

India's Number 1 Education App

MATHS

BOOKS - SHREE BALAJI MATHS (HINDI)

गणितीय आगमन का सिद्धांत

साधित उदाहरण

1. गणितीय आगमन सिदांत से सिद्ध कीजिये की

$$1+2+3+.... \ +n=rac{n(n+1)}{2}\, orall n \in N$$

🕞 वीडियो उत्तर देखें

2. गणितीय आगमन विधि से सिद्ध कीजिए n^2+n सभी $n\in N$ के लिए सम प्राकृत संख्या

है।



3. गणितीय आगमन सिद्धांत का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिये की

$$1+4+7+....(3n-2)=rac{n(3n-1)}{2}$$

🕞 वीडियो उत्तर देखें

4. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की

$$1^2+2^2+3^2+...n^2=rac{1}{6}n(n+1)(2n+1)\,orall\,n\in N$$



5. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की

$$1^2+2^3+...+n^3=rac{n(n+1)}{(2)^2}orall n\in N$$

🕞 वीडियो उत्तर देखें

 $(1^2+3^2+5^2+...+(2n-1)^2=rac{n(2n-1)(2n+1)}{3}\,orall\,n\in N$

 $rac{1}{1.2} + rac{1}{2.3} + ... + rac{1}{n(n+1)} = rac{n}{n+1} \, orall \, n \in N$

 $1.2 + 2.2^2 + 3.2^3 + ... + n.2^n = (n-1)2^{n+1} + 2$

10. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की

$$rac{1}{2.3} + rac{1}{3.4} + rac{1}{4.5} + ... + rac{1}{(n+1)(n+2)} = rac{n}{2(n+2)} orall n \in N$$



11. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की

$$(7+77+777+...777...7(n-$$
अंक $)=rac{7}{81}ig(10^{n+1}-9n-10ig)$



12. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की

$$\displaystyle rac{a^n+b^n}{2}>rac{a+b}{{(2)}^n}, n\in N$$
 a व b धनात्मक वास्तिविक संख्या है



13. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की

$$1+2+3+.... \ +n<rac{1}{8}(2n+1)^2$$



14. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की

$$\left(1+x
ight)^{n}>1+nx,\,,n\geq2$$
 तथा $x>\,-1,x
eq0$



15. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की $(2n+7) < (n+3)^2, \, n \in N$



16. n>1 के लिए सिद्ध कीजिये कि

(i)
$$n!<rac{n+1}{\left(2
ight)^n}$$
 जहाँ $n>1$ (ii) $rac{\left(2n
ight)!}{2^{2n}{\left(n!
ight)}^2}\leqrac{1}{\left(3n+1
ight)^{1/2}}$ जहाँ $n>1$



17. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की

$$rac{n^5}{5} + rac{n^3}{3} + rac{7n}{15}$$
 सभी $n \in N$ की लिए एक प्राकृत संख्या है



18. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की $\frac{n^7}{7} + \frac{n^5}{5} + \frac{2}{3}n^3 - \frac{n}{105}n \in N$ एक पूर्णांक है



19. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की

$$rac{n^{11}}{11} + rac{n^5}{5} + rac{n^3}{3} + rac{62n}{165}, n \in N$$
 एक धनात्मक पूर्णांक है



- A. 130 से
- B. 132 से
- C. 133 से
- D. इनमें से कोई नहीं

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

21. गणितीय आगमन सिद्धांत से

- $41^n-14^n,\ldots$ का गुणक है $n\in N$
 - A. 25
 - B. 27
 - C. 30
 - D. इनमें से कोई नहीं

Answer: B



22. सिद्ध कीजिये $n \in N$ की सभी मनो के लिए $7^{2n} + 16n - 1,\, 64$ से विभाजिये है



23. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की $3^{2n+2}-8n-9$ संख्या 8 से विभाजिये है



24. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की $x^n - y^n, (x - y)$ से विभाज्य है $n \in N$

