



## MATHS

### BOOKS - SHREE BALAJI MATHS (HINDI)

#### सम्मिश्र संख्याएँ

#### उदाहरण

1. हल कीजिए -

$$(i) 2(i)^2 + 6i^3 + 3i^{16} - 6i^{19} + 4i^{25} \quad (ii) 5i^5 + 4i^4 + 3i^3 + 2i^2 + i$$



वीडियो उत्तर देखें

2. हल कीजिए -

$$(i) i^{998} \quad (ii) (\sqrt{-1})^{90}$$



वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि -

$$(i) 1 + i^{10} + i^{100} + i^{1000} = 2 \quad (ii) i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3} = 0 \forall n \in \mathbb{N}$$

$$(iii) 1 + i^{10} + i^{20} + i^{30} = 0 \quad (iv) \frac{1}{i} - \frac{1}{i^2} - \frac{1}{i^4} = 0$$

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए

$$\frac{1}{(1-i)^2} - \frac{1}{(1+i)^2} = i$$

 वीडियो उत्तर देखें

5. यदि  $2x + 3yi$  तथा  $2 + 9i$  एक ही सम्मिश्र संख्या को करते हैं तो  $x$  व  $y$  के मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

6. निम्नलिखित सम्मिश्र संख्याओं के वास्तविक व काल्पनिक मान ज्ञात कीजिए -

(i)  $3 - 4i$  (ii)  $-2 + \sqrt{3} \cdot i$  (iii)  $-3 - 4\sqrt{-1}$  (iv)  $-9$

 वीडियो उत्तर देखें

7.  $x$  व  $y$  के मान ज्ञात कीजिए।

(i)  $3x + (2x - y)i = 6 - 3i$  (ii)  $\left(\frac{3}{\sqrt{2}}x - 2\right) + 5\sqrt{2}yi = \sqrt{2}$

 वीडियो उत्तर देखें

8. निम्नलिखित सम्मिश्र संख्याओं के वास्तविक तथा काल्पनिक मानों को ज्ञात कीजिए।

(i)  $\sqrt{37} + \sqrt{-19}$  (ii)  $\frac{23 + 2i}{41}$

 वीडियो उत्तर देखें

9. दी गयी संख्याओं को  $x + iy$  के रूप में लिखें।

(i)  $z = \frac{2 + i}{(1 + i)(1 - 2i)}$  (ii)  $\frac{(1 + i)^3}{4 + 3i}$



वीडियो उत्तर देखें

10.  $x$  व  $y$  के मान ज्ञात कीजिए यदि  $(3x - 2iy)(2 + i)^2 = 10(1 + i)$

A.  $x = 4, y = 5$

B.  $x = \frac{14}{15}, y = \frac{1}{5}$

C.  $x = 4, y = 15$

D.  $x = 5, y = 15$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

11.  $-2 + 3i$  का योगात्मक प्रतिलोम (additive inverse) ज्ञात कीजिए।

A.  $2 - 3i$

B.  $2 + 3i$

C.  $3 - 3i$

D.  $-3i$

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

12. सम्मिश्र संख्याओं  $-\sqrt{3} + \sqrt{-2}$  तथा  $2\sqrt{3} - i$  का योग तथा गुणनफल ज्ञात कीजिए

|

 वीडियो उत्तर देखें

13.  $x$  तथा  $y$  के किन मानों के लिए निम्नलिखित संख्याएं सामान्य हैं

$x^2 - 7x + 9yi$  तथा  $y^2i + 20i - 12$

 वीडियो उत्तर देखें

14. सिद्ध कीजिए

$$(x^2 + a^2)^4 = (x^4 - 6x^2a^2 + a^4) + (4x^3a - 4xa^3)^2$$

 वीडियो उत्तर देखें

15. यदि  $(x + iy)^{1/3} = a + ib$  तब सिद्ध कीजिए  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 4(a^2 - b^2)$

 वीडियो उत्तर देखें

16. यदि  $x = -5 + 2\sqrt{-4}$  तब  $x^4 + 9x^3 + 35x^2 - x + 4$  का मान ज्ञात कीजिए

|

 वीडियो उत्तर देखें

17. सिद्ध कीजिए  $x^4 + 4 = (x + 1 + i)(x + 1 - i)(x - 1 + i)(x - 1 - i)$

 वीडियो उत्तर देखें

18.  $3 - 4i$  का वर्गमूल ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

19.  $-7 - 24i$  का वर्गमूल ज्ञात कीजिए

A.  $= \pm (4 - 4i)$

B.  $= \pm (3 + 4i)$

C.  $= \pm (3 - 7i)$

D.  $= \pm (3 - 4i)$

**Answer: D**

 वीडियो उत्तर देखें

20. निम्नलिखित संख्याओं का वर्गमूल  $a + ib$  के रूप में ज्ञात कीजिए

(i)  $7 - 6\sqrt{2}i$  (ii)  $\frac{33 + 56i}{4}$

 वीडियो उत्तर देखें

21.  $(4 + 3\sqrt{-20})^{1/2} + (4 - 3\sqrt{-20})^{1/2}$  का मान ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

22. निम्नलिखित संख्या का वर्गमूल ज्ञात कीजिए ।

$$\left( \frac{2 + 3i}{5 - 4i} + \frac{2 - 3i}{5 + 4i} \right)$$

 वीडियो उत्तर देखें

23.  $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + \frac{1}{2i} \left( \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) + \frac{31}{16}$  का वर्गमूल ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

24.  $\sqrt{i}$  का मान ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

25.  $-27$  का घनमूल ज्ञात कीजिए ।



A.  $-3, -3\omega, -3\omega^2$

B.  $-2, -3\omega, -3\omega^2$

C.  $-3, -5\omega, -3\omega^2$

D.  $-3, -3\omega, -7\omega^2$

**Answer: A**

 वीडियो उत्तर देखें

**26.** निम्न का मान ज्ञात कीजिए ।

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}\right)^{-8} + \left(\frac{-1 - \sqrt{-3}}{2}\right)^{-8}$$

 वीडियो उत्तर देखें

**27.** यदि  $1, \omega, \omega^2$  इकाई के घनमूल है सिद्ध कीजिए कि

$$(x - y)(x\omega - y)(x\omega^2 - y) = x^3 - y^3$$

 वीडियो उत्तर देखें

28. 1,  $\omega$ ,  $\omega^2$  इकाई के घनमूल है तो सिद्ध कीजिए कि -

$$(1 - \omega + \omega^2)(1 - \omega^2 + \omega^4)(1 - \omega^4 + \omega^8) \dots 2n \text{ गुणनखण्ड} = 2^{2n}$$

