



MATHS

BOOKS - NCERT MATHS (HINDI)

गणितीय आगमन का सिद्धांत

उदाहरण

$$1. 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$



वीडियो उत्तर देखें

2. सभी प्राकृत संख्याओं $n \geq 2$ के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$\sum_{t=1}^{n-1} t(t+1) = \frac{n(n-1)(n+1)}{3}$$



वीडियो उत्तर देखें

3. सभी प्राकृत संख्याओं $n \geq 2$ के लिए ,
$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) - \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$$



वीडियो उत्तर देखें

4. प्रत्येक प्राकृत संख्या n के लिए $4^n - 1$ संख्या 3 से भाज्य है |



वीडियो उत्तर देखें

5. सभी प्राकृत संख्याओं $n \geq 3$ के लिए $2n + 1 < 2^n$.



वीडियो उत्तर देखें

6. किसी अनुक्रम $a_1 a_2, a_3 \dots$ को इस प्रकार परिभाषित कीजिए कि

$a_1 = 2, a_n = 5a_{n-1}$ जो सभी प्राकृत संख्याओं $n \geq 2$ के लिए,

(i) अनुक्रम के प्रथम चार पद (terms) लिखिए।

(ii) गणितीय आगमन के सिद्धांत का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि सभी प्राकृत संख्याओं के लिए, अनुक्रम के पद, सूत्र $a_n = 2 \cdot 5^{n-1}$ को संतुष्ट करते हैं।



वीडियो उत्तर देखें

7. बीजगणित (algebra) के वितरण नियम द्वारा सभी वास्तविक संख्याओं c, a_1

और a_2 के लिए, $c(a_1 + a_2) = ca_1 + ca_2$

इस वितरण नियम तथा गणितीय आगमन का प्रयोग करके, सिद्ध कीजिए कि,

सभी प्राकृत संख्याओं $n \geq 2$, के लिए, यदि c, a_1, a_2, \dots, a_n वास्तविक

संख्याएँ

हैं,

तो

$c(a_1 + a_2 + \dots + a_n) = ca_1 + ca_2 + \dots + ca_n$



वीडियो उत्तर देखें

8. आगमन विधि द्वारा सिद्ध कीजिए कि सभी प्राकृत संख्याओं n के लिए,

$$\sin \alpha + \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha + 2\beta) + \dots + \sin(\alpha + (n - 1)\beta)$$

$$= \frac{\sin\left(\alpha + \frac{n-1}{2}\beta\right)\sin\left(\frac{n\beta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}$$

 वीडियो उत्तर देखें

9. गणितीय आगमन के सिद्धान्त द्वारा सिद्ध कीजिए कि सभी प्राकृत संख्या n के लिए,

$$1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \dots + n \times n! = (n + 1)! - 1$$

 वीडियो उत्तर देखें

10. गणितीय आगमन के सिद्धान्त द्वारा सिद्ध कीजिए कि श्रेणी (series),

$$1^2 + 2 \times 2^2 + 3^2 + 2 \times 4^2 + 5^2 + 2 \times 6^2 \dots \dots \dots \text{ के } n \text{ पदों का}$$

$$\text{योगफल } S_n = \begin{cases} \frac{n(n+1)^2}{2} & \text{if } n \text{ is even} \\ \frac{n^2(n+1)}{2} & \text{if } n \text{ is odd} \end{cases} \text{ निम्नलिखित प्रकार है,}$$

 वीडियो उत्तर देखें

11. मान लीजिए कि $P(n): '2^n < (1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n)'$, तो न्यूनतम धन पूर्णांक, जिसके लिए $P(1)$ सत्य है,

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4 है।

Answer: D

 वीडियो उत्तर देखें

12. एक विद्यार्थी को किसी कथन $P(n)$ को गणितीय आगमन द्वारा सिद्ध करने के लिए कहा गया। उसने सिद्ध किया कि, सभी $k > 5 \in N$ के लिए $P(k + 1)$ सत्य है, जब कभी $P(k)$ सत्य है और यह कि $P(5)$ भी सत्य है। इसके आधार पर उसने निष्कर्ष निकाला कि $P(n)$ सत्य है,