1. गणितीय आगमन सिद्धांत का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिये की

$$a+ar+ar^2+...+ar^{n-1}=rac{a(1-r^n)}{1-r}$$
 यदि $r
eq 1$



2. यदि
$$u_1=1, u_2=1$$
 तथा $u_{n+2}=u_n, n\geq 1$

गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की
$$u_n=(1)\sqrt{5}igg[rac{1+\sqrt{5}}{2}igg]^n-rac{1-\sqrt{5}}{\left(2
ight)^n}$$

सभी n>1 के लिए



3. गणितीय आगमन की प्रथम सिद्धांत का प्रयोग करके सिद्धत कीजिये की

$$(ab)^n=a^nb^n\, orall n_n\in N$$



4. गणितीय आगमन का सिद्धांत प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिये की

$$\frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{7.9} + \dots + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{n}{3:(2n+3)}$$



5. गणितीय आगमन की सिद्धांत का प्रयोग करंट हुए सिद्ध कीजिये की

$$\frac{1}{1.4} + \frac{1}{4.7} + \frac{1}{7.10} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \left(\frac{n}{3n+1}\right)$$



अभ्यास प्रश्न

1. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये कि

$$1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1) = n^2$$



- 2. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये कि
- - $1.4.7 + 2.5.8 + 3.6.9 + \dots + n(n+3)(n+6) = \frac{n}{4}(n+1)(n+6)(n+7)$
 - 🕥 वीडियो उत्तर देखें
- 3. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये कि

 $[a+(a+d)+(a+2d)+...+[a+(n-1)d]=rac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

- वीडियो उत्तर देखें
- $3.2^2 + 3^2.2^3 + ... + 3^n 2n^{n+1} = \frac{12}{5}(6^n 1)$

4. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये कि

- 🔼 वीडियो उत्तर देखें
- 5. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये कि
- $1.3 + 2.3^{2} + 3^{3} + \ldots + n.3^{n} = \frac{(2n-1)3^{n+1} + 3}{4}$

6. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये कि

$$\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \ldots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1) = \frac{n}{2n+1}}$$



7. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये कि

$$\left(1+rac{3}{1}
ight)\!\left(1+rac{5}{4}
ight)\!\left(1+rac{7}{9}
ight)\!...\!\left(1+rac{2n+1}{2}
ight)=\left(n+1
ight)^2$$



- 8. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये कि
- 3.6 + 6.9 + 9.12 + ... + 3n(3n + 3) = 3n(n + 1)(n + 2)
 - 🕞 वीडियो उत्तर देखें

9. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये कि

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$$



10. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये कि

$$3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n = \frac{3(3^n - 1)}{2}$$



11. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की n(n+1)(2n+1) संख्या 6 से विभाज्य है $n\in N$



 $n \in N$



12. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की $7^{2n}+2^{3n-3}3^{n-1},$ 25 से विभाज्य है

	\sim		2
7 71	ाटगा	उत्तर	730
91	IPCII	2117	49

13. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की $5^{2n+2}-24n-25$ संख्या 576 से

विभाज्य है $n \in N$



14. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये 7^n-3^n संख्या 4 से विभाज्य है



15. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये $10^{2n-1}+1$ संख्या 11 से विभाज्य है



- **16.** गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये $x^n-y^n, x-y$ से विभाज्य है जहाँ $n\in N$
 - वीडियो उत्तर देखें

17. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये $\left(3^{3n}-26n-1\right),\,726$ से पूर्णतः विभाज्य है जहां $n\geq 2$



18. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की $1^2 + 2^2 + ... + n^2 > rac{n^3}{3} \, orall \, n \in N$



19. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की

$$1+2+3+...+n<\left(2n+1
ight)^2 orall n\in N$$

🕞 वीडियो उत्तर देखें

20. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिये की $n < 2^n \, orall \, n \in N$



- **21.** किस प्रकृत संख्या की लिए सवरसिमका $2^n>2n+1$ मान्य है
 - 🕞 वीडियो उत्तर देखें

- **22.** किस प्रकृत संख्या की लिए सवरसिमका $2^n > n^2$ मान्य है
 - 🕞 वीडियो उत्तर देखें

- 23. सिद्ध कीजिये की r क्रमागत प्रकृत संख्या का गुणनफल r! से विभजिया है
 - **ो** वीडियो उत्तर देखें

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

- **1.** n के किस मान के लिए $P(n)\!:\!1 imes1!+2 imes2!+3 imes3!+...+n imes n!=$

(n+1)! - 1 सत्य है

2. n के किस मान की लिए $3^n>4n$ सत्य है



3. n की किस मान की लिए कथन $2^n < 3n$ सत्य है



4. यदि n>1 की लिए $a_n=2^{2n}+1$ तब a_n का अंतिम अंक ज्ञात कीजिये



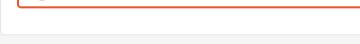
5. वह अंक ज्ञात कीजिये जिसके द्वारा $3^{2n+1}-8n-9$ पूर्णतः विभाजित है



वीडियो उत्तर देखें

6. $n \geq 1$ के सभी मानो के लिए $\dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{2.3} + \dfrac{1}{3.4} + ... + \dfrac{1}{n(n+1)}$ का

7. गणितीय आगमन के प्रथम सिद्धांत का प्रयोग करके $3^{2n}, n \in N$ में 8 से भाग देने पर शेषफल ज्ञात कीजिये



- **8.** सबसे छोटे धात्मक पूर्णक ज्ञात कीजिये लिए कथन $3^{n+1} < 4^n$ सत्य है
 - 🕞 वीडियो उत्तर देखें

वीडियो उत्तर देखें

योगफल ज्ञात कीजिये

- **9.** दर्शाइए की P(n) : $n^2 n + 41$ एक अभाज्य सांख्य है n=41 की लिए सत्य नहीं है
 - **ो** वीडियो उत्तर देखें

1. सिद्ध कीजिये की यदि P(n) कथन है n^2+n सम संख्या है और यदि P(r) सत्य है तब P(r+1) भी सत्य होगा



2. सिद्ध कीजिये की सभी $n \in N$ की लिए यदि $3^{2n}, 8$ से विभाजित किया जाता है तो शेषफल सददैव 1 होगा



बहुविकल्पीय प्रश्न

- **1.** यदि n एक धनात्मक पूर्णांक है तो 4^n-3n-1 विभाजित है -
 - A.2 से
 - B. 9 से

C. 18 से

D. 27 से

Answer: B



🕞 वीडियो उत्तर देखें

2. यदि $A=\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}$ तथा $I=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$ तब निम्न में से कौन सा विकल्प गणितीय आगमन के सिद्धांत से सभी $n\geq 1$ के लिए वैध है-

A. $A^n = 2^{n-1}A + (n-1)I$

 $\mathsf{B.}\,A^n=nA+(n-1)I$

 $\mathsf{C.}\,A^n=2^{n-1}A-(n-1)I$

 $\mathsf{D}.\,A^n=nA-(n-1)I$

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

3. मान लीजिये $S(k)=1+3+5+...+(2k-1)=3+k^2$ तब निम्न में से कौन

सा विकल्प सही है

A. S(1) सही है

B. S(k) = S(k+1)

C. S(k) = S(k+1)

D. इस सूत्र की उत्पति की लिए गणितीय आगमन के सिद्धांत का प्रयोग किया जा सकता है

Answer: b



4. यदि p(n) एक कथन इस प्रकार है की p(3) सत्य है मान लीजिये p(k) सत्य है

$$0 o (k+1)$$
 सत्य है $\,orall \, k \geq 3\,$ तब p(n) सत्य है

A. सभी n के लिए

B. $n \geq 3$ के लिए

C. $n \geq 4$ के लिए

D. इनमे से कोई नहीं

Answer: b



उत्तर देखें

5. मान लीजिये P(n) : n^2+n एक सम पूर्णांक है यदि P(k) सत्य है ightarrow P(k+1)

सत्य है जब P(n) सत्य है

A. n>1 के लिए

B. $n \in N$ के लिए

 $\mathsf{C}.\,n>2$ के लिए

D. इनमे से कोई नहीं

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

6.
$$2^{3n} - 7n - 1$$
 भाज्य है

- A. 64 से
- **B**. 36 से
- C. 49 से
- D. 25 से

Answer: C



🗖 वीडियो उत्तर देखें

7. $xig(x^{n-1}-nlpha^{n-1}ig)+lpha^n(n-1), (x-lpha)^2$ से भाज्य होगा

- A. n>1 के लिए
- $\mathsf{B.}\,n>2$ के लिए
- $\mathsf{C}.\,n\in N$ के लिए
- D. इनमें से कोई नहीं

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

8. सभी $n \in N$ के लिए (n+2)(n+3)(n+4)(n+5)(n+6) को विभाजित करने वाला महत्तम धनात्मक पूर्णक है

A. 4

B. 120

C. 240

D. 24

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

9. यदि P(n) : $2+4+6+...+2n, n\in N$ तब $P(k)=k(k+1)+2 o P(K+1)=(k+1)(k+2), \ orall k\in N$ के लिए

सत्य है इसलिए कथन P(n)=n(n+1)+2 सत्य है

A. $n \geq 1$ के लिए

B. $n \geq 2$ के लिए

C. $n \geq 3$ के लिए

D. इनमे से कोई नहीं

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

- 10. यदि m,n कोई दो विषम धनात्मक पूर्णक इस प्रकार है कि n < m तब $m^2 n^2$ रूप को संख्या को विभाजित करने वाले महत्तम धनात्मक पूर्णांक है
 - A. 4
 - B. 6
 - C. 8
 - D. 9

Answer: C



🕥 उत्तर देखें

11. यदि $P_n = \sqrt{7} + \sqrt{7} + \sqrt{7 +}$ करनी चिन्ह सहित तो $\, orall \, n \in N$

- A. $P_n > 4$
- B. $P_n n < 3$
- $\mathsf{C}.\,P_n < 4$
- D. इनमे से कोई नहीं

Answer: C



उत्तर देखें

- **12.** यदि $n \in N$ तो $3^{4n+2} + 5^{2n+1}$ गुणज है
 - A. 14 का

B. 16 का

C. 18 का

D. 20 का

Answer: A



🕞 वीडियो उत्तर देखें

13. यदि $n \in N$ तो $P_n = 2^{2n} + 1$ का अन्तिम अंक है

A. 3

B. 5

C. 7

D. इनमे से कोई नहीं

Answer: C



🕞 वीडियो उत्तर देखें

14. जब 5^{99} को 13 से विभाजित किया जाता है तो शेषफल होगा

A. 6

B. 8

C. 9

D. 10

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

15. यदि $n \in N$ तो निम्न में से कौन, 9 से विभाजित है

A. $8^{n} + 1$

B. $10^{n} + 1$

 $\mathsf{C.}\,4^n-3n-1$

D. $3^{2n} + 3n + 1$

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

16. $x^n + y^n$ विभाज्य है x + y से जबिक n

A. धनात्मक पूर्णांक है

B. धनात्मक विषम पूर्णांक है

C. धनात्मक सम पूर्णांक है

D. इनमे से कोई नहीं

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

17. यदि $A=egin{bmatrix}1&2\0&1\end{bmatrix}$ तो A^{10} बराबर है

A.
$$\begin{bmatrix} 1 & 2^{10} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c|c}
 & 1 \\
 & 1 \\
 & 1 \\
 & 1 \\
 & 0 \\
 & 2
\end{array}$$

