



MATHS

BOOKS - SHREE BALAJI MATHS (HINDI)

द्विआधारी संक्रियाएँ

उदाहरण

1. अक्रमण (Non - negative) संख्याओं के समुच्चय W पर संक्रिया * निम्न प्रकार परिभाषित है $a * b = a^{(b)}$ सिद्ध कीजिए की * समुच्चय W पर द्विआधारी संक्रिया नहीं है।



उत्तर देखें

2. परिमेय संख्याओं के समुच्चय \mathbb{Q} पर सक्रिय $*$ निम्न प्रकार

परिभाषित है $a * b = 1 + ab$

सिद्ध कीजिए $*$, समुच्चय \mathbb{Q} पर एक द्विआधारी संक्रिया है।



वीडियो उत्तर देखें

3. दर्शाइए की समुच्चय \mathbb{R} पर संक्रिया \vee व \wedge जो निम्न प्रकार

परिभाषित है | $a \vee b = a$ का b अधिकतम मान तथा

$a \wedge b = a$ व b का न्यूनतम मान द्विआधारी संक्रियाएँ है।



वीडियो उत्तर देखें

4. समुच्चय \mathbb{Q} पर द्विआधारी संक्रियाँ $*$ जो निम्न प्रकार परिभाषित है

$a * b = a - b + ab \forall a, b \in \mathbb{Q}$ की क्रम विनिमेयता व

साहचर्यता की जाचं कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

5. परिमेय संख्याओ के समुच्चय $*$ के लिए तत्समक अवयव ज्ञात

कीजिए तथा सिद्ध कीजिए की \mathbb{Q} का प्रत्येक अशून्य अवयव

व्युत्क्रमानिये है।



उत्तर देखें

6. यदि द्विआधारी संक्रिया * समुच्चय R पर $a * b = \frac{3ab}{7}$

द्वारा परिभाषित है, तो समुच्चय R में संक्रिया * के लिए तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

7. माना A कोई समुच्चय है जिसमें एक से अधिक अवयव हैं, समुच्चय A में द्विआधारी संक्रिया * निम्न प्रकार परिभाषित है।

$$a * b = a, \forall a, b, \in A$$

सिद्ध कीजिए * समुच्चय A में साहचर्य है, परन्तु क्रमविनिमय नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

8. माना $A = \phi$ कोई समुच्चय है तथा S समुच्चय A के A में सभी फलनों का समुच्चय है। सिद्ध कीजिए कि फलनों का संयोजन \circ समुच्चय S पर साहचर्य है।

 उत्तर देखें

9. प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N में एक द्विआधारी संक्रिया $*$ निम्न प्रकार परिभाषित है।

$$a * b = HCF(a, b), a, b \in N$$

सिद्ध कीजिए कि $*$ समुच्चय N में साहचर्य तथा क्रमविनिय है।

 वीडियो उत्तर देखें

10. माना समुच्चय $A = N \times N$ में एक द्विआधारी संक्रिया निम्न प्रकार परिभाषित है।

$$(a, b) * (c, d) = (ad + bc, bd) \forall (a, b), (c, d) \in N \times N$$

सिद्ध कीजिए की संक्रिया $*$ समुच्चय A में साहचर्य व क्रमविनिय है।



वीडियो उत्तर देखें

11. माना $X = \phi$ एक समुच्चय है तथा घात समुच्चय $P(X)$ में $*$ एक द्विआधारी संक्रिया निम्न प्रकार परिभाषित है

$$A * B = A \cap B, \forall A, B \in P(X) \text{ तब } P(X) \text{ में संक्रिया}$$

$*$ के सापेक्ष तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए



उत्तर देखें

12. द्विआधारी संक्रियाओं $*$: $R \times \rightarrow R$ तथा

o : $R \times R \rightarrow R$ निम्न प्रकार परिभाषित है

$a * b = [a - b]$ तथा $aob = a \forall a, b \in R$ सिद्ध कीजिए

की $a * (boc) = (a * b)o(a * c) \forall a, b, c \in R$



वीडियो उत्तर देखें

13. माना $X = \phi$ एक समुच्चय है तथा $*$, समुच्चय $P(X)$ में

द्विआधारी संक्रिया निम्न प्रकार परिभाषित है

$$A * B = (A - B) \cup (B - A) \forall A, B \in P(X)$$

सिद्ध कीजिए की $*$ के लिए समुच्चय $P(X)$ में ϕ तत्समक अवयव

है तथा सभी $A \in P(X)$ के लिए A व्युत्क्रमणीय है तथा A का

प्रतिलोम स्वयं A ही है।



उत्तर देखें

14. यदि $A = Q \times Q$ तथा समुच्चय N में द्विआधरि संक्रिया $*$ निम्न प्रकार परिभाषित है-

$$(a, b) * (c, d) = (ac, ad + b)$$

तब $(A, *)$ के तत्समक अवयव व प्रतिलोम तत्वों को ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

