच्छादी (bijective) है। अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।

 वीडियो उत्तर देखें

10. मान लीजिए कि $A = \mathbb{R} - \{3\}$ तथा $B = \mathbb{R} - \{1\}$ हैं। $f(x) = \left(\frac{x - 2}{x - 3} \right)$

द्वारा परिभाषित फलन $f: A \rightarrow B$ पर विचार कीजिए। क्या f एकैकी तथा

आच्छादक है? अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।



वीडियो उत्तर देखें

11. मान लीजिए कि $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4$ द्वारा परिभाषित है। सही उत्तर का चयन कीजिए।

- A. f एकैकी आच्छादक है
- B. f बहुएकैकी आच्छादक है
- C. f एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है
- D. f न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

12. मान लीजिए कि $f(x) = 3x$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \rightarrow R$ है ।

सही उत्तर चुनिए :

- A. f एकैकी आच्छादक है
- B. f बहुएकैकी आच्छादक है
- C. f एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है
- D. f न तो एकैकी है और न आच्छादक है ।

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

1. मान लीजिए कि $f: \{1, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 5\}$ तथा $g: \{1, 2, 5\} \rightarrow \{1, 3\}$, $f = \{(1, 2), (3, 5), (4, 1)\}$ तथा $g = \{(1, 3), (2, 3), (5, 1)\}$ द्वारा प्रदत्त हैं। $g \circ f$ ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिए कि f, g तथा h, R से R तक दिए फलन हैं। सिद्ध कीजिए कि

$$(f + g)oh = foh + goh$$

$$(f \cdot g)oh = (foh) \cdot (goh)$$

 वीडियो उत्तर देखें

3. $g \circ f$ तथा $f \circ g$ ज्ञात कीजिए , यदि

(i) $f(x) = |x|$ तथा $g(x) = |5x - 2|$

(ii) $f(x) = 8x^3$ तथा $g(x) = x^{1/3}$

 वीडियो उत्तर देखें

4. यदि $f(x) = \frac{(4x + 3)}{(6x - 4)}$, $x \neq \frac{2}{3}$, तो सिद्ध कीजिए कि सभी $x \neq \frac{2}{3}$

के लिए $f \circ f(x) = x$ है। f का प्रतिलोम फलन क्या है ?

 वीडियो उत्तर देखें

5. कारण सहित बतलाइए कि क्या निम्नलिखित फलनों के प्रतिलोम हैं :

(i) $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{10\}$ जहाँ

$$f = \{(1, 10), (2, 10), (3, 10), (4, 10)\}$$

(ii) $g: \{5, 6, 7, 8\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ जहाँ

$$g = \{(5, 4), (6, 3), (7, 4), (8, 2)\}$$

(iii) $h: \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{7, 9, 11, 13\}$ जहाँ

$$h = \{(2, 7), (3, 9), (4, 11), (5, 13)\}$$

 वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि $f: [-1, 1] \rightarrow R, f(x) = \frac{x}{(x+2)}$, द्वारा प्रदत्त

फलन एकैकी है। फलन $f: [-1, 1] \rightarrow (f \text{ का परिसर })$, का प्रतिलोम

फलन ज्ञात कीजिए। (संकेत $y \in$ परिसर f के लिए, $[-1, 1]$ के किसी x के

$$\text{अंतर्गत } y = f(x) = \frac{x}{x+2}, \text{ अर्थात } x = \frac{2y}{(1-y)})$$

 वीडियो उत्तर देखें

7. $f(x) = 4x + 3$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \rightarrow R$ पर विचार कीजिए।

सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है। f का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

8. $f(x) = x^2 + 4$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R_+ \rightarrow [4, \infty)$ पर विचार कीजिए । सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है तथा f का प्रतिलोम $f^{-1}, f^{-1}(y) = \sqrt{y - 4}$, द्वारा प्राप्त होता है, जहाँ R_+ सभी ऋणोत्तर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है ।

 वीडियो उत्तर देखें

9. $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R_+ \rightarrow [-5, \infty)$ पर विचार कीजिए । सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है तथा $f^{-1}(y) = \left(\left(\frac{\sqrt{y + 6} - 1}{3} \right) \right)$ है ।

