doubtnut
India's Number 1 Education App

MATHS

BOOKS - MATHS

अवकल समीकरणों के अनुप्रयोग

उदाहरण

1. किसी बैंक में मूलधन की वृद्धि 5% वार्षिक की डॉ से होती है | इस बैंक में ₹ 1,000 जमा कराएं जाते है | ज्ञात कीजिए कि 10 वर्ष बाद यह कितनी हो जाएगी ?

वीडियो उत्तर देखें

2. किसी गांव की जनसंख्या की वृद्धि की दर किसी भी समय उस गांव के निवासियों की संख्या के समानुपाती है | यदि सन्न 1999 में गांव की जनसंख्या 20,000 थी और सन्न 2004 में 25,000 थी, तो ज्ञात कीजिए कि सन्न 2009 में गांव की जनसंख्या क्या होगी ?

वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि $x^2 - y^2 = c(x^2 + y^2)^2$, जहाँ C एक प्राचल है, अवकल समीकरण $(x^3 - 3xy^2)dx = (y^3 - 3x^2y)dy$ का व्यापक हल है |

वीडियो उत्तर देखें

4. बिंदु (0,1) से गुजरने वाले उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए, जबकि इस वक्र के किसी बिंदु (x,y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता, उस बिंदु के x-निर्देशांक (भुज) और x-निर्देशांक व y-निर्देशांक के गुणनफल के योग के बराबर हो |

वीडियो उत्तर देखें

अभ्यास 5 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. बैक्टीरिया की गणना 1,00,000 है | यह 2 घण्टे में 10% बढ़ जाती है | कितने समय में यह 2,00,000 हो जायेगी यदि बैक्टीरिया के वृद्धि की दर वर्तमान संख्या के समानुपाती हो ?

वीडियो उत्तर देखें

2. जनसंख्या वृद्धि की दर वर्तमान संख्या के समानुपाती है | यदि 25 वर्ष पहले किसी शहर की संख्या दोगुनी थी और वर्तमान जनसंख्या 1,00,000 है तो शहर की जनसंख्या कब 5,00,000 हो जायेगी ? [दिया है $\log_e 5 = 11.609, \log_e 2 = 0.6931$]

वीडियो उत्तर देखें

3. एक जनसंख्या 5% प्रतिवर्ष की दर से बढ़ती है | कितने समय के उपरान्त यह दोगुनी हो जायेगी ?

वीडियो उत्तर देखें

4. गुब्बारे का सतह, जिसे हवा भरकर फुलाया जा रहा है, स्थिर गति से बदल रहा है | यदि प्रारंभ में 1 इकाई हो और 3 सेकंड के उपरान्त 2 इकाई हो जाती है, समय t के उपरान्त त्रिज्या ज्ञात कीजिए |

उत्तर देखें

5. किसी बैंक में मूलधन r% वार्षिक की दर से बढ़ता है | r के मान की गणना कीजिए यदि ₹ 100, 10 बढ़कर दोगुने हो जाते है |

वीडियो उत्तर देखें

6. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु (1,0) से होकर जाता है तथा अवकल समीकरण $(1+y^2)dx = xydy$ को संतुष्ट करता है |

A. $x^2 = 1 - y^2$

B. $x^2 = 1 + y^2$

C. $x^2 = 1 + y^3$

D. $x^3 = 1 + y^2$

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

7. किसी वक्र के बिंदु $P(x, y)$ पर स्पर्श रेखा का ढाल $-\frac{x}{y}$ है | यदि वक्र $(3, -4)$ से जाता है तो वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए |

A. $x^2 + y^2 = 16$

B. $x^2 + y^2 = 25$

C. $x^2 + y^2 = 36$

D. $x^2 + y^2 = 49$

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

8. वक्र के किसी बिंदु (x, y) की स्पर्श रेखा x-अक्ष के साथ $\tan^{-1}(2x+3y)$ का कोण बनाती है | वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए यदि यह (1, 2) से जाती है |

वीडियो उत्तर देखें

9. उस वक्र का समीकरण, जिसका किसी बिंदु पर ढाल y+2x के समान है और जो मूलबिंदु से गुजरती है, $y+2(x+1)=2e^x$ है |