- A. सभी $n \in N$ के लिए
- B. सभी $n > 5$ के लिए
- C. सभी $n \geq 5$ के लिए
- D. सभी $n < 5$ के लिए

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

13. यदि $P(n) : ' '2 \cdot 4^{2n+1} + 3^{3n+1}$ सभी $n \in N' '$ के लिए, λ से भाज्य है, सत्य है, तो λ का मान _____ है।



वीडियो उत्तर देखें

14. यदि $P(n) : 'n \in N$ के लिए $49^n + 16^n + k$ संख्या 64 से भाज्य है " सत्य है , तो k का न्यूनतम ऋण पूर्णांक मान _____ है |



वीडियो उत्तर देखें

15. बताइए कि गणितीय आगमन द्वारा कथन $P(n) : 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ की निम्नलिखित उपपत्ति है सत्य है या असत्य है |



वीडियो उत्तर देखें

4 3 प्रश्नावली लघु उत्तरीय प्रश्न S A

1. एक ऐसे कथन $P(n)$ का उदाहरण दीजिए, जो सभी $n \geq 4$ के लिए सत्य है किंतु $P(1)$, $P(2)$ तथा $P(3)$ सत्य नहीं है। अपने उत्तर का औचित्य भी बताइए।

 वीडियो उत्तर देखें

2. किसी ऐसे कथन $P(n)$ का उदाहरण दीजिए जो n के सभी मानों के लिए सत्य है। अपने उत्तर का औचित्य बताइए।

 वीडियो उत्तर देखें

3. प्रत्येक प्राकृत संख्या n के लिए, $4^n - 1$ संख्या 3 से भाज्य है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. सभी प्राकृत संख्या n के लिए, $2^{3n} - 1$, संख्या 7 से भाज्य है।



वीडियो उत्तर देखें

5. सभी प्राकृत संख्या n के लिए, $n^3 - 7n + 3$ संख्या 3 भाज्य है।



वीडियो उत्तर देखें

6. सभी प्राकृत संख्या n के लिए $3^{2n} - 1$ संख्या 8 से भाज्य है।



वीडियो उत्तर देखें

7. किसी प्राकृत संख्या n के लिए $7^n - 2^n$ संख्या 5 से भाज्य है।



वीडियो उत्तर देखें

8. किसी प्राकृत संख्या n के लिए, $x^n - y^n$, $x - y$ से भाज्य है, जहाँ x तथा y पूर्णांक है और $x \neq y$.

 वीडियो उत्तर देखें

9. प्रत्येक प्राकृत संख्या $n \geq 2$ के लिए, $n^3 - n$, संख्या 6 से भाज्य है।

 वीडियो उत्तर देखें

10. प्रत्येक प्राकृत संख्या n के लिए, $n(n^2 + 5)$, संख्या 6 से भाज्य है।

 वीडियो उत्तर देखें

11. सभी प्राकृत संख्या $n \geq 5$ के लिए, $n^2 < 2^n$.

 वीडियो उत्तर देखें

12. सभी प्राकृत संख्या n के लिए, $2n < (n + 2)!$

 वीडियो उत्तर देखें

13. सभी प्राकृत संख्या $n \geq 2$ के लिए,

$$\sqrt{n} < \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

 वीडियो उत्तर देखें

14. सभी प्राकृत संख्या n के लिए, $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n^2 + n$

 वीडियो उत्तर देखें

15. सभी प्राकृत संख्या n के लिए, $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$