 वीडियो उत्तर देखें

29. यदि ,  $\omega$ ,  $\omega^2$  इकाई के घनमूल है तो सिद्ध कीजिए कि -

(i)  $(1 - \omega + \omega^2) + (1 + \omega - \omega^2) = 4$

(ii)  $(1 + \omega)^3 - (1 + \omega^2)^3 = 0$

(iii)  $(1 - \omega + \omega^2)^3 = (1 + \omega - \omega^2)^3 = -8$

(iv)  $(1 - \omega + \omega^2)^5 + (1 + \omega - \omega^2)^5 = 32$

(v)  $(2 + 5\omega + 2\omega^2)^6 = (2 + 2\omega + 5\omega^2)^6 = 729$

(vi)  $(1 + \omega)(1 + \omega^2)(1 + \omega^4)(1 + \omega^8) = 1$

 उत्तर देखें

30. यदि  $\alpha$ ,  $\beta$  इकाई के सम्मिश्र घनमूल है सिद्ध कीजिए कि -

$$\alpha^4 + \beta^4 + \alpha^{-1}\beta^{-1} = 0$$

 वीडियो उत्तर देखें

31. यदि  $x = a + b$ ,  $y = a\omega + b\omega^2$ ,  $z = a\omega^2 + b\omega$ , तो सिद्ध कीजिए कि -

$$x^3 + y^3 + z^3 = 3(a^3 + b^3)$$

 वीडियो उत्तर देखें

32. सिद्ध कीजिए कि  $1 + \omega^n + \omega^{2n} = 0$ , यदि  $n$  एक धनात्मक पूर्णांक है जो 3 का गुणांक नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

33. सिद्ध कीजिए कि  $\sqrt{-1 - \sqrt{-1 - \sqrt{1 - \dots \infty}}}$  तक  $= \omega$  या  $\omega^2$

 वीडियो उत्तर देखें

34. यदि  $x + \frac{1}{x} = 1$  तो सिद्ध कीजिए कि  $x^{2000} + \frac{1}{x^{2000}} = -1$

 वीडियो उत्तर देखें

35. यदि  $x^2 + x + 1 = 0$  तो सिद्ध कीजिए कि -

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 + \dots + \left(x^{27} + \frac{1}{x^{27}}\right)^2 = 54$$

 वीडियो उत्तर देखें

36. सिद्ध कीजिए कि

$$(a + b\omega + c\omega^2)^3 + (1 + b\omega^2 + c\omega)^3 = (2a - b - c)(2b - c - a)(2c - a - b)$$

 उत्तर देखें

37. यदि  $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  तो सिद्ध कीजिए कि  $\omega^3 = 1$

 वीडियो उत्तर देखें

38. निम्न सम्मिश्र संख्याओं का संयुग्मी ज्ञात कीजिए ।

(i)  $3 - 2i$  (ii)  $\frac{1}{3 + 4i}$

 वीडियो उत्तर देखें

39.  $\frac{i\sqrt{-9} + 7i}{1 + i}$  का संयुग्मी ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

40. निम्नलिखित सम्मिश्र संख्याओं  $x + iy$  को के रूप में निरूपित कीजिए ।

(i)  $\frac{2 - \sqrt{-25}}{1 - \sqrt{-16}}$  (ii)  $\frac{5 + 2i}{-1 + \sqrt{3}i}$

(iii)  $(\sqrt{5} - 7i)(\sqrt{5} - 7i)^2 + (-2 + 7i)^2$

 वीडियो उत्तर देखें

41. निम्नलिखित सम्मिश्र संख्याओं का मापांक ज्ञात कीजिए ।

(i)  $1 + \sqrt{3}i$  (ii)  $\sqrt{3} + i$  (iii)  $\frac{1 + i}{1 + \sqrt{3}i}$

 वीडियो उत्तर देखें

42. यदि  $z_1 = 2 - i$ ,  $z_2 = 1 + i$ , तब  $\left| \frac{z_1 + z_2 + 1}{z_1 - z_2 + i} \right|$  का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

43. यदि  $\alpha$  तथा  $\beta$  सम्मिश्र संख्याएं हैं तथा  $|\beta| = 1$ , तब सिद्ध कीजिए  $\left| \frac{\beta - \alpha}{1 - \bar{\alpha}\beta} \right| = 1$

 वीडियो उत्तर देखें

44. निम्नलिखित संख्याओं को ध्रुवीय रूप (polar form) में निरूपित कीजिए।

(i)  $\frac{1 + 7i}{(2 - i)^2}$  (ii)  $\frac{1 + 2i}{1 - 3i}$

 वीडियो उत्तर देखें

45. निम्न सम्मिश्र संख्याओं को ध्रुवीय रूप में लिखो।

(i)  $2(\cos 30^\circ + i\sin 30^\circ) \times 3(\cos 90^\circ + i\sin 90^\circ)$  (ii)

$$\frac{\cos 150^\circ + i\sin 150^\circ}{\cos 60^\circ + i\sin 60^\circ}$$

 वीडियो उत्तर देखें

46. सिद्ध कीजिए कि -

- (i)  $\left[ \left( \frac{3 - 2i}{2 - 5i} \right) + \left( \frac{3 - 2i}{2 + 5i} \right) \right]$ , एक परिमेय संख्या है
- (ii)  $\left[ \left( \frac{2 + 3i}{3 + 4i} \right) \left( \frac{2 - 3i}{3 - 4i} \right) \right]$ , एक वास्तविक संख्या है।

 वीडियो उत्तर देखें

47. यदि  $\sqrt{a + ib} = x + iy$  तो सिद्ध कीजिए कि  $\sqrt{a - ib} = x - iy$

 वीडियो उत्तर देखें

48. सिद्ध कीजिए -

$$\sqrt{a + ib} + \sqrt{a - ib} = \sqrt{2(\sqrt{a^2 + b^2} + a)}$$

 वीडियो उत्तर देखें

49. यदि  $x + iy = \sqrt{\frac{a + ib}{x + id}}$ , तो सिद्ध कीजिए कि

 वीडियो उत्तर देखें

50. यदि  $\sqrt[3]{a + ib} = x + iy$ , तो सिद्ध करें की

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 4(x^2 - y^2)$$

 वीडियो उत्तर देखें

51. सिद्ध कीजिए कि  $x$  का एक वास्तविक मान समीकरण  $\frac{1 - ix}{1 + ix} = a - ib$  का हल है यदि

 वीडियो उत्तर देखें

52. दिखाइए कि सम्मिश्र संख्याओं  $(3+2i)$ ,  $(2-i)$  तथा  $(-7i)$  को निरूपित करने वाले बिंदु समरेखीय हैं।