 वीडियो उत्तर देखें

10. मान लीजिए कि $f: X \rightarrow Y$ एक व्युत्क्रमणीय फलन है। सिद्ध कीजिए कि f का प्रतिलोम फलन अद्वितीय (unique) है। (संकेत : कल्पना कीजिए कि f के दो प्रतिलोम फलन g_1 तथा g_2 हैं। तब सभी $y \in Y$ के लिए $fog_1(y) = I_Y(y) = fog_2(y)$ है। अब f के एकैकी गन का प्रयोग कीजिए)

 वीडियो उत्तर देखें

11. $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{a, b, c\}$, $f(1) = a$, $f(2) = b$ तथा $f(3) = c$ द्वारा प्रदत्त फलन पर विचार कीजिए। f^{-1} ज्ञात कीजिए और सिद्ध कीजिए कि $(f^{-1})^{-1} = f$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. मान लीजिए कि $f: X \rightarrow Y$ एक व्युत्क्रमणीय फलन हैं, सिद्ध कीजिए कि f^{-1} का प्रतिलोम f है अर्थात $(f^{-1})^{-1} = f$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

13. यदि $f: R \rightarrow R$, $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$, द्वारा प्रदत्त है, तो $f \circ f(x)$ बराबर है:

A. $x^{1/3}$

B. x^3

C. x

D. $(3 - x^3)$

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

14. मान लीजिए कि $f(x) = \frac{4x}{3x + 4}$ द्वारा परिभाषित एक फलन

$f: R - \left\{ -\frac{4}{3} \right\} \rightarrow R$ है। f का प्रतिलोम, अर्थात प्रतिचित्र (Map) $g:$

परिसर $f \rightarrow R - \left\{ -\frac{4}{3} \right\}$ निम्नलिखित में से किसके द्वारा प्राप्त होगा ?

A. $g(y) = \frac{3y}{3 - 4y}$

B. $g(y) = \frac{4y}{4 - 3y}$

C. $g(y) = \frac{4y}{3 - 4y}$

D. $g(y) = \frac{4y}{4 - 3y}$

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

1. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया $*$ से एक द्विआधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं। उस दशा में जब $*$ एक द्विआधारी संक्रिया नहीं है, औचित्य भी बतलाइए।

(i) Z^+ में, $a * b = a - b$ द्वारा परिभाषित संक्रिया $*$

(ii) Z^+ में, $a * b = ab$ द्वारा परिभाषित संक्रिया $*$

(iii) R में, संक्रिया $*$, $a * b = ab^2$ द्वारा परिभाषित

(iv) Z^+ में संक्रिया $*$, $a * b = |a - b|$ द्वारा परिभाषित

(v) Z^+ में, संक्रिया $*$, $a * b = a$ द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

2. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्विआधारी संक्रिया $*$ के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या $*$ द्विआधारी क्रमविनिमेय है तथा क्या $*$ साहचर्य है।

(i) Z में, $a * b = a - b$ द्वारा परिभाषित

(ii) Q में, $a * b = ab + 1$ द्वारा परिभाषित

(iii) \mathbb{Q} में, $a * b = \frac{ab}{2}$ द्वारा परिभाषित

(iv) Z^+ में, $a * b = 2^{ab}$ द्वारा परिभाषित

(v) Z^+ में, $a * b = a^b$ द्वारा परिभाषित

(vi) $R - \{-1\}$ में, $a * b = \frac{a}{b+1}$ द्वारा परिभाषित

 वीडियो उत्तर देखें

3. समुच्चय $\{1,2,3,4,5\}$ में $a \wedge b =$ निम्नतम $\{a, b\}$ द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रिया पर विचार कीजिए। संक्रिया \wedge के लिए संक्रिया सारणी लिखिए।

 वीडियो उत्तर देखें

4. समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ में, निम्नलिखित संक्रिया सारणी (सारणी 1.1) द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रिया $*$ पर विचार कीजिए तथा

(i) $(2 * 3) * 4$ तथा $2 * (3 * 4)$ का परिकलन कीजिए।

(ii) क्या * क्रमविनिमेय है ?