अभ्यास प्रश्न 2 1

1. सिद्ध कीजिए की R में योग, अंतर और गुणा द्विआधारी संक्रियाँ हैं
किन्तु भाग (division) R में द्विआधारी संक्रियाँ नहीं हैं।

 उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए की भाग (division) ऋणोत्तर (Non - negative)
) वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में द्विआधारी संक्रिया है।

 उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए की अंतर (difference) तथा भाग (division)
प्रकृत संख्याओं के समुच्चय N में द्विआधारी संक्रिया नहीं हैं।

 उत्तर देखें

 उत्तर देखें

4. माना P किसी दिए हुए समुच्चय X के समस्त उपसमुच्चय का समुच्चय है। सिद्ध कीजिए की

$\cup : P \times P \rightarrow P, (A, B) \rightarrow A \cup B$ द्वारा परिभाषित तथा

$\cap : P \times P \rightarrow P, (A, B) \rightarrow A \cap B$ द्वारा परिभाषित

फलन है P में द्विआधारी संक्रियाँ हैं।

 उत्तर देखें

5. सिद्ध कीजिए की $a * b = a + 2b$ द्वारा परिभाषित

$* : R \times R \rightarrow R$ क्रमविनिय नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए की R में शून्य $\{0\}$ योग का तत्समक है तथा 1 गुणा का तत्समक अवयव है परन्तु संक्रियाँ $R \times R \rightarrow R$ तथा $\div : R \times R \rightarrow R$ के लिए कोई तत्समक नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिए की R में धन संक्रियाँ $(+)$ के लिए $-a$ का प्रतिलोम a तथा R में गुणा संक्रियाँ (\times) के लिए $a \neq 0$ का प्रतिलोम $\frac{1}{a}$ है।



वीडियो उत्तर देखें

8. माना समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ में एक संक्रिया $* a * b = a$ तथा b के LCM द्वारा परिभाषित है। सिद्ध कीजिए की यह एक द्विआधारी संक्रिया नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

9. यदि $*$ वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R पर कोई द्विआधारी संक्रिया निम्न प्रकार है $a * b = \sqrt{a^2 + b^2} \forall a, b, \in R$ तो सिद्ध कीजिए की $*$ क्रमविनिमेय है।



वीडियो उत्तर देखें

10. दर्शाइए की $A = N \times N$ और A में

$$(a, b) * (c, d) = (ac, bd) \quad \forall a, b, c, d \in N \quad \text{द्वारा}$$

परिभाषित एक द्विआधारी संक्रियाँ है। पुनः दिखाइए की $*$ कर्मविनिमेय तथा साहचर्य है।



वीडियो उत्तर देखें

11. यदि $*$ प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय N पर द्विआधारी संक्रियाँ

$$\text{है, जोकि इस प्रकार परिभाषित है} \quad a * b = a^b \quad \forall a, b \in N$$