वीडियो उत्तर देखें

16. सभी प्राकृत संख्या n के लिए,

$$1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1)$$



वीडियो उत्तर देखें

4 3 प्रश्नावली विस्तृत उत्तर वाले प्रश्न LA

1. सभी प्राकृत संख्या $k > 2$ के लिए, एक अनुक्रम $a_1, a_2, a_3, \dots, a_1 = 3$

तथा $a_k = 7a_{k-1}$ द्वारा परिभाषित है। सिद्ध कीजिए कि सभी प्राकृत संख्या n

के लिए $a_n = 3 \cdot 7^{n-1}$



वीडियो उत्तर देखें

2. सभी प्राकृत संख्या के लिए एक अनुक्रम b_0, b_1, b_2, \dots , $b_0 = 5$ तथा $b_k = 4 + b_{k-1}$ द्वारा परिभाषित है। गणितीय आगमन के प्रयोग द्वारा सिद्ध कीजिए कि सभी प्राकृत संख्या के लिए $b_n = 5 + 4n$.



वीडियो उत्तर देखें

3. सभी प्राकृत संख्या $k \geq 2$ के लिए अनुक्रम d_1, d_2, d_3, \dots , $d_1 = 2$ तथा $d_k = \frac{d_{k-1}}{k}$, द्वारा परिभाषित है। सिद्ध कीजिए कि सभी $n \in \mathbb{N}$ के लिए $d_n = \frac{2}{n!}$



वीडियो उत्तर देखें

4. सभी $n \in N$ के लिए, सिद्ध कीजिए कि,

$$\cos \alpha + \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha + 2\beta) + \dots + \cos(\alpha + (n - 1)\beta) \\ = \frac{\cos\left(\alpha + \left(\frac{n-1}{2}\right)\beta\right) \sin\left(\frac{n\beta}{2}\right)}{\sin \frac{\beta}{2}}$$

 वीडियो उत्तर देखें

5. सभी $n \in N$ के लिए, सिद्ध कीजिए कि

$$\cos \theta, \cos 2\theta \cos 2^2\theta \dots \cos 2^{n-1}\theta = \frac{\sin(2^n \theta)}{2^n \sin \theta}$$

 वीडियो उत्तर देखें

6. सभी $n \in N$ के लिए, सिद्ध कीजिए कि, $\frac{n^5}{5} + \frac{n^3}{3} + \frac{7n}{15}$ एक प्राकृत संख्या है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. सभी प्राकृत संख्या $n > 1$ के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. सभी $n \in N$ के लिए, सिद्ध कीजिए कि n भिन्न-भिन्न distinct अवयव वाले (अंतर्विष्ट किए हुए) समुच्चय के उपसमुच्चयों की संख्या 2^n है।

 वीडियो उत्तर देखें

4 3 प्रश्नावली वस्तुनिष्ठ प्रश्न प्रश्न

1. यदि सभी $n \in N$ के लिए, $10^n + 3 \cdot 4^{n+2} + k$, संख्या 9 से भाज्य है, तो k का लघुतम पूर्णांक मान:

A. 5

B. 3

C. 7

D. 1

Answer:



वीडियो उत्तर देखें

2. सभी $n \in N$ के लिए, $3 \cdot 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$, निम्नलिखित में से किस संख्या से भाज्य है:

A. 19

B. 17

C. 23

D. 25

Answer:



वीडियो उत्तर देखें

3. यदि $x^n - 1$, $x - k$, से भाज्य है, तो k का न्यूनतम पूर्णांक है:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Answer:



वीडियो उत्तर देखें

4. निम्नलिखित प्रश्न में रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए:

यदि $P(n) : 2n < n!$, $n \in N$, तो $P(n)$ सभी $n \geq$ _____ के लिए सत्य है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य है या असत्य है। औचित्य भी बताइए:

मान लीजिए कि $P(n)$ एक कथन है और मान लीजिए कि किसी प्राकृत संख्या k के लिए $P(k) \Rightarrow P(k + 1)$, तो $P(n)$ सभी $n \in N$ के लिए सत्य है।

 वीडियो उत्तर देखें