(iii) $(2 * 3) * (4 * 5)$ का परिकलन कीजिए ।

(संकेत : निम्न सारणी का प्रयोग कीजिए ।)

सारणी 1.1

सारणी 1.1

*	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1
2	1	2	1	2	1
3	1	1	3	1	1
4	1	2	1	4	1
5	1	1	1	1	5

 वीडियो उत्तर देखें

5. मान लीजिए कि समुच्चय $\{1,2,3,4,5\}$ में एक द्विआधारी संक्रिया * ' , $a * 'b = a$ तथा b का HCF द्वारा परिभाषित है । क्या संक्रिया * ' उर्पयुक्त प्रश्न 4 में परिभाषित संक्रिया * के समान है ? अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए ।

 वीडियो उत्तर देखें

6. मान लीजिए कि N में एक द्विआधारी संक्रिया $*$, $a * b = a$ तथा b का LCM द्वारा परिभाषित है। निम्नलिखित ज्ञात कीजिए :

(i) $5 * 7, 20 * 16$

(ii) क्या संक्रिया $*$ क्रमविनिमेय है?

(iii) क्या $*$ साहचर्य है ?

(iv) N में $*$ का तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए।

(v) N के कौन से अवयव $*$ संक्रिया के लिए व्युत्क्रमणीय हैं ?

 वीडियो उत्तर देखें

7. क्या समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ में $a * b = a$ तथा b का LCM द्वारा परिभाषित $*$ एक द्विआधारी संक्रिया है ? अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।

 वीडियो उत्तर देखें

8. मान लीजिए कि N में $a * b = a$ तथा b का H.C.F. द्वारा परिभाषित एक द्विआधारी संक्रिया है। क्या $*$ क्रमविनिमेय है? क्या $*$ साहचर्य है? क्या N में इस द्विआधारी संक्रिया के तत्समक का अस्तित्व है?

 वीडियो उत्तर देखें

9. मान लीजिए कि परिमेय संख्याओं के समुच्चय Q में निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित $*$ एक द्विआधारी संक्रिया है :

$$(i) a * b = a - b \quad (ii) a * b = a^2 + b^2$$

$$(iii) a * b = a + ab \quad (iv) a * b = (a - b)^2$$

$$(v) a * b = \frac{a^b}{4} \quad (vi) a * b = ab^2$$

ज्ञात कीजिए कि इनमें से कौन-सी संक्रियाएँ क्रमविनिमेय हैं और कौन - सी साहचर्य हैं?

 वीडियो उत्तर देखें

10. प्रश्न 9 में दी गई संक्रियाओं में किसी का तत्समक है , वह बतलाइए ।

 वीडियो उत्तर देखें

11. मान लीजिए कि $A = N \times N$ है तथा A में $(a, b) * (c, d) = (a + c, + b + d)$ द्वारा परिभाषित एक द्विआधारी क्रिया है । सिद्ध कीजिए कि $*$ क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है । A में $*$ का तत्समक अवयव, यदि कोई है, तो ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

12. बतलाइए कि क्या निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य हैं ? औचित्य भी बतलाइए ।

(i) समुच्चय N में किसी भी स्वेच्छ द्विआधारी संक्रिया $*$ के लिए

$$a * a = a, \forall a \in N$$

(ii) यदि N में $*$ एक क्रमविनिमेय द्विआधारी संक्रिया है, तो

$$a * (b * c) = (c * b) * a$$



वीडियो उत्तर देखें

13. $a * b = a^3 + b^3$ प्रकार से परिभाषित N में के द्विआधारी संक्रिया $*$ पर विचार कीजिए। अब निम्नलिखित में से सही उत्तर का चयन कीजिए :

- (a) $*$ साहचर्य तथा क्रमविनिमेय दोनों है
- (b) $*$ क्रमविनिमेय है किन्तु साहचर्य नहीं है
- (c) $*$ साहचर्य है किन्तु क्रमविनिमेय नहीं है
- (d) $*$ न तो क्रमविनिमेय है और न साहचर्य है



