

MATHS

BOOKS - MITTAL MATHS (HINDI)

त्रि-विमीय ज्यामिति

साधित उदाहरण

- 1. उस रेखा के दिक् कोसाइन ज्ञात कीजिए जिनके दिक् अनुपात -
- 6, 3, 2 है।
 - वीडियो उत्तर देखें

2. कोई रेखा x, y तथा z-अक्षों की धनात्मक दिशा से 60° , 30° तथा 90° को कोण बनाती है, तो रेखा के दिक् - कोसाइन ज्ञात कीजिए।



3. बिंदुओं (2, 5, 7) तथा (3, 1, 2) को मिलाने वाली रेखा के दिक् -कोईसाइन ज्ञात कीजिए।



4. बिंदुओं $P(4,1,\;-2)$ तथा $Q(2,\;-5,1)$ के बिच की दुरी ज्ञात कीजिए।



5. एक रेखा x- अक्ष से 120° तथा y-अक्ष से 60° का कोण बनाती है, तो रेखा द्वारा z-अक्ष से बना कोण ज्ञात कीजिए।



6. एक सदिश \overrightarrow{r} , x- अक्ष के साथ 45° और y- अक्ष के साथ 60° को बनाता है यदि $\left|\overrightarrow{r}\right|=10$ तो सदिश \overrightarrow{r} ज्ञात कीजिए।



- 7. दिखिए की बिंदु जीके सिथति सदिश
- $-2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k},\,\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ ttha $7\hat{i}-\hat{k}$ है, सरेख है।
 - 🚺 वीडियो उत्तर देखें

- **8.** बिंदु (3,1-2) से जाने वाली तथा सदिश $2\hat{i} + 4\hat{j} 9\hat{k}$ के
 - 🕞 वीडियो उत्तर देखें

समांतर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

9. उस रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो $-2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ की समान्तर है तथा बिन्दु $4\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ से जाती है।

जाडिया उत्तर दख

10. उस रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका कार्तीय

समीकरण
$$\dfrac{x+4}{-1}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z+3}{-3}$$
 है ।



11. उस रेखा का सदिश तथा कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जो की बिंदु (1,2,3) से जाती है तथा सदिश $\hat{i}-2\hat{i}+3\hat{k}$ के समांतर हो।



12. बिंदुओं (1,23) तथा (-3,4,5) से जाने वाली रेखा का कार्तीय तथा सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।



13. रेखाओं
$$\overrightarrow{r}=4\hat{i}-\hat{j}+\lambda\Big(\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}\Big)$$

तथा

$$\overrightarrow{r}=\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}+\mu\Big(2\hat{i}+4\hat{j}-4\hat{k}\Big)$$
 के मध्य कोण

ज्ञात कीजिए।



14. रेखाओं
$$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{2-y}{1}=\dfrac{z}{-4}$$
 तथा $\dfrac{x-1}{2},\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{2-z}{1}$ के बिछे मध्य कोण ज्ञात कीजिए।



15. रेखाओं
$$2x=3y=\,-z$$
 तथा $6x=\,-y=\,-4z$ के

मध्य कोण है-

16. उन रेखाओं के बिच का न्यूनकोण ज्ञात कीजिए जिनके दिक् - अनुपात (direction - ratios) $(1,2,\,-2)$ और $(2,\,-6,3)$



17. सिद्ध कीजिए की वे सरल रेखाएं जिनकी दिक् -कोज्याए समीकरणों 2l+2m-n=0 तथा mn+nl+lm=0 द्वारा दी जाती है, एक - दूसरे के लम्बवत है ।



18. उस त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसके शीर्ष $(2,3,5), (\,-1,3,2)$ तथा $(3,5,\,-2)$ है।



19. उन रेखाओं के बिछे कोण ज्ञात कीजिए जिनकी दिक् - कोज्याएँ I



20. उन रेखाओं के मध्य कोण ज्ञात कीजिए जिसमें एक दिक् - अनुपात 2, 1, 2 है और रेखा बिंदुओं (1, 4, 3) तथा (2, 12, 7) से जाती है।



21. दिखाइए की रेखाएँ
$$\frac{x-5}{4}=\frac{y-7}{4}=\frac{z+3}{-5}$$
 तथा $\frac{x-8}{7}=\frac{y-4}{1}=\frac{z-5}{3}$ एक - दूसरे को प्रतिच्छेद करती

है। प्रतिच्छेद बिंदु के निर्देशांक गेट कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

22. बिंदु (3,-1,11) से रखा $\frac{x}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ पर लांब रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। लांब का पाद तथा लांब की लम्बाई भी ज्ञात कीजिए।



23. बिंदु
$$P(1,6,3)$$
 से रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ पर डाले गए लांब पाद ज्ञात कीजिए तथा बिंदु P से इसकी दुरी भी ज्ञात कीजिए ।

24. रेखा
$$\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{2}$$
 पर वह बिंदु ज्ञात कीजिए जिसकी बिंदु (1, 2, 3) से दुरी $3\sqrt{2}$ है ।



25. ਵੇਗਤੀਂ
$$\overrightarrow{r}=\left(\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}
ight)+\lambda\left(2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k}
ight)$$

ਰथा $\overrightarrow{r}=\left(2\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k}
ight)+\mu\left(4\hat{i}+6\hat{j}+8\hat{k}
ight)$ ਕੈ

बिच की न्यूनतम दुरी ज्ञात कीजिए।

26. रेखाओं $\overrightarrow{r}=(1+t)\hat{i}+(t+2)\hat{j}+(3+2t)\hat{k}$ तथा $\overrightarrow{r}=(s-1)\hat{i}+(2s+1)\hat{j}-(s+1)\hat{k}$ के बिछे न्यूनतम दुरी ज्ञात कीजिए।



27. रेखाओं
$$\overrightarrow{r}+(\lambda-1)\hat{i}+(\lambda+1)\hat{j}-(1+\lambda)\hat{k}$$
 तथा $\overrightarrow{r}=(1-\mu)\hat{i}+(2\mu-1)\hat{j}+(\mu-2)\hat{k}$ की मध्य न्यूनतम दुरी ज्ञात कीजिए।

28. रेखाओं $\stackrel{
ightarrow}{r}=3\hat{i}+5\hat{j}+7\hat{k}+\lambda\Big(\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}\Big)$ तथा

$$\overrightarrow{r}=\,-\,\hat{i}\,-\hat{j}-\hat{k}+\mu\Big(7\hat{i}\,-6\hat{j}+\hat{k}\Big)$$
 के बीच की

न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :



अथ्यासार्थ प्रश्नावली १४ १

1. बिंदु को मिलाने वाले रेखाख़ण्डों को दिक् - कोसाइन ज्ञात कीजिए-

$$-A(3, -4, -2)$$
 or $B(1, -2, -1)$



2. बिंदु को मिलाने वाले रेखाख़ण्डों को दिक् - कोसाइन ज्ञात

कीजिए--- A(-5,7,-9) or B(-3,4,-6)



3. एक सदिश x- अक्ष v y-अक्ष प्रत्येक के साथ $\frac{\pi}{4}$ कोण बनाता है, तो z-अक्ष के साथ यह क्या कोण बनाता है ?



4. यदि एक रेखा एक दिक् - अनुपात -18, 12, -4 है तो इनके दिक् -कोसाइन क्या होंगे।



5. अक्षों के दिक् - कोसाइन ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

6. यदि किसी रेखा के दिक् - अनुपात a,b,c हो, तो इसके दिक् - कोसाइन ज्ञात कीजिए।

A.
$$a, \, \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}, \, \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2+C^2}}$$

$$\mathsf{B.}\,\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}},\,b,\,\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2+C^2}}$$

C.
$$\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}, \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}, c$$

D.

$$rac{a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}, rac{b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}, rac{c}{\sqrt{a^2+b^2+C^2}}$$

Answer: D



7. बिंदुओं $(\,-2,4,\,-5)$ तथा (1,2,3) को मिलाने वाली रेखा

के दिक् - कोसाइन ज्ञात कीजिए ।



8. कोई रेखा x-अक्ष और y-से साथ क्रमशः 60° तथा 45° के कोण बनाती है। इनके द्वारा घनत्व दिशा में z-अक्ष के साथ कितना कोण बनेगा ?