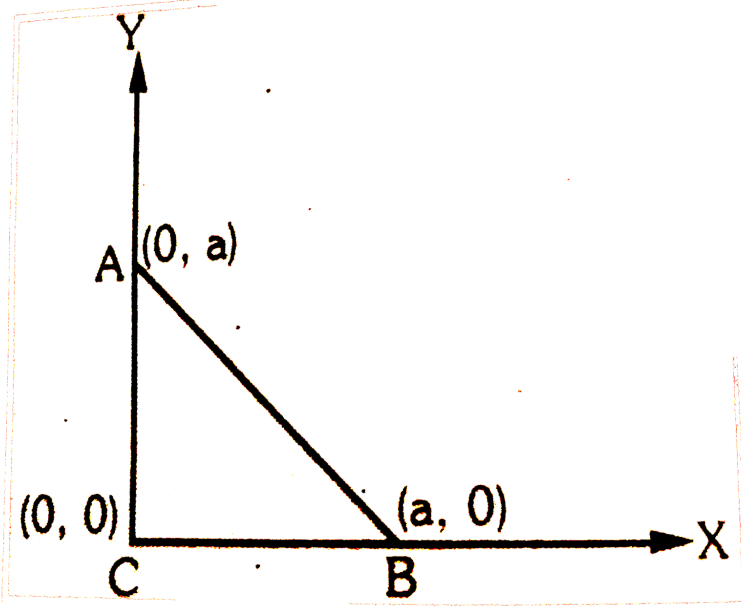
 वीडियो उत्तर देखें



53. समद्विबाहु समकोणीय त्रिभुज (C पर समकोण) से शीर्षों A,B,C द्वारा क्रमशः सम्मिश्र संख्याएँ

$z_1, z_2, z_3$  निरूपित है सिद्ध कीजिए कि

$$(z_1 - z_2)^2 = 2(z_1 - z_3)(z_3 - z_2)$$



[▶ वीडियो उत्तर देखें](#)

54. यदि  $\frac{(1+i)x - 2i}{3+i} + \frac{(2-3i)y + i}{3-i} = i$  तो x व y के मान ज्ञात कीजिए ।

[▶ वीडियो उत्तर देखें](#)

55. यदि  $\alpha, \beta, \gamma$  किसी वास्तविक संख्या  $p$  के घनमूल है अशून्य  $x, y, z$  के लिए

$$\frac{x\alpha + y\beta + z\gamma}{x\beta + y\gamma + z\alpha} \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$

 वीडियो उत्तर देखें

56. यदि  $|z_1| = |z_2| = \dots = |z_n| = 1$ , तो सिद्ध कीजिए कि -

$$|z_1 + z_2 + \dots + z_n| = \left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \dots + \frac{1}{z_n} \right|$$

 वीडियो उत्तर देखें

57. सम्मिश्र संख्या  $z_1 = z^2 - z$ ,  $z = \cos \theta + i \sin \theta$  का मापांक तथा कोणांक ज्ञात कीजिए

 उत्तर देखें

58. यदि  $n$  एक विषम पूर्णांक है जो 3 से बड़ा है तथा 3 का गुणांक नहीं है तब सिद्ध कीजिए कि

$$x^3 + x^2 + x, (x + 1)^n - x^n - 1 \text{ का एक गुणनखण्ड है।}$$

 उत्तर देखें

59. यदि  $n$  एक विषम संख्या है जो 3 का गुणांक नहीं है तो सिद्ध कीजिए कि

$f(x, y) = (x + y)^n - x^n - y^n, xy(x + y)(x^2 + xy + y^2)$  से विभाजित है।

 उत्तर देखें

60.  $z$  के लिए हल कीजिए।  $|z| + z = (2 + i)$

 वीडियो उत्तर देखें

61. यदि  $(a + ib) = \sqrt{\frac{1+i}{1-i}}$ , तब सिद्ध कीजिए कि  $a^2 + b^2 = 1$

 वीडियो उत्तर देखें

62.  $\left(\frac{1}{1-2i} + \frac{3}{1+i}\right) \left(\frac{3+4i}{2-4i}\right)$  को  $a + ib$  के रूप में लिखिए।

 वीडियो उत्तर देखें

63.  $z \in C$ , के लिए निम्नलिखित को सिद्ध कीजिए -

(i)  $\frac{1}{2}(z + \bar{z}) = \text{वास्तविक}(z)$  (ii)  $\frac{1}{2i}(z - \bar{z}) = \text{अधिकल्पित}(z)$

 वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास प्रश्न 7 1

1. निम्नलिखित संख्याओं को  $x+iy$  के रूप में निरूपित कीजिए -

(i)  $\frac{(1+i)(1-2i)}{1+3i}$  (ii)  $\left(\frac{1}{2} + i\right)\left(\frac{-2}{3} - \frac{1}{2}i\right)$  (iii)  $\frac{2-3i}{5-4i}$  (iv)  $\frac{4 + \sqrt{-3}}{4 - \sqrt{-3}}$

 उत्तर देखें

2. यदि  $y = \sqrt{x^2 + 6x + 8}$  तब सिद्ध कीजिए कि

$$(1 + iy)^{1/2} + (1 - iy)^{1/2} = \sqrt{2(x + 4)}$$

 वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए -

$$(i) i^{400} = 1 \quad (ii) i^{602} = -1 \quad (iii) i^{318} = -1$$

$$(iv) i^{35} = -i \quad (v) i^{101} = i$$

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए -

$$(i) i^{80} = 1 \quad (ii) \frac{i^2 + i^4 + i^6 + i^7}{1 + i^2 + i^3}$$

 वीडियो उत्तर देखें

$$5. \text{ सिद्ध कीजिए - (i) } \left( \frac{1+i}{1-i} \right)^{200} = 1 \quad (ii) \left( \frac{1-i}{1+i} \right)^{36} = 1$$

 वीडियो उत्तर देखें

$$6. \text{ सिद्ध कीजिए कि - } i^{n+100} + i^{n+50} + i^{n+48} + i^{n+46} = 0$$

 वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिए कि  $-Re(z_1 z_2) = Re z_1 \cdot Re z_2 - Im z_1$

 वीडियो उत्तर देखें

8. यदि  $a = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $a^6 + a^4 + a^2 + 1 = 0$

 वीडियो उत्तर देखें

9. निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए -

(i)  $\left[ i^{19} + \left( \frac{1}{i} \right)^{25} \right]^2$  (ii)  $i^9 + i^{19}$

 वीडियो उत्तर देखें

10. सिद्ध कीजिए कि  $i^n + n^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3} = 0, n \in N$

 वीडियो उत्तर देखें

11. सिद्ध कीजिए कि यदि  $\frac{3 + 2i \sin \theta}{1 - 2i \sin \theta}$  शुद्ध वास्तविक है तब  $\theta = n\pi, n \in \mathbb{Z}$

 वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिए कि  $3 + 2i$  का गुणानात्मक प्रतिलोम  $\frac{3}{13} - i \cdot \frac{2}{13}$  होता है।

 वीडियो उत्तर देखें

13. सिद्ध कीजिए कि  $\frac{3 + 4i}{4 - 5i}$  का गुणात्मक प्रतिलोम  $\frac{-8}{25} - i \cdot \frac{31}{25}$  होता है।

 वीडियो उत्तर देखें

14. सिद्ध कीजिए कि - (i)  $\sqrt{i} = \frac{1 + i}{\sqrt{2}}$

(ii)  $\sqrt{-i} = \frac{1 - i}{\sqrt{2}}$

 वीडियो उत्तर देखें

15. सिद्ध कीजिए कि  $\sum_{r=0}^{1000} i^r = 1$

 वीडियो उत्तर देखें

16. सिद्ध कीजिए कि  $\frac{i^{382} + i^{380} + i^{378} + i^{374}}{i^{372} + i^{370} + i^{366} + i^{364}} = -1$

 वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास प्रश्न 7 2

1. निम्नलिखित के वर्गमूल ज्ञात कीजिए -

(i)  $\frac{35}{4} + 3i$  (ii)  $9 + 40i$

(iii)  $1 + i$  (iv)  $x^2 + \frac{1}{x^2} - \frac{4}{i} \left( x - \frac{1}{x} \right) - 6$

(v)  $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} - \frac{1}{i} \left( \frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) - \frac{9}{4}$  (vi)  $5 + 12i$

(vii)  $2 + 3i$

 उत्तर देखें



2. यदि  $1, \omega$  तथा  $\omega^2$  इकाई के घनमूल हैं तो सिद्ध कीजिए कि -

$$(i) \omega(1 + \omega - \omega^2) = -2$$

$$(ii) (1 + \omega - \omega^2)(\omega + \omega^2 - 1)(\omega^2 + 1 - \omega) = -8$$

$$(iii) \omega^4 + 2\omega^6 + \omega^8 = 1$$

$$(iv) (3 + 3\omega + 5\omega^2)^6 - (2 + 6\omega + 2\omega^2)^3 = 0$$

$$(v) (1 + \omega)(1 + \omega^2)(1 + \omega^4)(1 + \omega^8) = 1$$

 उत्तर देखें

3. यदि  $1, \omega$  तथा  $\omega^2$  इकाई के घनमूल हैं तो सिद्ध कीजिए कि -

$$(i) (x\omega + y\omega^2)(x\omega^2 + y\omega) = x^2 - xy + y^2 \quad (ii)$$

$$[(1 - \omega + \omega^2)(1 + \omega - \omega^2)]^2 = 16$$

$$(iii) (-1)^{1/3} = -1, -\omega, -\omega^2 \quad (iv) (-8)^{1/3} = -2, -2\omega, -2\omega^2$$

$$(v) (1 + \omega)(1 + \omega^2)(1 + \omega^4)(1 + \omega^5) = 1$$

 उत्तर देखें

4. यदि  $x = \alpha - \beta - 2$ , जहाँ  $\alpha, \beta$  इकाई के सम्मिश्र घनमूल हैं, तब सिद्ध कीजिए कि  $x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 11x - 6 = 1$

 उत्तर देखें

5. यदि  $\omega$  जहाँ इकाई के सम्मिश्र घनमूल हैं तथा  $x = a, y = a\omega + b\omega^2, z = a\omega^2 + b\omega$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $xyz = a^3 + b^3$

 वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि  $\sqrt{i} - \sqrt{-i} = \sqrt{2}$

 वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिए कि  $\sqrt{x^2 - 1 + 2x\sqrt{-1}} = \pm (x + i)$

 वीडियो उत्तर देखें

8. यदि  $1, \omega$  व  $\omega^2$  इकाई के घनमूल हैं तब व्यंजक  $x^2 - xy + y^2$  को प्रथम घात के गुणखण्डों के रूप में व्यक्त कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

9. यदि  $x = a, y = b\omega, z = c\omega^2$  तो सिद्ध कीजिए कि -

(i)  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0$  (ii)  $xyz = zbc$

 वीडियो उत्तर देखें

10. सिद्ध कीजिए कि -

(i)  $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = (x + \omega y + \omega^2 z)(x + \omega^2 y + \omega z)$

(ii)  $(1 - \omega + \omega^2)^5 + (1 + \omega - \omega^2)^5 = 32$

(iii)  $(1 - \omega + \omega^2)(1 + \omega - \omega^2) = 4$

 उत्तर देखें

1. निम्न सम्मिश्र संख्याओं को  $a + ib$  के रूप में निरूपित कीजिए ।

(i)  $\frac{1}{3 - 4i}$  (ii)  $\frac{(1 + i)^2}{3 - i}$  (iii)  $\left( \frac{1}{1 - 2i} + \frac{3}{1 + i} \right) \left( \frac{3 + 4i}{2 - 4i} \right)$

(iv)  $(1 - 2i)^{-3}$  (v)  $\frac{(2 + 3i)^2}{2 - i}$  (vi)  $\left( \frac{1 - i}{1 + i} \right)^2$

 उत्तर देखें

2. निम्नलिखित सम्मिश्र संख्याओं के संयुग्मी ज्ञात कीजिए ।

(i)  $3 + 2i$  (ii)  $(2 + 3i)(1 - i)$  (iii)  $\frac{4 - i}{1 + i}$  (iv)  $\frac{(1 + i)(2 + i)}{3 + i}$

(v)  $(3 - 2i)(3 + 2i)(1 + i)$  (vi)  $\sqrt{2}$

 उत्तर देखें

3. निम्नलिखित संख्याओं का मापांक ज्ञात कीजिए ।

(i)  $\frac{3 + \sqrt{-1}}{2 - \sqrt{-1}}$  (ii)  $1 + i$  (iii)  $2 + \sqrt{-13}$  (iv)  $\frac{(3 + 4i)(4 + 5i)}{(4 + 3i)(6 + 7i)}$

(v)  $1 + \sqrt{-5}$  (vi)  $(5 + 2i)(-3 - 7i)$  (vii)  $(2 + \sqrt{-3})^2$

 उत्तर देखें

4. निम्नलिखित संख्याओं का कोणांक ज्ञात कीजिए ।

(i)  $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$  (ii)  $\frac{2+i}{4i+(1+i)^2}$  (iii)  $\frac{1+i}{1-i}$

 वीडियो उत्तर देखें

5. निम्नलिखित सम्मिश्र संख्याओं को ध्रुवीय रूप में लिखे ।

(i)  $\sin 30^\circ + i\cos 30^\circ$  (ii)  $1+i$

(iii)  $-4 + i4\sqrt{3}$  (iv)  $\left(\frac{2+i}{3-i}\right)^2$  (v)  $\frac{-16}{1+i\sqrt{3}}$  (vi)  $\frac{i-1}{\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}}$

(vii)  $(i - \sqrt{3})^{13}$  (viii)  $-1 - i\sqrt{3}$

(ix)  $(-1 - \sqrt{2}i)$

(x)  $3 - 4i$

 उत्तर देखें

6. यदि  $x = 1 + 2i$ , तब  $x^3 + 7x^2 - x + 16$  का मान ज्ञात कीजिए ।

 उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

7. यदि  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = 1$ ,  $n$  का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

8. निम्नलिखित समीकरण के अशून्य पूर्णांक हलो की संख्या ज्ञात कीजिए।

$$|1 - i|^x = 2^x$$

 वीडियो उत्तर देखें

9. यदि  $z = x + iy$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $|x| + |y| \leq \sqrt{2} \cdot |z|$

 वीडियो उत्तर देखें

10. यदि  $|z - 2| = 2|z - 1|$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $|z|^2 = \frac{4}{3}\text{Re}(z)$

 वीडियो उत्तर देखें

11. सिद्ध कीजिए कि  $z = \frac{1}{\sqrt{3}} + i$  समीकरण  $2z = |z| + 2i$  का हल है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. यदि  $\frac{3}{2 + \cos \theta + i \sin \theta} = a + ib$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $a^2 + b^2 = 4a - 3$

 वीडियो उत्तर देखें

13. यदि  $|z| < 4$  तो सिद्ध कीजिए कि  $|iz + 3 - 4i| < 9$

 वीडियो उत्तर देखें

14. यदि  $a + ib = \frac{(x + i)^2}{2x^2 + 1}$ , तो सिद्ध कीजिए कि

$$a^2 + b^2 = \frac{(x^2 + 1)^2}{(2x^2 + 1)^2}$$

 वीडियो उत्तर देखें

15. यदि  $\frac{a - ib}{a + ib} = \frac{1 + i}{1 - i}$ , तो सिद्ध कीजिए कि -

$$a + b = 0$$

 वीडियो उत्तर देखें

16. यदि  $(A + ib)(c + id)(e + if)(g + ih) = A + iB$ , तो सिद्ध कीजिए कि -

$$(i) (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)(e^2 + f^2)(g^2 + h^2) = A^2 + B^2$$

$$(ii) \tan^{-1} \frac{b}{a} + \tan^{-1} \frac{d}{c} + \tan^{-1} \frac{f}{e} + \dots + \tan^{-1} \frac{h}{g} = \tan^{-1} \frac{B}{A}$$

 वीडियो उत्तर देखें

17. यदि  $|z| = 1$  तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{z - 1}{z + 1}$  ( $a \neq -1$ ) पूर्णतः काल्पनिक संख्या है

 वीडियो उत्तर देखें

18. सिद्ध कीजिए कि -

$$|1 - z_1 z_2|^2 - |z_1 - z_2|^2 = (1 - |z_1|^2)(1 - |z_2|^2)$$



 वीडियो उत्तर देखें

19. यदि  $\frac{2 + 3i}{1 + i} = A + iB$  तो A व B के मान कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

#### अभ्यास प्रश्न 7 4

1. सिद्ध कीजिए कि  $3 + 2i$ ,  $5i$ ,  $-3 + 2i$  तथा  $-i$  निरूपित बिन्दुओं द्वारा एक वर्ग (square) बनता है

 वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए कि वह सभी बिंदु जो सम्मिश्र संख्याएं  $3 + 4i$ ,  $8 - 6i$  तथा  $13 + 9i$  निरूपित करते हैं एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं ।

 वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि सम्मिश्र संख्याओं  $z$ ,  $iz$  तथा  $z + iz$  द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल  $\frac{1}{2}|z|^2$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए कि वे बिंदु जो सम्मिश्र संख्याओं  $3 + 2i$ ,  $6 + 3i$ ,  $7 + 6i$  तथा  $4 + 5i$  को निरूपित करते हैं एक समान्तर चतुर्भुज के शीर्ष हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

5. सिद्ध कीजिए कि  $-4 + 3i$ ,  $2 - 3i$  और  $-i$  से निरूपित बिंदु एक रैखिक होंगे।

 वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास प्रश्न 7 5

1. यदि  $z = x + iy$  तो सिद्ध कीजिए कि समीकरण  $iz + 2i + 1 = 0$  का हल  $x = -2$ ,  $y = 1$  होगा।

 वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए कि  $\frac{1}{3 + 4i} = \frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$

 वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि  $(1 + i)^4 + \left(1 + \frac{1}{i}\right)^4 = -8$

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए कि -

(i)  $(1 - \sqrt{3}i) = 2\left(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}\right)$

(ii)  $\sqrt{3} + i = 2\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$

(iii)  $(0 + 2i) = 2\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right)$

(iv)  $1 - \frac{1}{i} = \sqrt{2}\left(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4}\right)$

 वीडियो उत्तर देखें

5. यदि  $z$  एक सम्मिश्र संख्या है तथा  $|z| = 1$  तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{z-1}{z+1}$  एक शुद्ध काल्पनिक संख्या है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. यदि  $z = x + iy$  इस प्रकार है कि  $\frac{z-1}{z+1}$  का कोणांक सदैव  $\frac{\pi}{4}$  है तो सिद्ध कीजिए कि  $x^2 + y^2 - 2y = 1$

 वीडियो उत्तर देखें

7. यदि  $x = \cos \alpha + i \sin \alpha$ ,  $y = \cos \beta + i \sin \beta$  तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{x-y}{x+y} = i \tan \frac{\alpha-\beta}{2}$

 वीडियो उत्तर देखें

8. यदि  $a^2 + b^2 - 1 = 0$  तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{1+b-ia}{1+b+ia} = \frac{1}{b+ia}$

 वीडियो उत्तर देखें

9.  $(a_1 + ib_1)(a_2 + ib_2) = A + iB$  तो सिद्ध कीजिए कि

(i)  $(a_1^2 + b_1^2)(a_2^2 + b_2^2) = A^2 + B^2$

(ii)  $\tan^{-1} \frac{b_1}{a_1} + \tan^{-1} \frac{b_2}{a_2} = \tan^{-1} \frac{B}{A}$

 वीडियो उत्तर देखें

10.  $(1 - i)$  की संयुग्मी संख्या का ध्रुवीय रूप ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

11. यदि  $x + iy = \frac{3}{2 + \cos \theta + i \sin \theta}$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$(x - 1)(x - 3) + y^2 = 0$$

 वीडियो उत्तर देखें

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1.  $(-5i)\left(\frac{1}{8}i\right)$  को  $x + iy$  के रूप में व्यक्त कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

2.  $(-1)(-2i)\left(-\frac{1}{8}i\right)^3$  को  $x + iy$  के रूप में व्यक्त कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

3.  $(5 - 3i)^3$  को  $x + iy$  के रूप में व्यक्त कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

4.  $(2 - 3i)$  का गुणात्मक प्रतिलोम ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

5. दर्शाइये कि  $(-\sqrt{-1})^{4n+3} = i$ , जहाँ  $n$  एक धनात्मक पूर्णांक है ।

 वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

6. निम्न भ्रान्ति (Fallacy) को समझाइये

$$-1 = (i \times i) = \sqrt{-1} \times \sqrt{-1} = \sqrt{(-1)(-1)} = \sqrt{1} = 1$$

 वीडियो उत्तर देखें

7. दर्शाइये कि  $-\sqrt{-25} \times \sqrt{-49} = -35$

 वीडियो उत्तर देखें

8. दर्शाइये कि  $-\sqrt{-16} + 3\sqrt{-25} + \sqrt{-26} - \sqrt{-625} = 0$

 वीडियो उत्तर देखें

9. दर्शाइये कि  $-1 + i^2 + i^4 + i^6 = 0$

 वीडियो उत्तर देखें

10. दर्शाइये कि  $-6i^{54} - 5i^{27} - 2i^{11} + 6i^{68} = 7i$

 वीडियो उत्तर देखें

11. दर्शाइये कि  $(1 + i^{14} + i^{18} + i^{22})$  एक वास्तविक संख्या है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. यदि  $2y + (3x - y)i = 5 - 2i$ , तब  $x$  तथा  $y$  के मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

13.  $(4 - 3i)^3$  को  $x + iy$  के रूप में व्यक्त कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें



14.  $m$  का वह न्यूनतम धनात्मक पूर्णांक मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^m = 1$ .

 वीडियो उत्तर देखें

15. दर्शाइये कि  $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$

 वीडियो उत्तर देखें

16.  $z = 3$  को ध्रुवीय रूप में प्रदर्शित कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

17.  $(\sqrt{3} + i)$  को ध्रुवीय रूप में प्रदर्शित कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

18.  $-2i$  को ध्रुवीय रूप में प्रदर्शित कीजिए

A.  $2 \left( \cos \left( -\frac{\pi}{2} \right) + i \sin \frac{-\pi}{2} \right)$

B.  $3 \left( \cos \left( -\frac{\pi}{2} \right) + i \sin \frac{-\pi}{2} \right)$

C.  $2 \left( \cos \left( -\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \frac{-\pi}{3} \right)$

D.  $2 \left( \cos \left( -\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \frac{-\pi}{6} \right)$

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

## | विवरणात्मक प्रश्न

1. यदि  $z_1 = 1 - i$ ,  $z_2 = -2 + 4i$  तो सिद्ध कीजिए  $\operatorname{Im} \left( \frac{z_1 z_2}{z_1} \right) = 2$

 वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए  $\sqrt{i} - \sqrt{-i} = \pm \sqrt{2}$

 वीडियो उत्तर देखें

3. यदि  $n$  धनात्मक पूर्णांक हो तो सिद्ध कीजिए -

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}\right)^n + \left(\frac{-1 - \sqrt{-3}}{2}\right)^2 = 2 \text{ या } -1, \text{ इसके अनुसार } n, 3 \text{ का गुणज है या नहीं।}$$

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए कि -

$$\left(\frac{i + \sqrt{3}}{-i + \sqrt{3}}\right)^{200} + \left(\frac{i - \sqrt{3}}{i + \sqrt{3}}\right)^{200} = -1$$

 वीडियो उत्तर देखें

5. यदि  $\omega$  इकाई का काल्पनिक घनमूल है तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{1}{1 + 2\omega} + \frac{1}{2 + \omega} - \frac{1}{1 + \omega} = 0$$

 वीडियो उत्तर देखें

6. यदि  $|z| = 1$  तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{z-1}{z+1}$  ( $z \neq -1$ ) एक शुद्ध काल्पनिक संख्या है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. यदि  $\left| \frac{z-5i}{z+5i} \right| = 1$  तो सिद्ध कीजिए कि  $z$  वास्तविक है

 वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिए कि सम्मिश्र संख्या  $z = x + iy$  जो समीकरण  $\left| \frac{z-5i}{z+5i} \right| = 1$  को संतुष्ट करती है  $x$ -अक्ष पर स्थित है

 वीडियो उत्तर देखें

## ii बहुविकल्पीय प्रश्न

1. माना  $z_1$  तथा  $z_2$  दो भिन्न सम्मिश्र संख्याएं हैं तथा किसी वास्तविक संख्या  $t$  (जहाँ  $0 < t < 1$ ) के लिये  $z = (1-t)z_1 + tz_2$  है यदि किसी शून्योत्तर सम्मिश्र संख्या  $\omega$  के

लिए  $arg(\omega)$ ,  $\omega$  के प्रमुख कोणांक को दर्शाता है तो -

A.  $|z - z_1| + |z - z_2| = |z_1 - z_2|$

B.  $arg(z - z_1) = arg(z - z_2)$

C.  $\begin{vmatrix} z - z_1 & \bar{z} = \bar{z}_1 \\ z_2 - z_1 & \bar{z}_2 - \bar{z}_1 \end{vmatrix} = 0$

D.  $arg(z - z_1) = arg(z_2 - z_1)$

**Answer: A::B::C**

 उत्तर देखें

2.  $|z - 1| = |z + 1| = |z - i|$  को संतुष्ट करने वाली सम्मिश्र संख्याओं की संख्या है -

A. 0

B. 1

C. 2

D.  $\infty$

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

3. यदि  $\alpha, \beta$  समीकरण  $x^2 - x + 1 = 0$  के मूल हैं तो  $\alpha^{2009} + \beta^{2009}$  बराबर है -

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

4.  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = 1$  के लिये  $n$  का निम्नतम मान होगा -

A. 4

B. 3

C. - 4

D. 1

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

5. आर्गण्ड तल पर शीर्षो 1,  $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$  तथा  $i$  से बनने वाला त्रिभुज होगा -

A. समद्विबाहु

B. समबाहु

C. समकोण

D. इनमे से कोई नहीं

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

6.  $x^{n+1} - x^{n-1}$  को  $x^2 - x + 1$  से विभाजित करने का प्रतिबन्ध होगा

A.  $n = 6k + 1$

B.  $n = 6k - 1$

C.  $n = 3k + 1$

D.  $n = 3k - 1$

**Answer: A**

 उत्तर देखें

7. यदि  $iz^3 + z^2 - z + i = 0$  तो  $|z|$  का मान होगा -

A. 0

B. 1

C. 2

D. इनमे से कोई नहीं



**Answer: B**

 वीडियो उत्तर देखें

8. यदि  $x^2 - 2x \cos \theta \pm 1 = 0$ , तो  $x^{2n} - 2x^n \cos n\theta + 1$  का मान होगा

A.  $\cos 2n\theta$

B.  $\sin 2n\theta$

C. 0

D. शून्य को छोड़कर कोई वास्तविक संख्या

**Answer: C**

 उत्तर देखें

9. समीकरण  $z^2 + \bar{z} = 0$  के हलो की संख्या है -

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

10. मान लीजिए  $z = \cos \theta + i \sin \theta$  है तब  $\sum_{m=1}^{15} (z^{2m-1})$  का मान  $\theta = 2^\circ$  पर होगा -

A.  $\frac{1}{\sin 2^\circ}$

B.  $\frac{1}{3\sin 2^\circ}$

C.  $\frac{1}{2\sin 2^\circ}$

D.  $\frac{1}{4\sin 2^\circ}$

**Answer: D**



उत्तर देखें

11. माना  $z = x + iy$  एक ऐसी सम्मिश्र संख्या है जिसमें  $x$  तथा  $y$  पूर्णांक हैं उस आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये जिसके शीर्ष बिंदु समीकरण  $z\bar{z}^3 + \bar{z}z^3 = 350$  के मूल हैं

- A. 48 वर्ग इकाई
- B. 32 वर्ग इकाई
- C. 40 वर्ग इकाई
- D. 80 वर्ग इकाई

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

12. एक सम्मिश्र संख्या का संयुग्मी  $\frac{1}{i-1}$  है तब वह सम्मिश्र संख्या है

- A.  $\frac{1}{i-1}$
- B.  $\frac{-1}{i-1}$
- C.  $\frac{1}{i+1}$
- D.  $\frac{-1}{i+1}$

Answer: D

 वीडियो उत्तर देखें

13. एक व्यक्ति मूल बिंदु से उत्तर पूर्व ( $N45^\circ E$ ) दिशा में 3 इकाई की दूरी तक चलता है। तत्पश्चात् उत्तर पश्चिम दिशा ( $N45^\circ W$ ) में 4 इकाई की दूरी तक चलकर बिंदु P पर पहुँचता है। आर्गण्ड समतल में बिंदु P की स्थिति है -

A.  $3e^{i\pi/4} + 4i$

B.  $(3 - 4i)e^{i\pi/4}$

C.  $(4 + 3i)e^{i\pi/4}$

D.  $(3 + 4i)e^{i\pi/4}$

Answer: D

 उत्तर देखें

14. यदि  $|z| = 1$  तथा  $z \neq \pm 1$  तब  $\frac{z}{1 - z^2}$  के सभी मान स्थिर होंगे

A. मूल बिन्दु से न जाने वाली रेखा पर

B.  $|z| = \sqrt{2}$  पर

C. x-अक्ष पर

D. y-अक्ष पर

**Answer: D**

 वीडियो उत्तर देखें

15.

$$2(1 + \omega)(1 + \omega^2) + 3(2\omega + 1)(2\omega^2 + 1) + 4(3\omega + 1)(3\omega^2 + 1) + \dots + (r$$

का मान होगा -

A.  $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

B.  $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) = n$

C.  $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 - n$

D. इनमे से कोई नहीं

**Answer: B**

 उत्तर देखें

16. यदि  $|z + 4| \leq 3$  तब  $|z + 1|$  का महत्तम मान है -

A. 4

B. 10

C. 6

D. 0

**Answer: C**

 वीडियो उत्तर देखें

17. यदि  $z$  एक सम्मिश्र संख्या इस प्रकार है कि  $\frac{z - 1}{z + 1}$  पूर्णतः काल्पनिक है तब  $|z|$  का मान है

-

A. 0

B. 1

C.  $\sqrt{2}$

D. इनमे से कोई नहीं

**Answer: B**

 वीडियो उत्तर देखें

18. सम्मिश्र संख्या  $\frac{13 - 5i}{4 - 9i}$  का कोणांक है

A.  $\pi / 3$

B.  $\pi / 4$

C.  $\pi / 5$

D.  $\pi / 6$

**Answer: B**

 वीडियो उत्तर देखें

19.  $\sum_{k=1}^6 \left( \sin \frac{2\pi k}{7} - i \cos \frac{2\pi k}{7} \right)$  का मान है -

A.  $-1$

B.  $0$

C.  $-i$

D.  $i$

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

20.  $\sum_{k=1}^{10} \left( \sin \frac{2k\pi}{11} + i \cos \frac{2k\pi}{11} \right)$  का मान है :

A.  $1$

B.  $-1$

C.  $-i$



D. i

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

21. यदि  $z^2 + z + 1 = 0$ , जहाँ  $z$  एक सम्मिश्र संख्या है तब

$$\left(z + \frac{1}{z}\right)^2 + \left(z^2 + \frac{1}{z^2}\right)^2 + \left(z^3 + \frac{1}{z^3}\right)^2 + \dots + \left(z^6 + \frac{1}{z^6}\right)^2 \quad \text{का}$$

मान होगा -

A. 54

B. 6

C. 12

D. 18

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

22. यदि  $z_1$  व  $z_2$  दो सम्मिश्र संख्याएं हैं तब

A.  $|z_1 + z_2| \geq |z_1| + |z_2|$

B.  $|z_1 + z_2| > |z_1| + |z_2|$

C.  $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

D.  $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

23. यदि  $z = x + iy$  एक चर सम्मिश्र संख्या इस प्रकार है कि  $\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{4}$ , तब

A.  $x^2 - y^2 - 2x = 1$

B.  $x^2 + y^2 - 2x = 1$

C.  $x^2 + y^2 - 2y = 1$

D.  $x^2 + y^2 + 2y = 1$

**Answer: C**

 वीडियो उत्तर देखें

24. यदि इकाई के घनमूल  $1, \omega, \omega^2$  है तब  $(x - 1)^3 + 8 = 0$  के मूल है

A.  $-1, 1 + 2\omega, 1 + 2\omega^2$

B.  $-1, 1 - 2\omega, 1 - 2\omega^2$

C.  $-1, -1, -1$

D.  $-1, -1 + 2\omega, -1 - 2\omega^2$

**Answer: B**

 वीडियो उत्तर देखें

25. यदि  $z_1$  व  $z_2$  अशून्य सम्मिश्र संख्याएं इस प्रकार है कि  $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$  तब

(कोणांक  $z_1$  - कोणांक  $z_2$ ) =

A.  $-\frac{\pi}{2}$

B. 0

C.  $-\pi$

D.  $\frac{\pi}{2}$

**Answer: B**

 वीडियो उत्तर देखें

स्वमूल्यांकन परीक्षण A Ncert प्रारूप प्रश्न

1. सिद्ध कीजिए कि -  $\left[ i^{18} + \left[ \frac{1}{i} \right]^{25} \right] = 2 - 2i$

 वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए कि -

(i)  $\left[ \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i \right] - \left[ 4 + \frac{5}{2}i \right] = -\frac{19}{5} - \frac{21}{10}i$

$$(ii) 3(7 + 7i) + i(7 + 7i) = 14 + 28i$$

$$(iii) (-\sqrt{3} + \sqrt{-2})(2\sqrt{3} - i) = (\sqrt{2} - 6) + i(\sqrt{3} + 2\sqrt{6})$$

 वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि  $\frac{(3 - 2i)(2 + 3i)}{(1 + 2i)(2 - i)}$  का संयुग्मी  $\frac{63}{25} + \frac{16}{25}i$  होता है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. निम्न को  $a + ib$  के रूप में व्यक्त कीजिए -

$$(i) \frac{5 + i\sqrt{2}}{1 - i\sqrt{2}} \quad (ii) \frac{(3 + i\sqrt{5})(3 - i\sqrt{5})}{(\sqrt{3} + i\sqrt{2}) - (\sqrt{3} - i\sqrt{2})}$$

 वीडियो उत्तर देखें

5. यदि  $\{(x - iy)(3 + 5i)\}$ ,  $(-6, -24i)$  की संयुग्मी है तो वास्तविक संख्याओं  $x$  तथा  $y$  के मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

6. यदि  $z_1 = 2 - i$  तथा  $z_2 = -2 + i$  तो निम्न के मान ज्ञात कीजिए -

(i)  $\operatorname{Re} \left[ \frac{z_1 z_2}{z_1} \right]$  (ii)  $\operatorname{Im} \left[ \frac{1}{z_1 \cdot \bar{z}_1} \right]$

 वीडियो उत्तर देखें

7. यदि  $a + ib = \frac{(x + i)^2}{2x^2 + 1}$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $a^2 + b^2 = \frac{(x^2 + 1)^2}{(2x^2 + 1)^2}$

 वीडियो उत्तर देखें

8. किन्हीं दो सम्मिश्र संख्याओं  $z_1$  तथा  $z_2$  के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$\operatorname{Re}(z_1 \cdot z_2) = \operatorname{Re}(z_1)\operatorname{Re}(z_2) - \operatorname{Im}(z_1) \cdot \operatorname{Im}(z_2)$$

$$\operatorname{Im}(z_1 \cdot z_2) = \operatorname{Re}(z_1) \cdot \operatorname{Im}(z_2) + \operatorname{Re}(z_2) \cdot \operatorname{Im}(z_1)$$

 वीडियो उत्तर देखें

9. (i) यदि  $x + iy = \frac{(a + i)^2}{2a - i}$  तो सिद्ध कीजिए कि  $(x^2 + y^2)^2 = \frac{(a^2 + 1)^2}{4a^2 + 1}$
- (ii) यदि  $x + iy = (a + ib)^3$  है तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 4(a^2 - b^2)$

 वीडियो उत्तर देखें

10. (i) सिद्ध कीजिए कि  $\left| \frac{1 + i}{1 - i} - \frac{1 - i}{1 + i} \right| = 2$

(ii) यदि  $z_1 = 2 - i$  तथा  $z_2 = 1 + i$  तो सिद्ध कीजिए कि  $\left| \frac{z_1 + z_2 + 1}{z_1 - z_2 + i} \right| = 2\sqrt{2}$

 वीडियो उत्तर देखें

11. सिद्ध कीजिए कि सम्मिश्र संख्या  $z = \frac{i - 1}{\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}}$  का ध्रुवीय रूप  $\left( \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \right) + \left( \frac{\sqrt{3} + 1}{2} \right) i$  होगा

 वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{(\cos x + i \sin x)(\cos y + i \sin y)}{(\cot u + i)(1 + i \tan v)} = \sin u \cos v \{ \cos(x + y - u - v) + i \sin(x + y - u - v) \}$$

 वीडियो उत्तर देखें

13. यदि  $|z - 1| = 2|z + 1|$  है तो सिद्ध कीजिए कि सम्मिश्र तल में चर बिन्दु  $z$  का बिन्दुपथ

$$3x^2 + 3y^2 + 10x + 3 = 0 \text{ होगा।}$$

 वीडियो उत्तर देखें

14. यदि  $a + ib = \frac{(x + i)^2}{2x^2 + 1}$  है तो सिद्ध कीजिए कि  $a^2 + b^2 = \frac{(x^2 + 1)^2}{(2x^2 + 1)^2}$

 वीडियो उत्तर देखें

15. यदि  $z_1 \neq z_2$  एवं  $|z_2| = 1$  तो सिद्ध करें की  $\left| \frac{z_2 - z_1}{1 - \bar{z}_1 z_2} \right| = 1$

 वीडियो उत्तर देखें



16. यदि  $(a + ib)(c + id)(u + iv)(x + iy) = A + iB$  है तो सिद्ध कीजिए कि  
 $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)(u^2 + v^2)(x^2 + y^2) = A^2 + B^2$

 वीडियो उत्तर देखें

17. सिद्ध कीजिए कि  $\frac{-16}{1 + i\sqrt{3}} = 8\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i \sin\frac{2\pi}{3}\right)$

 वीडियो उत्तर देखें

18. सिद्ध कीजिए कि  $\frac{1 + 7i}{(2 - i)^2} = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

 वीडियो उत्तर देखें

19. यदि  $\left[1 + \frac{x}{a}i\right]\left[1 + \frac{x}{b}i\right]\left[1 + \frac{x}{c}i\right]\dots = A + iB$  है तो सिद्ध कीजिए -  
 $\left[1 + \frac{x^2}{a^2}\right]\left[1 + \frac{x^2}{b^2}\right]\left[1 + \frac{x^2}{c^2}\right]\dots = A^2 + B^2$

 वीडियो उत्तर देखें

20. यदि  $z = x + iy$ ,  $w = \frac{1 - iz}{z - i}$  तथा  $|w| = 1$  तो सिद्ध कीजिए कि  $z$  एक विशुद्ध वास्तविक संख्या है।

 वीडियो उत्तर देखें

### स्वमूल्यांकन परीक्षण B विवेचनात्मक सोच वाले प्रश्न

1. यदि  $\omega (\neq 1)$  इकाई का घनमूल है तथा  $(1 + \omega)^7 = A + B\omega$  तब  $A$  व  $B$  का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

2. यदि  $z_1, z_2$  दो सम्मिश्र संख्याएं हैं तथा माना  $z = (1 - t)z_1 + tz_2$ , कुछ वास्तविक संख्या  $t$  के लिए जहाँ  $0 < t < 1$ , तब निम्नलिखित को सिद्ध कीजिए।

(i)  $|z - z_1| + |z - z_2| = |z_1 - z_2|$

(ii)  $\begin{vmatrix} z - z_1 & \bar{z} - \bar{z}_1 \\ z_2 - z_1 & \bar{z}_2 - \bar{z}_1 \end{vmatrix} = 0$

(iii) कोणांक  $(z - z_1) =$  कोणांक  $(z_1 - z_1)$

 उत्तर देखें

3. यदि कोई सम्मिश्र संख्या  $z$ ,  $|z - 3 - 2i| \leq 2$  को संतुष्ट कर रहा है तब  $|2z - 6 + 5i|$  को न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

4. यदि  $z$  एक इकाई मापांक की सम्मिश्र संख्या है तथा कोणांक  $\theta$  है तब दर्शाइये कि कोणांक

$$\left( \frac{1+z}{1+\bar{z}} \right) = \theta$$

 वीडियो उत्तर देखें