वीडियो उत्तर देखें

विविध प्रश्नावली

1. मान लीजिए कि $f: R \rightarrow R$, $f(x) = 10x + 7$ द्वारा परिभाषित फलन है । एक ऐसा फलन $g: R \rightarrow R$ ज्ञात कीजिए जिसके लिए $gof = fog = I_R$ हो ।

 वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिए कि $f: W \rightarrow W$, $f(n) = n - 1$ यदि n विषम है तथा $f(n) = n + 1$ यदि n सम है, द्वारा परिभाषित है । सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है । f का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए । यहाँ W समस्त पूर्णाकों का समुच्चय है ।

 वीडियो उत्तर देखें

3. यदि $f: R \rightarrow R$ जहाँ $f(x) = x^2 - 3x + 2$ द्वारा परिभाषित है, तो $f(f(x))$ ज्ञात कीजिए ।

A. $x^4 - 6x^3 + 10x^2 - x$

B. $x^4 + 6x^3 + 10x^2 - x$

C. $x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 30x$

D. इनमे से कोई नहीं

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए कि $f: R \rightarrow \{x \in R: -1 < x < 1\}$ जहाँ

$$f(x) = \frac{x}{1 + |x|}, x \in R \text{ द्वारा परिभाषित फलन एकैकी तथा आच्छादक है}$$

|



वीडियो उत्तर देखें

5. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \rightarrow R$ एकैक (Injective) है ।

 वीडियो उत्तर देखें

6. दो फलनों $f: N \rightarrow Z$ तथा $g: Z \rightarrow Z$ के उदाहरण दीजिए जो इस प्रकार हों कि , $g \circ f$ एकैकी है परन्तु g एकैकी नहीं है । (संकेतन : $f(x) = x$ तथा $g(x) = |x|$ पर विचार कीजिए ।)

 वीडियो उत्तर देखें

7. दो फलनों $f: N \rightarrow N$ तथा $g: N \rightarrow N$ के उदाहरण दीजिए , जो इस प्रकार हों कि, $g \circ f$ आच्छादक है किन्तु f आच्छादक नहीं है ।

(संकेत : $f(x) = x + 1$ तथा $g(x) = \begin{cases} x - 1, & x > 1 \\ 1, & x = 1 \end{cases}$ पर विचार कीजिए ।)



वीडियो उत्तर देखें

8. एक अतिरिक्त समुच्चय X दिया हुआ है। $P(X)$ जो कि X के समस्त उपसमुच्चयों का समुच्चय है, पर विचार कीजिए। निम्नलिखित तरह से $P(X)$ में एक सम्बन्ध R परिभाषित कीजिए : $P(X)$ में उपसमुच्चयों A, B के लिए, $A^R B$, यदि और केवल यदि $A \subset B$ है। क्या R , $P(X)$ में एक तुल्यता सम्बन्ध है ? अपने उत्तर का औचित्य भी लिखिए।



वीडियो उत्तर देखें

9. किसी प्रदत्त अतिरिक्त समुच्चय X के लिए एक द्विआधारी संक्रिया $*$: $P(X) \times P(X) \rightarrow P(X)$ पर विचार कीजिए, जो $A * B = A \cap B, \forall A, B \in P(X)$ द्वारा परिभाषित है, जहाँ $P(X)$ समुच्चय X का घात समुच्चय (Power set) है। सिद्ध कीजिए कि इस संक्रिया

का तत्समक अवयव X है तथा संक्रिया $*$ के लिए $P(X)$ में केवल X व्युत्क्रमणीय अवयव है ।

 वीडियो उत्तर देखें

10. समुच्चय $\{1,2,3,\dots,n\}$ से स्वयं तक के समस्त आच्छादक फलनों कि संख्या ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

11. मान लीजिए कि $S = \{a, b, c\}$ तथा $T = \{1, 2, 3\}$ है । S से T तक के निम्नलिखित फलनों F के लिए F^{-1} ज्ञात कीजिए , यदि उसका अस्तित्व है :