वीडियो उत्तर देखें

वीडियो उत्तर देखें

10. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूलबिंदु से जाता है और जिसका इसके बिंदु (x,y) पर ढाल x + 3y -1 है |

वीडियो उत्तर देखें

11. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो (3, 4) से जाता है और किसी बिंदु (x, y) पर ढाल $\frac{8x}{9}$ रखता है |

वीडियो उत्तर देखें

12. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो $x(x+1)\frac{dy}{dx} - y = x(x+1)$ को संतुष्ट करता है और $(1, 0)$ से गुजरता है |

वीडियो उत्तर देखें

13. बैक्टीरिया के वृद्धि की दर वर्तमान संख्या के समानुपात में परिवर्तित होती है | 6 घण्टे में यह दोगुनी हो जाती है | सिद्ध कीजिए की 18 घण्टे की समाप्ति पर बैक्टीरिया की संख्या 8 गुनी हो जायेगी |

वीडियो उत्तर देखें

14. एक वक्र इस प्रकार है कि वक्र के किसी बिंदु P पर खींची गयी स्पर्श रेखा पर मूलबिंदु से डाले गये लम्ब की लम्बाई P के भुज के बराबर है | दिखाइए कि वक्र का अवकल समीकरण $y^2 - 2xy\frac{dy}{dx} - x^2 = 0$ है अतएव वक्र ज्ञात कीजिए |

उत्तर देखें

15. मूलबिंदु से होकर जाने वाले वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका अवकल समीकरण $y' = e^x \sin x$ है |

वीडियो उत्तर देखें

16. अवकल समीकरण $xy\frac{dy}{dx} = (x+2)(y+2)$ का वक्र हल ज्ञात कीजिए | यह वक्र बिंदु $(1, -1)$ से गुजरता है |

वीडियो उत्तर देखें

17. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो $(0, -2)$ से जाता है | दिया है वक्र के किसी बिंदु (x,y) पर इसकी स्पर्श रेखा के ढाल और बिंदु के y-निर्देशांक का गुणनफल बिंदु के x-निर्देशांक के बराबर है |

वीडियो उत्तर देखें

18. वक्र के किसी बिंदु (x,y) पर स्पर्श रेखा का ढाल सम्पर्क बिंदु और $(-4, -3)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड के ढाल का दोगुना है | वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जबकि यह दिया है कि यह $(-2, 1)$ से गुजरता है |

वीडियो उत्तर देखें

19. एक गोलीय गुब्बारे का आयतन, जिसे हवा भरकर फुलाया जा रहा है, स्थिर दर से परिवर्तित होता है | यदि प्रारम्भ में इसकी त्रिज्या 3 इकाई हो और 3 सेकंड के उपरान्त

यह 6 इकाई हो जाएं तो गुब्बारे की त्रिज्या t सेकंड के उपरान्त ज्ञात कीजिए |

वीडियो उत्तर देखें

एन सी ई आर टी कार्नर

1. 1 से 2 तक की समस्याओं में a और b का विलोपन कर प्रदत्त वक्र कुल को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण का निर्माण कीजिए :

मूलबिंदु पर y-अक्ष को स्पर्श करने वाले व्रतों के कुल हेतु अवकल समीकरण बनाइए |

वीडियो उत्तर देखें

2. 1 से 2 तक की समस्याओं में a और b का विलोपन कर प्रदत्त वक्र कुल को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण का निर्माण कीजिए :

उस परवलय कुल के लिए अवकल समीकरण बनाइए जिसका शीर्ष मूलबिंदु हे तथा जिनकी अक्ष धनात्मक y-अक्ष के अनुदिश है |

वीडियो उत्तर देखें

3. दीर्घवृत के कुल हेतु अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभियाँ y-अक्ष पर तथा केंद्र मूलबिंदु पर है |

वीडियो उत्तर देखें

4. उस अतिपरवलय कुल का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभियाँ x-अक्ष पर है तथा केंद्र मूलबिंदु पर है |

वीडियो उत्तर देखें

5. व्रतों के कुल हेतु अवकल समीकरण बनाइए, जबकि वृत्त को केंद्र y-अक्ष पर तथा त्रिज्या 3 इकाई है |

वीडियो उत्तर देखें

6. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूलबिंदु से जाता है | दिया है कि वक्र के किसी बिंदु (x, y) पर स्पर्श रेखा का ढाल बिंदु के निर्देशांकों के योग के बराबर है |

वीडियो उत्तर देखें

एन सी ई आर टी एक्सेम्पलर लघु उत्तरीय प्रश्न

1. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूलबिंदु के होकर जाता है और अवकल समीकरण $(1+x^2)\frac{dy}{dx}+2xy=4x^2$ को संतुष्ट करता है |

वीडियो उत्तर देखें

2. केंद्र (1, 2) वाले सभी संकेन्द्री व्रतों के कुल का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए |

वीडियो उत्तर देखें

3. उन सभी व्रतों के समीकरण का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूलबिंदु से होकर जाते है तथा केंद्र y-अक्ष पर स्थित है |

वीडियो उत्तर देखें

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. बिंदु $(1, 0)$ से जाने वाले उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके किसी भी बिंदु (x, y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता $\frac{y-1}{x^2+x}$ है।

A. $2x^2 + x - 2 = 0$

B. $x^2 + x - 2 = 0$

C. $2x^2 + x + 2 = 0$

D. $2x^2 - x - 2 = 0$

Answer: A

वीडियो उत्तर देखें

2. बिंदु (1, 1) से गुजरने वाले उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके किसी बिंदु P (x, y) से खींची गई स्पर्श रेखा,

निर्देशांक अक्षों से A और B पर इस प्रकार मिलती है कि AB का मध्य बिंदु P है।

वीडियो उत्तर देखें

3. बिंदु (2, 1) से जाने वाले उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके किसी भी बिंदु (x, y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता $\frac{x^2 + y^2}{2xy}$ है।

वीडियो उत्तर देखें

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. अवकल समीकरण $y\frac{dy}{dx}+x=C$ निरूपित करता है

:

A. अतिपरवलय के कुल को

B. परवलय के कुल को

C. दीर्घवृत्तो के कुल को

D. व्रतों के कुल को

Answer:

वीडियो उत्तर देखें

2. वक्र कुल $x^2 + y^2 - 2ay = 0$, जहाँ a एक स्वेच्छ अचर है का अवकल समीकरण है :

A. $\left(x^2 - y^2\right)\dfrac{dy}{dx} = 2xy$

B. $2\left(x^2 + y^2\right)\dfrac{dy}{dx} = xy$

C. $2\left(x^2 - y^2\right)\dfrac{dy}{dx} = xy$

D. $\left(x^2 + y^2\right)\dfrac{dy}{dx} = 2xy$

Answer: A

वीडियो उत्तर देखें

3. वक्र कुल $y = Ax + A^3$ उस अवकल समीकरण के संगत है जिसकी कोटि है :

A. 3

B. 2

C. 1

D. परिभाषित नहीं है

Answer: C

वीडियो उत्तर देखें

4. वह वक्र जिसके लिए किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा की प्रवणता उस बिंदु के x-अक्ष (भुज) तथा y-अक्ष (कोटि) के अनुपात के बराबर है वह है-

A. दीर्घवृत्त

B. परवलय

C. वृत्त

D. समकोणीय अतिपरवलय

Answer:

वीडियो उत्तर देखें

5. वक्र कुल $y^2 = 4a(x+a)$ का अवकल समीकरण है

A. $y^2 = 4\frac{dy}{dx}\left(x + \frac{dy}{dx}\right)$

B. $2y\frac{dy}{dx} = 4a$

C. $y\frac{d^2y}{dx^2} - \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$

D. $2x\frac{dy}{dx} + y\left(\frac{dy}{dx}\right) = y$

Answer:

वीडियो उत्तर देखें

कम्पटीशन कार्नर

1. अवकल समीकरण $\left(x^{2}+xy+4x+2y+4\right)\frac{dy}{dx}-y^{2}=0, x>0$ का हल वक्र, बिंदु (1, 3) से गुजरता है, तो हल वक्र है :

(a) ठीक एक बिंदु पर $y=x+2$ को काटता है

(b) $y=(x+2)^{2}$ को काटता है

(c) ठीक दो बिंदु पर $y=x+2$ को काटता है

(d) $y=(x+3)^{2}$ को नहीं काटता है

वीडियो उत्तर देखें