9. दो रेखाओं की दिक्-कोज्याएँ l, m, n ज्ञात कीजिए जो निम्न समीकरणों को संतुष्ट करती है---

$$l - 5m + 3n = 0$$

$$7l^2 + 5m^2 - 3n^2 = 0$$



10. दर्शाइए की बिंदु

A(1,2,3), B(-1,-2,-1), C(2,3,2) और

D(4,7,6) एक समान्तर चतर्भुज के शीर्ष हैं परन्तु ये बिंदु आयत के शीर्ष नहीं हैं |



11. बिंदुओं (1,2,3) और (-4,5,-6) को मिलाने वाली रेखा की दिक् - कोज्ञाएँ ज्ञात कीजिए।

वीडियो उत्तर देखें

12. उस त्रिभुज की भुजाओं के दिक्-कोसाइन ज्ञात कीजिए जिसके

शीर्ष

A(5, -6, 3), B(1, 2, -1)

और

 $C(\,-5,\,-2,\,-5)$ है



वीडियो उत्तर देखें

13. विभाजन सूत्र का प्रयोग करके सिद्ध कीजिये की निम्नलिखित

बिंदु सरेख है : $(2,3,4), (\,-1,\,-2,1)$ तथा (5,8,7)



अथ्यासार्थं प्रश्नावली १४ २

1. बिंदु P(3,4,-7) और Q(1,-1,6) को मिलाने वाली रेखा का साधीश समीकरण ज्ञात कीजिए। इसका कार्तीय समीकरण भी ज्ञात कीजिए।



2. एक रेखा बिंदु $2\hat{i}+\hat{j}-3\hat{k}$ से गुजरती है और साधीश $\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ के समांतर है । रेखा का सदिश समाकरण ज्ञात कीजिए। इसके द्वारा रेखा का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए।



3. एक रेखा का कार्तीय समीकरण 6x-2=3y+1=2z-2 है । इसका सदिश समीकरण जात कीजिए।



4. बिंदु P, Q, R के स्थिति सदिश क्रमशः $\hat{i}-2\hat{j}-3\hat{k},~\hat{i}-2\hat{j}+4\hat{k}$ और $2\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}$ है। रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो P से गुजरती है और QR के समान्तर है इस रेखा का कार्तीय समीकरण भी ज्ञात कीजिए ।



5. सिद्ध कीजिए की (1, 2, 3) और (4, 5, 7) को मिलाने वाली रेखा (-4, 3, -6) और (2, 9, 2) बिंदुओं को मिलाने वाली रेखा के समांतर है।



6. उस रेखा का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जो (1,-1,2) से गुजरती है और रेखा $\frac{x-3}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{-2}$ के समांतर है । इसे सदिश रूप में भी दर्शाइए ।

7. उस रेखा पर समीकरण लिखिए जो उस बिंदु से जाती है। जिसका स्थिति सदिश \overrightarrow{a} तथा स्थिति सदिश \overrightarrow{b} के समान्तर है।



8. बिंदु (5, 2, -4) से जाने वाली तथा सदिश ^i +3^j - 8^k के समांतर रेखा का साधीश समीकरण लिखिए।



अथ्यासार्थ प्रश्नावली १४ ३

1. सदिश
$$\overrightarrow{r}=3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$$

or
$$\overrightarrow{r}=4\hat{i}+4\hat{j}+7\hat{k}$$

के बिच का कोण ज्ञात कीजिए।



2. बिंदु
$$(3,-1,11)$$
 से रेखा $\frac{x}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ की लम्ब दुरी ज्ञात कीजिए।

3. उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये जो
$$(1, -1, 1)$$
 से गुजरती है और उन रेखाओं पर लम्ब है जो बिंदु

(4,3,2),(1,-1,0) तथा (1,2,-1),(2,1,1) से होकर जाती है।



4. यदि A और B दो बिंदुओं के निर्देशांक क्रमशह (-1,3,4) और (1,-1,1) हो और O मूल बिंदु हो, तो सिद्ध कीजिए की OA और OB परस्पर लम्ब है।

5. बिंदु
$$\hat{i}+6\hat{j}+3\hat{k}$$
 से रेखा $\overrightarrow{r}=\hat{j}+2\hat{k}+\lambdaig(\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}ig)$

पर डाले गये लम्ब के पद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए तथा लम्ब की माप भी ज्ञात कीजिए।



6. निम्नलिखित रेखा - युग्मों के बिच का कोण ज्ञात कीजिए :

$$\overrightarrow{r}=3\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}+\lambda\Big(\hat{i}-\hat{j}-2\hat{k}\Big)$$

और
$$\overrightarrow{r}=2\hat{i}-\hat{j}-56\hat{k}+\lambdaigg(3\hat{i}-5\hat{j}-4\hat{k}igg)$$



7. रेखाओं x-2y+z=0=x+2y-2z तथा x+2y+z=0=3x+9y+5z के मध्य कोण ज्ञात

कीजिए।



8. रेखा के मध्य का कोण ज्ञात कीजिए

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{-3}$$
 $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{8} = \frac{z-5}{4}$

एवं



9. रेखा - युग्मों के बिच का कोण ज्ञात कीजिए : $\frac{x}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1}$ or $\frac{x-5}{4}=\frac{x-5}{4}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{8}$



10. दिखाइए की रेखाएं
$$\dfrac{x-5}{7}=\dfrac{y+2}{-5}=\dfrac{z}{1}$$
 और $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{3}$ परपर लम्ब है।



11.
$$p$$
 का मान ज्ञात कीजिए ताकि रेखाएँ $\dfrac{1-x}{3}=\dfrac{7y-14}{2p}=\dfrac{z-3}{2}$ और $\dfrac{7-7x}{3p}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{6-z}{5}$ परस्पर लम्ब हों।



12. रेखा - युग्म के बीच का कोण ज्ञात कीजिए --- एक रेखा जिसके दिक् - अनुपात 2, 2, 1 है।



13. रेखा - युग्म के बीच का कोण ज्ञात कीजिए --- बिंदु (3, 1, 4) और (7, 2, 12) को मिलाने वाली रेखा।



14. दिखाइए की रेखाएं जिनके दिक् - अनुपात 6, 2, -8 और 4, -4, 2

है, परस्पर लम्ब है।



जाडिया उत्तर दख

15. दो रेखाओं के दिक् - अनुपात 3, -2, 1 तथा 1, -2, 3 है, इनके बिच का कोण ज्ञात कीजिए।



16. यदि रेखाएं दिक् - अनुपात $(2-\lambda), 2(1+\lambda), 3+\lambda$ तथा

3, 1, 0 है परस्पर लम्ब हों, तो 1 का मान ज्ञात कीजिए।



17. दिखाइए की रेखाएं जिनके दिक् - कोसाइन $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{6}{7}$ तथा

$$\frac{3}{7}, \frac{-6}{7}, \frac{2}{7}$$
 है, परस्पर लम्ब है ।



अथ्यासार्थ प्रश्नावली १४ ४

1. दिखाइए की रेखाएँ $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+3}{1}$ और $\frac{x}{1} = \frac{y-7}{-3} = \frac{z+6}{1}$ एक-दूसरे को प्रतिच्छेद करती है।

प्रतिछ़छेद बिंद् के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।



2. सिद्ध कीजिए की रेखाएँ $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{5}$ ttha $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-2}$ एक - दूसरे को प्रतिच्छेद नहीं करती है।



3. बिंदु
$$(1,0,0)$$
 से रेखा $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z+10}{8}$ की लंबवत दुरी ज्ञात कीजिए तथा लांब के पाद के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।



4. बिंदु (1,2,3) से रेखा $\frac{x-6}{3}=\frac{y-7}{2}=\frac{z-7}{-2}$ की लंबवत दूरी ज्ञात कीजिए ।



5. बिंदु p(1,6,3) से रेखा $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{3}$ पर डेल गए लांब का पाद ज्ञात कीजिए तथा बिंदु p से इसकी दुरी भी ज्ञात कीजिए।



6. बिंदु A(2,1,1) से बिद्गुओं B(4,6,1) तथा C(4,4,5) को

मिलाने वाली रेखा पर लांब का पद ज्ञात कीजिए।

7. बिद्रुओ (1,2,3) तथा (-3,4,3) से जाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए तथा दिखाइए की यह z- अक्स पर लांब है।



8. बिंदु (-1, -5, -10) से रेखा

$$\overrightarrow{r} = \left(2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}
ight) + \lambda \left(3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}
ight)$$
 तथा

$$\overrightarrow{r}$$
. $\left(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}
ight)=5$ से प्रतिच्छेद बिंदु की दुरी ज्ञात कीजिए।



9. दर्शाइए की रेखाएँ $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$ और $\frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-3}{4}$ एक - दूसरे को प्रतिच्छेद करती



10.

है। प्रतिच्छेद बिद्रू भी ज्ञात कीजिए।

$$\overrightarrow{r}=\hat{i}+2\hat{k}+\lambda\Big(\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}\Big)$$
 पर डाले गए लांब के पाद के निर्देशन क ज्ञात कीजिए तथा लांब की लम्बाई भी ज्ञात कीजिए।

रेखा

बिंदु $\hat{i}+6\hat{j}+3\hat{k}$

🕞 वीडियो उत्तर देखें