सिद्ध कीजिए की $*$ N पर न तो साहचर्य है और न ही कर्मविनिमेय है।



वीडियो उत्तर देखें

12. धन परिमेय के समुच्चय Q^+ में द्विआधारी संक्रियाँ * जोकि

$$a * b = \frac{ab}{2} \quad \forall a, b \in Q^+$$

द्वारा परिभाषित है, के लिए सिद्ध कीजिए की तत्समक अवयव 2 होगा।



वीडियो उत्तर देखें

13. यदि $A = N \times N$ तथा A में

$$(a, b) * (c, d) = (a + c, b + d)$$

द्वारा परिभाषित एक

द्विआधारी संक्रियाँ है, तो सिद्ध कीजिए की * कर्मविनिमेय तथा साहचर्य है।



वीडियो उत्तर देखें

1. नियम $a * b = b * a$ कहलाता है-

- A. संवरक नियम
- B. साहचर्य नियम
- C. कर्मविनिमेय नियम
- D. इनमें से कोई नहीं

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

2. $(a * b) * c = a * (b * c)$ कहलाता है-

- A. संवरक नियम
- B. साहचर्य नियम
- C. कर्मविनिमेय नियम
- D. इनमें से कोई नहीं

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

3. यदि $e * a = a * e = a$ तब e कहलाता है -

A. तत्समक अवयव

B. प्रतिलोम अवयव

C. (a) व (b) दोनों

D. इनमें से कोई नहीं

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

4. यदि $a * b = a^2 + b^2$ तब $(1 * 2) * 5$

A. 500

B. 50

C. 125

D. 150

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

5. पूर्णांकों का घटना एक संक्रियाँ है जो है_

A. साहचर्य नियम

B. कर्मविनिमेय नियम

C. न साहचर्य न क्रमविनिमेय

D. इनमें से कोई नहीं

Answer: C



उत्तर देखें

6. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में यदि $a * b = ab + 1$

तब संक्रियाँ * है -

A. कर्मविनिमेय

B. सहचर्य नहीं

C. (a) व (b) दोनों

D. इनमें से कोई नहीं

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

7. समुच्चय $\{(x, y) : 2x^2 + 3y^2 = 25, x, y, \in \mathbb{Z}\}$ में अवयवों की संख्या-

A. 8

B. 2

C. 4

D. 18

Answer: A



उत्तर देखें

8. यदि $\{x, y) : 2x^2 + 3y^2 = 25, x, y \in Z\}$ तथा

$x * 3 = 7$ तब $x^{-1} =$

A. 2

B. -2

C. 4

D. इनमें से कोई नहीं

Answer: B



उत्तर देखें

स्वमूल्यांकन परीक्षण

1. सिद्ध कीजिए की $a * b = a + 2b$ द्वारा प्रदर्शित

$\cdot : R \times R \rightarrow R$ क्रमविनिमेय नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए की $* R: \times R \rightarrow R, (a, b) \rightarrow a + 4b^2$

द्वारा प्रदत्त एक द्विआधारी द्विआधारी संक्रियाँ है।



वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए की R में शून्य योग का तत्समक तथा 1 गुणा का

तत्समक है।



वीडियो उत्तर देखें



वीडियो उत्तर देखें

4. समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ में अब $a * b =$ निम्नतम $\{a, b\}$ द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रियाँ की तालिका बनायें।



वीडियो उत्तर देखें

5. निर्धारित कीजिए कीजिए की समुच्चय R में प्रदत्त निम्नलिखित द्विआधारी संक्रियाओं में से कौन-सी साहचर्य है वे कौन-सी कर्मविनिमेय है?

$$a * b = 1 \forall a, b \in R \quad (ii) a * b = \frac{a + b}{2} \forall a, b \in R$$



वीडियो उत्तर देखें

6. निम्नलिखित प्रकार से समुच्चय $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ में एक द्विआधारी संक्रियाँ परिभाषित कीजिए -

$$a * b = \begin{cases} a + b & a + b < 6 \\ a + b - 6 & a + b \geq 6 \end{cases}$$

सिद्ध कीजिए की शून्य (0) इस संक्रिया का तत्समक अवयव है तथा $6 - a$, अवयव का प्रतिलोम है।



वीडियो उत्तर देखें

7. पूर्णाकों के समुच्चय Z में एक द्विआधारी संक्रियाँ $a * b = a + b + 1$ है सिद्ध कीजिए यह साहचर्य नियम का पालन करती है।



वीडियो उत्तर देखें

8. माना $X \neq \phi$ एक समुच्चय है तथा घात समुच्चय $P(X)$ में $*$ एक द्विआधारी संक्रियाँ निम्न प्रकार परिभाषित है

$$A * B = A \cup B \forall A, B \in P(X)$$

सिद्ध कीजिए की $P(X)$ में संक्रियाँ $*$ क्रमविनिमेय तथा साहचर्य नियम का पालन करती है।



वीडियो उत्तर देखें

9. सिद्ध कीजिए की $\{1, 2\}$ में द्विआधारी संक्रियाओं की संख्याओं की संख्या जिनमें से 1 तत्समक अवयव तथा 2, 2 का प्रतिलोम है एक ही है



वीडियो उत्तर देखें

10. यदि $*$ समुच्चय A में क्रमविनिमेय द्विआधारी संक्रिया है तो सिद्ध कीजिए की

$$a * (b * c) = (c * b) * a \forall a, b, c \in A$$



वीडियो उत्तर देखें

11. यदि $a * b = 4a^2 + 6b^2$ समुच्चय \mathbb{Q} में द्विआधारी संक्रिया है तो सिद्ध कीजिये की $*$ क्रमविनिमेय नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें