



MATHS

BOOKS - SBPD PUBLICATION

अवकल समीकरणों के अनुप्रयोग

साधित उदाहरण Solved Examples

1. किसी बैंक में मूलधन की वृद्धि 5% वार्षिक की दर से होती है। इस बैंक Rs. 1000 में जमा कराए जाते हैं। ज्ञात

कीजिए कि 10 वर्ष बाद यह राशि कितनी हो जाएगी?

$$(e^{0.5} = 1.648)$$

 वीडियो उत्तर देखें

2. किसी गाँव कि जनसंख्या कि वृद्धि कि दर किसी भी समय उस गाँव के निवासियों कि संख्या के समानुपाती है । यदि सन 1999 में गाँव कि जनसंख्या 20,000 थी और सन 2004 में 25,000 थी, तो ज्ञात कीजिए कि सन 2009 में गाँव कि जनसंख्या क्या होगी ?

 वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिये की $x^2 - y^2 = c(x^2 + y^2)^2$ जहाँ एक प्राचल है, अवकल समीकरण $(x^3 - 3xy^2)dx = (y^3 - 3x^2y)dy$ का व्यापक हल है।



वीडियो उत्तर देखें

4. बिंदु $(0, 1)$ से गुजरने वाले एक वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए यदि इस वक्र के किसी बिंदु (x, y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता, उस बिंदु के x निर्देशांक (भुज) और y निर्देशांक (कोटि) के गुणनफल के योग के बराबर है।



वीडियो उत्तर देखें

एन सी ई आर टी एक्सेम्पलर Ncert Exemplar लघु उत्तरीय प्रश्न Short Answer Type Questions

1. वक्र का समीकरण जो मूलबिन्दु से होकर जाता है तथा अवकल समीकरण $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy = 4x^2$ को सन्तुष्ट करता है, हैं



वीडियो उत्तर देखें

2. केंद्र (1, 2) वाले सभी सकेन्द्री वृत्तों के कुल का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

3. उन सभी वृत्तों के लिए अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूलबिन्दु से होकर जाते हैं तथा केन्द्र Y -अक्ष पर स्थित ।

 वीडियो उत्तर देखें

एन सी ई आर टी एक्सेम्पलर Ncert Exemplar दीर्घ उत्तरीय प्रश्न Long Answer Type Questions

1. बिंदु $(1, 0)$ से जाने वाले उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके किसी भी बिंदु (x, y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता $\frac{y - 1}{x^2 + x}$ है।



वीडियो उत्तर देखें

2. मूल बिंदु से गुजरने वाले वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए यदि इस वक्र के किसी बिंदु (x, y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता इस बिंदु के x निर्देशांक (भुज) तथा y निर्देशांक (कोटि) के अंतर के वर्ग के बराबर है।



वीडियो उत्तर देखें

3. बिंदु $(1, 1)$ से गुजरने वाले उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके किसी बिंदु $P(x, y)$ से खींची गई स्पर्श रेखा, निर्देशांक अक्षों से A और B पर इस प्रकार मिलती है कि AB का मध्य बिंदु P है।



वीडियो उत्तर देखें

4. बिंदु $(2, 1)$ से जाने वाले उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके किसी भी बिंदु (x, y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता $\frac{x^2 + y^2}{2xy}$ है।



वीडियो उत्तर देखें

एन सी ई आर टी एक्सेम्पलर Ncert Exemplar वस्तुनिष्ठ प्रश्न Objective Type Questions

1. अवकल समीकरण $y \frac{dy}{dx} + x = c$ निरूपित करता है-

- A. अतिपरवलय के कुल को
- B. परवलय के कुल को
- C. दीर्घवृत्तों के कुल को
- D. वृत्तों के कुल को

Answer:



वीडियो उत्तर देखें

2. वक्र कुल $x^2 + y^2 - 2ay = 0$, जहाँ a एक स्वेच्छ

अचर है का अवकल समीकरण है :

A. $(x^2 - y^2) \frac{dy}{dx} = 2xy$

B. $2(x^2 + y^2) \frac{dy}{dx} = xy$

C. $2(x^2 - y^2) \frac{dy}{dx} = xy$

D. $(x^2 + y^2) \frac{dy}{dx} = 2xy$

Answer:



00 0 0 0

3. वक्र कुल $y = Ax + A^3$ उस अवकल समीकरण के संगत है जिसकी कोटि है :

A. 3

B. 2

C. 1

D. परिभाषित नहीं है

Answer:



वीडियो उत्तर देखें

4. वह वक्र जिसके लिए किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा की प्रवणता उस बिंदु के x -अक्ष (भुज) तथा y -अक्ष (कोटि) के अनुपात के बराबर है वह है-

A. दीर्घवृत्त

B. परवलय

C. वृत्त

D. समकोणीय अतिपरवलय

Answer:



वीडियो उत्तर देखें

5. वक्र कुल $y^2 = 4a(x + a)$ का अवकल समीकरण है

A. $y^2 = 4 \frac{dy}{dx} \left(x + \frac{dy}{dx} \right)$

B. $2y \frac{dy}{dx} = 4a$

C. $y \frac{d^2y}{dx^2} - \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = 0$

D. $2x \frac{dy}{dx} + y \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = y$

Answer:



वीडियो उत्तर देखें

अभ्यास Exercise 5 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न Long Answer Type Questions

1. जीवाणु समूह में जीवाणुओं की संख्या 1,00,000 है . 2 घंटों में इनकी संख्या में 10 % की वृद्धि होती है . कितने घंटों में जीवाणुओं में संख्या 2,00,000 हो जाएगी, यदि जीवाणुओं की वृद्धि की दर उनके उपस्थित संख्या के समानुपाती है .



[वीडियो उत्तर देखें](#)

2. जनसंख्या वृद्धि की दर वर्तमान संख्या के समानुपाती है ।

यदि 25 वर्ष पहले किसी शहर की संख्या दोगुनी थी और

वर्तमान जनसंख्या 1,00,000 है तो शहर की जनसंख्या कब

5,00,000 हो जायेगी ? [दिया है

$$\log_e 5 = 11.609, \log_e 2 = 0.6931]$$



वीडियो उत्तर देखें

3. एक जनसंख्या के वृद्धि की दर 5% प्रतिवर्ष है। जनसंख्या

कितने समय में दुगुनी हो जायेगी।



वीडियो उत्तर देखें

4. गुब्बारे का सतह, जिसे हवा भरकर फुलागा जा रहा है, स्थिर गति से बदल रहा है। यदि प्रारम्भ में 1 इकाई हो और 3 सेकण्ड के उपरांत 2 इकाई हो जाती है समय के उपरांत ज्ञात कीजिए।



उत्तर देखें

5. किसी बैंक में भूलधन की वृद्धि $r\%$ वार्षिक की दर में होती है। यदि 100 रुपये 10 वर्षों में दोगुने हो जाते हैं, तो r का मान ज्ञात कीजिये। ($\log_e 2 = 0.6931$)



वीडियो उत्तर देखें

6. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु $(1,0)$ से होकर जाता है तथा अवकल समीकरण $(1 + y^2)dx = xydy$ को संतुष्ट करता है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. किसी वक्र के बिंदु $P(x, y)$ पर स्पर्श रेखा का ढाल $-\frac{x}{y}$ है। यदि वक्र $(3, -4)$ से जाता है तो वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

8. वक्र के किसी बिंदु (x, y) की स्पर्श रेखा x -अक्ष के साथ $\tan^{-1}(2x + 3y)$ का कोण बनाती है | वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए यदि यह $(1, 2)$ से जाती है |



वीडियो उत्तर देखें

9. उस वक्र का समीकरण, जिसका किसी बिंदु पर ढाल $y+2x$ के समान है और जो मूलबिंदु से गुजरती है, $y + 2(x + 1) = 2e^x$ है |



वीडियो उत्तर देखें

10. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूलबिंदु से जाता है और जिसका इसके बिंदु (x,y) पर ढाल $x + 3y - 1$ है

|



वीडियो उत्तर देखें

11. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूलबिन्दु से जाता है और जो $(3, 4)$ से जाता है और किसी बिन्दु (x, y) पर ढाल $\frac{2y}{x}$ रखता है।



वीडियो उत्तर देखें

12. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जो

$$x(x + 1) \frac{dy}{dx} - y = x(x + 1) \text{ को संतुष्ट करता है}$$

और $(1, 0)$ से गुजरता है |

 वीडियो उत्तर देखें

13. किसी जीवाणु समूह में जीवाणुओं के वृद्धि की दर उपस्थित जीवाणुओं की संख्या के समानुपाती है तथा यह पाया जाता है कि 6 घंटे में संख्या दुगुनी हो जाती है। गणना करें कि 18 घंटे में जीवाणुओं की संख्या कितनी गुनी हो जाने की उम्मीद है।

 वीडियो उत्तर देखें

14. एक वक्र इस प्रकार है कि वक्र के किसी बिन्दु P पर खींची गयी स्पर्श रेखा पर मूलबिन्दु से डाले गये लम्ब की लम्बाई P के भुज के बराबर है। दिखाइए कि वक्र का अवकल समीकरण $y^2 - 2xy \frac{dy}{dx} - x^2 = 0$ है अतएव वक्र ज्ञात कीजिए।



उत्तर देखें

15. बिंदु (0,0) से गुजरने वाले एक ऐसे वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका अवकल समीकरण

$$\frac{dy}{dx} = e^x \sin x \text{ है |}$$

 वीडियो उत्तर देखें

16. अवकल समीकरण $xy \frac{dy}{dx} = (x + 2)(y + 2)$ का विशेष हल ज्ञात कीजिए। यहाँ दिया गया है $y = -1$ तब $x = 1$

 वीडियो उत्तर देखें

17. बिंदु $(0, -2)$ से गुजरने वाले एक ऐसे वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके किसी बिंदु (x, y) पर स्पर्श

रेखा की प्रवणता और उस बिंदु के y निर्देशांक का गुणनफल उस बिंदु के x निर्देशांक के बराबर है।

 वीडियो उत्तर देखें

18. एक वक्र के किसी बिन्दु (x, y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता, स्पर्श बिन्दु को, बिन्दु $(-4, -3)$ से मिलाने वाले रेखाखंड की प्रवणता की दुगुनी है। यदि यह वक्र बिन्दु $(-2, 1)$ से गुजरता हो तो इस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

19. एक गोलाकार गुब्बारे का आयतन, जिसे हवा भरकर फुलाया जा रहा है, स्थिर गति से बदल रहा है यदि आरम्भ में इस गुब्बारे की त्रिज्या 3 इकाई है और 3 सेकंड बाद 6 इकाई है, तो t सेकंड बाद उस गुब्बारे की त्रिज्या ज्ञात कीजिये।



वीडियो उत्तर देखें

एन सी ई आर टी कॉर्नर Ncert Corner

1. y -अक्ष को मूल बिंदु पर स्पर्श करने वाले वृत्तों के कुल का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

2. परवलय के कुल का अवकल समीकरण, जिसका शीर्ष मूलबिन्दु पर तथा अक्ष धनात्मक Y-अक्ष पर हों, है

 वीडियो उत्तर देखें

3. ऐसे दीर्घव्रतों के कुल का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभियाँ y-अक्ष पर है तथा जिसका केन्द्र मूल बिन्दु है

|

 वीडियो उत्तर देखें

4. ऐसे अतिपरवलयों के कुल का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जिनकी नाभियाँ x -अक्ष पर है तथा जिनका केन्द्र मूल बिन्दु है ।



वीडियो उत्तर देखें

5. ऐसे वृत्तों के कुल का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिये जिनका केन्द्र y -अक्ष पर है और जिनकी त्रिज्या 3 इकाई है ।



वीडियो उत्तर देखें

6. मूल बिंदु से गंजरने वाले एक वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए यदि इस वक्र के किसी बिंदु (x, y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता उस बिंदु के निर्देशांकों के योग के बराबर है।



वीडियो उत्तर देखें

कम्पटीशन कॉर्नर Competition Corner

1. अवकल समीकरण का हल तक बिंदु से गुजरता है तो हल वक्र है :

A. ठीक एक बिन्दु पर $y = x + 2$ को काटता है

B. $y = (x + 2)^2$ को काटता है

C. ठीक दो बिन्दु पर $y = x + 2$ को काटता है

D. $y = (x + 3)^3$ को नहीं काटता है

Answer: B::C



उत्तर देखें