$$\begin{array}{c|c}
 & 1 & 10 \\
 & 0 & 2
\end{array}$$

$$\begin{array}{c|c}
 & 20 \\
 & 0 & 1
\end{array}$$

Answer: D



18. प्राकृत संख्या n के लिए $\left(n! ight)^2>n^n$ यदि

A.
$$n \geq 2$$

$$\mathsf{B.}\, n > 4$$

$$\mathsf{C.}\, n \geq 4$$

D.
$$n \geq 3$$

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

19. धनात्मक पूर्णांक n के लिए $\left(1+x
ight)^{n}>1+nx, (x>0)$ जबिक

A. $n \leq 2$

B. $n \leq 1$

 $\mathsf{C.}\, n \geq 2$

D. $n \geq 4$

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

20. प्रत्येक प्राकृत संख्या n के लिए n(n+1)(2n+1) विभाज्य है

A. 4 से

B. 12 से

C. 6 से

D. इनमे से कोई नहीं

Answer: C



🕥 वीडियो उत्तर देखें

प्रारूप प्रश्न

- 1. गणितीय आगमन द्वारा सिद्ध कीजिये
- $1.3 + 2.3^2 + 3.3^3 + ... + n.3^n = \frac{(2n-1).3^{n+1} + 3}{4}$



2. गणितीय आगमन द्वारा सिद्ध कीजिये

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = n \frac{(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$$

🕞 वीडियो उत्तर देखें

3. गणितीय आगमन द्वारा सिद्ध कीजिये

$$\left\lceil \left(1+rac{3}{1}
ight)
ight
ceil \left\lceil \left(1+rac{5}{4}
ight)
ight
ceil \left\lceil \left(1+rac{7}{9}
ight)
ight
ceil... \left\lceil 1+rac{2n+1}{n^2}
ight
ceil =rac{\sin^2 nx}{\sin x}$$

🕞 वीडियो उत्तर देखें

- 4. गणितीय आगमन द्वारा सिद्ध कीजिये
- $(2n+7)>\left(n+3\right)^2$
 - वीडियो उत्तर देखें

5. गणितीय आगमन द्वारा सिद्ध कीजिये

$$1+2+3+...+n<rac{(2n+1)^2}{8}$$

🕞 वीडियो उत्तर देखें

- 6. सिद्ध कीजिये की
- $2^n > n$

7. सिद्ध कीजिये की

$$(2n+7)<\left(n+3\right)^2$$



8. सिद्ध कीजिये की

$$1^2 + 2^2 + 3^3 + \dots + n^2 > \frac{n^3}{3}$$



- **9.** सिद्ध कीजिये की (i) $ig(x^{2n}-y^{2n}ig), (x+y)$ से विभाज्य है
- (ii) $\left\{ x^{2n-1} + y^{2n-1}
 ight\}, (x+y)$ से भाज्य है
 - वीडियो उत्तर देखें

10. सिद्ध कीजिये की (i) $\{n(n+1)(n+5)\}$, 3 का गुणज है (ii) $\{3^{2n+2}-8n-9\}$, 8 से भाज्य है

सिद्ध

11.

13.

$$\left[\left(1+\frac{1}{1}\right)\right]\left[\left(1+\frac{1}{2}\right)\right]\left[\left(1+\frac{1}{3}\right)\right]...\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)\right]=n+1$$

$$1.3 + 3.5 + 5.7 + ... + (2n-1)(2n+1) = rac{1}{3}nig(4n^2 + 6n - 1ig)$$

कीजिये

12. सिद्ध कीजिये की $1.2+2.2^2+3.2^3+...+n.2^n=(n-1).2^{n+1}+2$

की

(i)

सिद्ध

विवेचनात्मक सोच वाले प्रश्न

1. सिद्ध कीजिये की
$$a+ar+ar^2+...+ar^{an-1}=rac{a(r^n-1)}{r-1}, r>1$$



2. गणितीय आगमन के सिद्धांत का प्रयोग करते हुए कीजिये की तीन क्रमागत प्रकृति संख्या के गांव का योग 9 से विभाज्य है