(i) $F = \{(a, 3), (b, 2), (c, 1)\}$

(ii) $F = \{(a, 2), (b, 1), (c, 1)\}$

 वीडियो उत्तर देखें

12. $a * b = |a - b|$ तथा $aob = a, \forall a, b \in R$ द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रियाओं $* : R \times R \rightarrow R$ तथा $o : R \times R \rightarrow R$ पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि $*$ क्रमविनिमेय है परन्तु साहचर्य नहीं है, o साहचर्य है परन्तु क्रमविनिमेय है नहीं है। पुनः सिद्ध कीजिए कि सभी $a, bc \in R$ के लिए $a * (boc) = (a * b)o(a * c)$ है। यदि ऐसा होता है, तो हम कहते हैं कि संक्रिया $*$ संक्रिया o पर विपरित (Distributes) होती है? क्या o संक्रिया $*$ पर विपरित होती है? अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।



वीडियो उत्तर देखें

13. किसी प्रदत्त अरिक्त समुच्चय X के लिए मान लीजिए कि $* : P(X) \times P(X) \rightarrow P(X)$, जहाँ $A * B = (A - B) \cup (B - A), \forall A, B \in P(X)$ द्वारा परिभाषित है। सिद्ध कीजिए कि रिक्त समुच्चय ϕ संक्रिया $*$ का तत्समक है तथा $P(X)$ के समस्त अवयव A व्युत्क्रमणीय है, इस प्रकार कि $A^{-1} = A$.

(संकेत

$$: (A - \phi) \cup (\phi - A) = A$$

तथा

$$(A - A) \cup (A - A) = A * A = \phi$$



वीडियो उत्तर देखें

14. निम्नलिखित प्रकार से समुच्चय $\{0,1,2,3,4,5\}$ में एक द्विआधारी संक्रिया $*$ परिभाषित कीजिए

$$a * b = \begin{cases} a + b, & a + b < 6 \\ a + b - 6, & a + b \geq 6 \end{cases}$$

सिद्ध कीजिए कि शून्य (0) इस संक्रिया का तत्समक है तथा समुच्चय का प्रत्येक अवयव $a \neq 0$ व्युत्क्रमणीय है, इस प्रकार कि $6 - a$, a का प्रतिलोम है।



वीडियो उत्तर देखें

15. मान लीजिए कि $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{-4, -2, 0, 2\}$

और $f, g: A \rightarrow B$, क्रमशः $f(x) = x^2 - x$, $x \in A$ तथा

$g(x) = 2\left|x - \frac{1}{2}\right| - 1, x \in A$ द्वारा परिभाषित फलन हैं। क्या f तथा g

समान हैं? अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।

(संकेत : नोट कीजिए कि दो फलन $f: A \rightarrow B$ तथा $g: A \rightarrow B$ समान

कहलाते हैं यदि $f(a) = g(a) \forall a \in A$ हो।)



वीडियो उत्तर देखें

16. यदि $A = \{1, 2, 3\}$ हो तो ऐसे सम्बन्ध जिनमें अवयव $(1, 2)$ तथा $(1, 3)$ हों और जो स्वतुल्य तथा सममित हैं किन्तु संक्रामक नहीं है, की संख्या है :

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

17. यदि $A = \{ 1, 2, 3 \}$ हो तो अवयव (1,2) वाले तुल्यता सम्बन्धों की संख्या है :

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

18. मान लीजिए कि $f: R \rightarrow R$ है तब निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित चिह्न फलन (Signum Function) है :

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

तथा $g: R \rightarrow R, g(x) = [x]$, द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन है, जहाँ $[x]$, x से कम या x के बराबर पूर्णांक है, तो क्या $f \circ g$ तथा $g \circ f$ अंतराल $[0, 1]$ में संपाती [coincide] हैं ?



वीडियो उत्तर देखें

19. समुच्चय $\{a, b\}$ में द्विआधारी संक्रियाओं की संख्या है :

- A. 10
- B. 16
- C. 20
- D. 8

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें