



# MATHS

## BOOKS - SBPD PUBLICATION

### उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ

#### साधित उदाहरण

1. प्रथम अवकलज परीक्षण द्वारा निम्न फलनों के स्थानीय उच्चिष्ठ और स्थानीय निम्निष्ठ के बिन्दु ज्ञात कीजिए। साथ ही, स्थानीय उच्चिष्ठ और स्थानीय निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए,

जैसी स्थिति हो :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 15$$

 वीडियो उत्तर देखें

2. फलनों के स्थानीय उच्चतम या निम्नतम, यदि कोई हो तो, ज्ञात कीजिए तथा स्थानीय उच्चतम या स्थानीय निम्नतम मान, जैसी स्थिति हो, ज्ञात कीजिए.

$$(vi) g(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}, x > 0$$

 वीडियो उत्तर देखें

3. प्रथम अवकलज परीक्षण द्वारा निम्न फलनों के स्थानीय उच्चिष्ठ और स्थानीय निम्निष्ठ के बिन्दु ज्ञात कीजिए। साथ ही, स्थानीय उच्चिष्ठ और स्थानीय निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए, जैसी स्थिति हो :

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2}$$



**वीडियो उत्तर देखें**

4. प्रथम अवकलज परीक्षण द्वारा निम्न फलनों के स्थानीय उच्चिष्ठ और स्थानीय निम्निष्ठ के बिन्दु ज्ञात कीजिए। साथ ही, स्थानीय उच्चिष्ठ और स्थानीय निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए,

जैसी स्थिति हो :

$$f(x) = x\sqrt{1-x}, x \leq 1$$

 वीडियो उत्तर देखें

5. प्रथम अवकलज परीक्षण द्वारा निम्न फलनों का स्थानीय उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = \sin x + \cos x, 0 < x < \frac{\pi}{2}$$

 वीडियो उत्तर देखें

6. फलनों का उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए-

$$f(x) = \sin 2x - x, \quad -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

 वीडियो उत्तर देखें

7. फलन को उच्छिष्ट और निमनष्ट का मान ज्ञात कीजिय

$$f(x) = \sin x - \cos x, \quad 0 < x < 2\pi.$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. यदि दिया है कि अंतराल  $[0, 2]$  में  $x = 1$  पर फलन  $x^4 - 62x^2 + ax + 9$  उच्चतम मान प्राप्त करता है, तो  $a$  का मान ज्ञात कीजिए |

 वीडियो उत्तर देखें

9. फलन  $\frac{x^2 - x - 11}{x - 5}$  के उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

10. फलन  $x^3 - 2x^2 + x + 6$  के उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात करें |

 वीडियो उत्तर देखें

11. फलन  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 11$  का स्थानीय उच्चिष्ठ और स्थानीय निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए |

 वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध करें कि  $\theta = \frac{\pi}{3}$   $\sin \theta(1 + \cos \theta)$

महत्तम है।



वीडियो उत्तर देखें

13. प्रदत्त अंतरालों में निम्लिखित फलनों के निरपेक्ष उच्चतम मान और निरपेक्ष निम्नतम मान ज्ञात कीजिए।

(i)  $f(x) = x^3, x \in [-2, 2]$

(ii)  $f(x) = \sin x + \cos x, x \in [0, \pi]$

(iii)  $f(x) = 4x - \frac{1}{2}x^2, x \in \left[-2, \frac{9}{2}\right]$

(iv)  $f(x) = (x - 1)^2 + 3, x \in [-3, 1]$ .



 वीडियो उत्तर देखें

14. प्रदत्त अंतरालों में निम्लिखित फलनों के निरपेक्ष उच्चतम मान और निरपेक्ष निम्नतम मान ज्ञात कीजिए।

(i)  $f(x) = x^3, x \in [-2, 2]$

(ii)  $f(x) = \sin x + \cos x, x \in [0, \pi]$

(iii)  $f(x) = 4x - \frac{1}{2}x^2, x \in \left[-2, \frac{9}{2}\right]$

(iv)  $f(x) = (x - 1)^2 + 3, x \in [-3, 1]$ .

 वीडियो उत्तर देखें

**15.** प्रदत्त अंतराल में निम्नलिखित फलनों के निरपेक्ष उच्चतम मान और निरपेक्ष निम्नतम मान ज्ञात कीजिए।

$$f(x) = x^{50} - x^{20} \text{ (in } [0, 1] \text{ में)}$$



**वीडियो उत्तर देखें**

**16.** प्रदत्त अंतरालों में निम्नलिखित फलनों के निरपेक्ष उच्चतम और निरपेक्ष मान ज्ञात कीजिए:

(i)  $f(x) = x^3, x \in [-2, 2]$

(ii)  $f(x) = \sin x + \cos x, x \in [0, \pi]$

$$(iii) f(x) = 4x - \frac{1}{2}x^2, x \in \left[ -2\frac{9}{2} \right]$$

$$(iv) f(x) = (x - 1)^2 + 3, x \in [-3, 1]$$



वीडियो उत्तर देखें

17. दिए गए प्रान्त में निम्न फलनों का निरपेक्ष उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = 2 \cos 2x - \cos 4x \text{ in } [0, \pi]$$



वीडियो उत्तर देखें

18. ऐसी दो संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 24 है और जिनका गुणनफल उच्चतम हो ।

 वीडियो उत्तर देखें

19. एक बन्द लम्बवृत्तीय बेलन जिसका आयतन 2,156 घन इकाई है। कुल पृष्ठ क्षेत्रफल अधिकतम होने के लिए त्रिज्या क्या होनी चाहिए ? [  $\pi = \frac{22}{7}$  प्रयोग कीजिए ]

 वीडियो उत्तर देखें

20.  $128\pi cm^3$  आयतन वाले सभी बन्द लम्ब वृत्तीय बेलनाकार डिब्बों में से न्यूनतम पृष्ठ क्षेत्रफल वाले डिब्बे की विमाएँ ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

21. सिद्ध कीजिए कि दी हुई त्रिकोण ऊँचाई और महत्तम आयतन वाले शंकु का अर्द्धशीर्ष कोण  $\tan^{-1} \sqrt{2}$  होता है।

 वीडियो उत्तर देखें

22. प्रदर्शित कीजिये कि दिये गये कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं अधिकतम आयतन के लम्ब वृत्तीय शंकु का अर्द्ध शीर्ष कोण  $\sin^{-1} \frac{1}{3}$  है।



वीडियो उत्तर देखें

23. किसी आयत के ऊपर बनी समबाहु त्रिभुज के आकार वाली एक खिड़की है। यदि खिड़की का परिमाण 12 मी. है, तो खिड़की के अधिकतम क्षेत्रफल के लिए आयत की विमाएँ ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

**24.** सिद्ध कीजिए कि एक शंकु के अंतर्गत महत्तम वक्र पृष्ठ वाले लंबवृत्तीय बेलन की त्रिज्या शंकु की त्रिज्या की आधी होती है



**वीडियो उत्तर देखें**

**25.** यदि एक समलम्ब चतुर्भुज के आधार के अतिरिक्त तीनों भुजाओं की लम्बाई 10 सेमि है, तब समलम्ब चतुर्भुज का अधिकतम क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



**वीडियो उत्तर देखें**

26. सिद्ध कीजिये कि वर्गाकार आधार एवं दिये गये आयतन के एक ठोस घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल न्यूनतम है, जबकि यह एक घन है।



वीडियो उत्तर देखें

27. यदि किसी समकोण त्रिभुज की एक भुजा और कर्ण का योगफल दिया हुआ हो तो दिखाओ की त्रिभुज का क्षेत्रफल उच्चतम तब होगा जबकि इन भुजाओ के मध्य का कोण  $\pi / 3$  है



वीडियो उत्तर देखें



## अभ्यास 17 1 वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1.  $x$ , के सभी वास्तविक मानों के लिए  $\frac{1 - x + x^2}{1 + x + x^2}$  का न्यूनतम मान है :

A. 0

B. 1

C. 3

D.  $\frac{1}{3}$

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

2.  $[x(x - 1) + 1]^{1/3}$ ,  $0 \leq x \leq 1$  का उच्चतम मान  
..... है ।

A.  $\left(\frac{1}{3}\right)^{1/3}$

B.  $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 0

**Answer: C**



उत्तर देखें

3. वक्र  $x^2 = 2y$  पर  $(0, 5)$  से न्यूनतम दुरी पर स्थित बिन्दु ..... है।

A.  $(2\sqrt{2}, 4)$

B.  $(2\sqrt{2}, 0)$

C.  $(0, 0)$

D.  $(2, 2)$

**Answer: A**



4.  $x^2 + \frac{250}{x}$  का न्यूनतम मान है

A. 50

B. 55

C. 25

D. 75

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

5. दिखाइए कि फलन  $x^{2/3} + (x - 2)^{2/3}$  का उच्चिष्ठ

मान 2 है |

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 17 1 अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. प्रथम कोटि अवकलज परीक्षण का उपयोग कर

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 4 \text{ फलन के उच्चिष्ठ}$$

और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए :



वीडियो उत्तर देखें

2. प्रथम कोटि अवकलज परीक्षण का उपयोग कर

$$f(x) = 2x^3 - 24x + 107 \text{ फलन के उच्चिष्ठ और}$$

निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए :



वीडियो उत्तर देखें

3. प्रथम कोटि अवकलज परीक्षण का उपयोग कर निम्न फलनों के उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = x^3 - 12x^2 - 5$$

 वीडियो उत्तर देखें

4. फलनों का उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए-

$$f(x) = x^4 - 62x^2 + 120x + 9$$

 वीडियो उत्तर देखें

5. निम्न फलनों के उच्चिष्ठ का निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए -

$$(x - 1)2e^x$$



वीडियो उत्तर देखें

6. प्रथम कोटि अवकलज परीक्षण का उपयोग कर

$$f(x) = \frac{x}{(x - 1)(x - 4)}, 1 \leq x < 4 \text{ फलन के}$$

उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए :



वीडियो उत्तर देखें



7. प्रथम कोटि अवकलज परीक्षण का उपयोग कर

$$f(x) = (x + 1)(x + 2)^{1/3}, x \geq -2 \text{ फलन के}$$

उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए :



वीडियो उत्तर देखें

8. प्रथम कोटि अवकलज परीक्षण का उपयोग कर निम्न

फलनों के उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = x^3(2x - 1)^3$$



वीडियो उत्तर देखें

9. प्रथम कोटि अवकलज परीक्षण का उपयोग कर निम्न फलनों के उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = x^3(x - 1)^3$$

 वीडियो उत्तर देखें

10. प्रथम कोटि अवकलज परीक्षण का उपयोग कर  $f(x) = -x + 2 \sin x, 0 \leq x \leq 2\pi$  फलन के उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए :

 वीडियो उत्तर देखें

11. द्वितीय अवकलज परीक्षण का उपयोग कर

$$f(x) = 2 \cos x + x, 0 \leq x \leq \pi$$
 फलन के स्थानीय

उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ स्थानीय मान ज्ञात कीजिए :



वीडियो उत्तर देखें

12. द्वितीय अवकलज परीक्षण का उपयोग कर

$$f(x) = 2 \cos 2x - \cos 4x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$
 फलन के

स्थानीय उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ स्थानीय मान ज्ञात कीजिए :



वीडियो उत्तर देखें

13. प्रथम कोटि अवकलज परीक्षण का उपयोग कर निम्न फलनों के उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = x\sqrt{32 - x^2}, \quad -5 \leq x \leq 5$$

 वीडियो उत्तर देखें

14. वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जिस पर  $f(x) = (x - 2)^4(x + 1)^3$  द्वारा दिया गया फलन  $f$  (i) स्थानीय उच्चिष्ठ, (ii) स्थानीय निम्निष्ठ, (iii) नति परिवर्तन बिन्दु रखता है।

 वीडियो उत्तर देखें

15. यदि  $y = a \log|x| + bx^2 + x$ ,  $x = -1$  तथा  $x=2$  पर चरम मान रखता है, तब

 वीडियो उत्तर देखें

16. फलन  $y = x^3 + ax^2 + bx + 15$ ,  $x = 1$  पर उच्चिष्ठ तथा  $x=3$  पर निम्निष्ठ मान रखता है |  $a$  और  $b$  के मान ज्ञात कीजिए |

 वीडियो उत्तर देखें

17.  $f(x) = (2x - 1)^2 + 3$  फलन के लिए उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए यदि सम्भव हो तो, जो निम्नानुसार दिया जाता है :

 वीडियो उत्तर देखें

18. निम्न फलनों के लिए उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए यदि सम्भव हों तो, जो निम्नानुसार दिए जाते हैं :

$$f(x) = 9x^2 + 12x + 2$$

 वीडियो उत्तर देखें

19.  $f(x) = -(x - 1)^2 + 10$  फलन के लिए उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए यदि सम्भव हो तो, जो निम्नानुसार दिया जाता है :

 वीडियो उत्तर देखें

20. उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए यदि फलन  $g(x) = x^3 + 1$ .

 वीडियो उत्तर देखें

21.  $f(x) = |x + 2| - 1$  फलन के उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए यदि सम्भव है :

 वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 17 1 लघु उत्तरीय प्रश्न

1.  $g(x) = -|x + 1| + 3$  फलन के उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए यदि सम्भव है :

 वीडियो उत्तर देखें



2.  $h(x) = \sin 2x + 5$  फलन के उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए यदि सम्भव है :

 वीडियो उत्तर देखें

3. प्रथम अवकलज परीक्षण द्वारा निम्न फलनों के स्थानीय उच्चिष्ठ और स्थानीय निम्निष्ठ के बिन्दु ज्ञात कीजिए। साथ ही, स्थानीय उच्चिष्ठ और स्थानीय निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए, जैसी स्थिति हो :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 15$$

 वीडियो उत्तर देखें

4. द्वितीय अवकलज परीक्षण का उपयोग कर

$f(x) = x^3 - 3x$  फलन के स्थानीय उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ

स्थानीय मान ज्ञात कीजिए :

 वीडियो उत्तर देखें

5. द्वितीय अवकलज परीक्षण का उपयोग कर

$f(x) = x^3 + 4x^2 - 3x + 1$  फलन के स्थानीय

उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ स्थानीय मान ज्ञात कीजिए :

 वीडियो उत्तर देखें

6. द्वितीय अवकलज परीक्षण का उपयोग कर

$$f(x) = -x^3 + 12x^2 - 5 \text{ फलन के स्थानीय उच्चिष्ठ}$$

और निम्निष्ठ स्थानीय मान ज्ञात कीजिए :

 वीडियो उत्तर देखें

7. निम्नलिखित फलन के सभी स्थानीय उच्चतम मान और न्यूनतम बिंदुओं , यदि कोई हो तो ज्ञात कीजिए तथा संगत

उच्चतम और निम्नतम मान जैसी हो, भी ज्ञात कीजिए।

$$f(x) = -\frac{3}{4}x^4 - 8x^3 - \frac{45}{2}x^2 + 105$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. द्वितीय अवकलज परीक्षण का उपयोग कर निम्न फलनों के स्थानीय उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ स्थानीय मान ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = -\frac{3}{4}x^4 + 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 + 100$$

 वीडियो उत्तर देखें

9. द्वितीय अवकलज परीक्षण का उपयोग कर

$$f(x) = \frac{3}{2}x^4 - 4x^3 - 45x^2 + 51 \quad \text{फलन के}$$

स्थानीय उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ स्थानीय मान ज्ञात कीजिए :

 वीडियो उत्तर देखें

10. द्वितीय अवकलज परीक्षण का उपयोग कर

$$f(x) = x\sqrt{2-x^2}, \quad -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$$
 फलन के

स्थानीय उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ स्थानीय मान ज्ञात कीजिए :

 वीडियो उत्तर देखें

11. फलनों का उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए-

$$f(x) = x\sqrt{1-x}, \quad x \leq 1$$

 वीडियो उत्तर देखें

12. फलनों का उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए-

$$f(x) = (x - 1)(x - 2)^2$$

 वीडियो उत्तर देखें

13. द्वितीय अवकलज परीक्षण का उपयोग कर निम्न फलनों के स्थानीय उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ स्थानीय मान ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = (x + 1)(x + 2)^{1/3}, x \geq -2$$

 वीडियो उत्तर देखें

14. द्वितीय अवकलज परीक्षण का उपयोग कर

$$f(x) = \frac{2}{x} - \frac{2}{x^2}, x > 0 \text{ फलन के स्थानीय उच्चिष्ठ}$$

और निम्निष्ठ स्थानीय मान ज्ञात कीजिए :



वीडियो उत्तर देखें

15. दिए गए प्रान्त में निम्न फलनों का निरपेक्ष उच्चिष्ठ और

निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = 2 \cos 2x - \cos 4x \text{ in } [0, \pi]$$



वीडियो उत्तर देखें

16. फलनों का उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए-

$$f(x) = 2 \cos x + x, 0 < x < \pi$$

 वीडियो उत्तर देखें

17. सिद्ध कीजिये कि  $\sin^p \theta \cos^q \theta$  का मान उच्चिष्ठ होगा

$$\text{यदि } \theta = \tan^{-1} \sqrt{\frac{p}{q}}$$

 वीडियो उत्तर देखें

18. दर्शाइए की फलन  $x^{1/x}$  का उच्चिष्ठ मान  $e^{1/e}$  है।





 वीडियो उत्तर देखें

19. दिखाइए कि  $\frac{\log x}{x}$ ,  $x = e$  पर उच्चिष्ठ मान रखता है।

 वीडियो उत्तर देखें

20. दिखाइए कि  $\sin x + \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{3}\sin 3x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  का उच्चिष्ठ मान  $\left(\frac{1}{2} + \frac{4}{3\sqrt{2}}\right)$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

21. फलन  $y = x + \frac{1}{x}$  के लिए दिखाइए कि उच्चिष्ठ मान  
< निम्निष्ठ मान।

 वीडियो उत्तर देखें

22. यदि  $y = x^2 + ax + b$ ,  $x = 3$  पर निम्निष्ठ मान  
रखता है और निम्निष्ठ मान 5 है, तब दिखाइए कि  $a = -6$  और  
 $b = 14$  |

 वीडियो उत्तर देखें

23. दिखाइए कि फलन  $x^{2/3} + (x - 2)^{2/3}$  का उच्चिष्ठ मान 2 है |

 वीडियो उत्तर देखें

24.  $[0, 2\pi]$  पर  $x + \sin 2x$  का उच्चतम और निम्नतम मान ज्ञात कीजिए |

 वीडियो उत्तर देखें

25. यदि लाभ फलन  $P(x) = 41 - 72x - 18x^2$  से

दिया जाए तो कम्पनी का महत्तम लाभ ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

26. फलन  $\sin x + \cos x$  का उच्चिष्ठ मान है -



वीडियो उत्तर देखें

27. दिखाइए कि  $f(x) = e^x$ , फलन उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ

मान नहीं रखते है :

 वीडियो उत्तर देखें

28. सिद्ध कीजिए कि फलन  $\log x$  का कोई उच्चिष्ठ अथवा निम्निष्ठ मान नहीं है ।

 वीडियो उत्तर देखें

29. दिखाइए कि  $h(x) = x^3 + x^2 + x + 1$  फलन उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ मान नहीं रखते हैं :

 वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 17 2 अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. प्रदत्त अंतराल में निम्नलिखित फलनों के निरपेक्ष उच्चतम मान और निरपेक्ष निम्नतम मान ज्ञात कीजिए।

$$f(x) = x^3, \text{ (in)} [-2, 2] \text{ में}$$



वीडियो उत्तर देखें

2.  $f(x) = 4x - \frac{1}{2}x^2, [-2, 5]$  फलन का दिया गया अन्तराल में निरपेक्ष उच्चिष्ठ और निरपेक्ष निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए



वीडियो उत्तर देखें

3. प्रदत्त अंतराल में निम्नलिखित फलनों के निरपेक्ष उच्चतम मान और निरपेक्ष निम्नतम मान ज्ञात कीजिए।

$$f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 48x + 25 \text{ (in)} [0, 3] \text{ में।}$$



वीडियो उत्तर देखें

4. दिए गए फलनों का दिए गए अन्तराल में निरपेक्ष उच्चिष्ठ और निरपेक्ष निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए

$$f(x) = (x - 1)^3 + 3, [-3, 2]$$

 वीडियो उत्तर देखें

5.  $f(x) = (x - 2)\sqrt[3]{x - 1}$ ,  $[1, 9]$  फलन का दिया गया अन्तराल में निरपेक्ष उच्चिष्ठ और निरपेक्ष निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

6. निम्नलिखित फलनों के स्थानीय उच्चिष्ठ व निमनिष्ठा मान ज्ञात कीजिए  $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x + 17$

 वीडियो उत्तर देखें



7. दिए गए फलनों का दिए गए अन्तराल में निरपेक्ष उच्चिष्ठ और निरपेक्ष निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए

$$f(x) = \sqrt{5}(\sin x + \cos 2x), \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. दिए गए फलनों का दिए गए अन्तराल में निरपेक्ष उच्चिष्ठ और निरपेक्ष निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए

$$f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 48x + 1, [1, 4]$$

 वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 17 2 लघु उत्तरीय प्रश्न

1. अंतराल  $[0, 2\pi]$  के किन बिंदुओं पर फलन  $\sin 2x$  अपना उच्चतम मान प्राप्त करता है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. अंतराल  $[1, 3]$  में  $2x^3 - 24x + 107$  का महत्तम मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

3. यदि दिया है कि अंतराल  $[0, 2]$  में  $x = 1$  पर फलन  $x^4 - 62x^2 + ax + 9$  उच्चतम मान प्राप्त करता है, तो  $a$  का मान ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

4.  $[0, \pi]$  में फलन  $x + \sin 2x$  का उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

5.  $f(x) = \cos^2 x + \sin x$ ,  $x \in [0, \pi]$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f$  का निरपेक्ष उच्चतम और निम्नतम मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

6.  $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \cos 2x$   $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  में उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

7. दिखाइए कि अन्तराल  $\left[ -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right]$  में फलन

$f(x) = \cos^{-1} x^2$  का न्यूनतम मान  $\pi/3$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. दिखाइए कि अन्तराल  $\left[ \frac{1}{\sqrt{3}}, \sqrt{3} \right]$  में फलन

$f(x) = \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \log x$  का न्यूनतम मान

$\frac{\pi}{3} - \frac{1}{4} \log 3$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 17 3 लघु उत्तरीय प्रश्न

1. दो संख्याओं के गुणनफल का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए जिनका योग 12 है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. दो धनात्मक संख्याएँ प्राप्त कीजिए जिनका योग 30 है और गुणनफल अधिकतम है।

 वीडियो उत्तर देखें

3.  $xy$  का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए जब  $x+y=8$



वीडियो उत्तर देखें

4. धनात्मक संख्याओं के सभी युग्मों में से जिनका गुणनफल 256 है, उनको ज्ञात कीजिए जिनका योग न्यूनतम है।



वीडियो उत्तर देखें

5. ऐसी दो धन संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 16 हो और जिनके का योग निम्नतम हो घनो



वीडियो उत्तर देखें

6. 64 को ऐसे दो भागों में वभाजित कीजिए की दोनों भागों के घनों का योग निम्नलिखित हो।

 [वीडियो उत्तर देखें](#)

7. दो धनात्मक संख्याओं को ज्ञात कीजिए जिनका योग 14 है और जिनके वर्गों का योग न्यूनतम है।

 [वीडियो उत्तर देखें](#)



8. दो धनात्मक संख्याओं  $x$  और  $y$  इस प्रकार ज्ञात कीजिए कि  $x + y = 60$  तथा  $xy^3$  उच्चिष्ठ हो।

 वीडियो उत्तर देखें

9. 18 cm भुजा के टीम के किसी वर्गाकार टुकड़े से प्रत्येक कोने पर एक वर्ग काटकर तथा इस प्रकार के फलको को मोड़कर ढक्कन रहित एक संदूक बनाया है। काटे जाने वाले वर्ग की भुजा कितनी होगी जिससे संदूक का आयतन उच्चतम हो।

 वीडियो उत्तर देखें

10. 45 सेमी  $\times$  24 सेमी के आयताकार टिन की चादर किनारों पर एक-एक वर्ग काटकर और पल्लों को मोड़कर एक खुलें मुँह का बक्सा बनाना है | काटे जाने वाले वर्गों की भुजा कितनी होनी चाहिए ताकि बक्से का आयतन अधिकतम हों ?



वीडियो उत्तर देखें

अभ्यास 17 3 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. टीन के एक वर्गाकार टुकड़े की भुजा 24 cm है। इससे एक खुला बॉक्स बनाया जाता है। इसके प्रत्येक कोने से एक वर्गाकार टुकड़ा काटा जाता है और बॉक्स बनाया जाता है। बॉक्स का महत्तम आयतन ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

2. टीन का एक वर्गाकार टुकड़ा जिसकी भुजा 12 cm है, से एक खुला बॉक्स बनाया जाता है, इस टुकड़े के चारों कोनों से एक वर्गाकार भाग काटकर एक बॉक्स बनाया गया है। बॉक्स का अधिकतम आयतन ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें



वीडियो उत्तर देखें

3. दिखाएँ की दिए गए आयतन के वर्गाकार आधार के घनाभ के पृष्ठ का क्षेत्रफल न्यूनतम होगा जब यह घन है।



वीडियो उत्तर देखें

4. धातु की 40 वर्ग फीट शीट का उपयोग वर्गाकार आधार वाले खुले टैंक को बनाने के लिए किया जाता है, विमाएँ प्राप्त कीजिए ताकि महत्तम क्षमता सम्भव हो।



वीडियो उत्तर देखें

5. एक खिड़की की आकृति एक आयत तथा इस पर बने एक अर्द्धवृत्त की तरह है यदि इसका परिमाण 30 मीटर है तो खिड़की की माप ज्ञात कीजिये जिससे कि इसमें अधिकतम प्रकाश जा सके ।



वीडियो उत्तर देखें

6. 50 m के तार को दो भागों में विभक्त किया जाता है | एक टुकड़े से वर्ग और दूसरे से वृत्त बनाया जाता है | दोनों टुकड़ों की लम्बाई क्या होनी चाहिए ताकि वर्ग और वृत्त का संयुक्त क्षेत्रफल न्यूनतम हो ?





वीडियो उत्तर देखें

7. दर्शाइए कि दिए गए आयतन वाले बंद लंब वृत्तीय बेलन का पृष्ठीय क्षेत्रफल न्यूनतम होगा जब उसकी ऊँचाई उसके व्यास के बराबर है।



वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिए कि दिए हुए सम्पूर्ण पृष्ठ और अधिकतम आयतन वाले बेलन की ऊँचाई आधार के व्यास के बराबर होती है।



वीडियो उत्तर देखें

9. उस महत्तम आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसे दीर्घवृत्त

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ में खींचा जा सकता है।}$$



वीडियो उत्तर देखें

10. महत्तम समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसे

उस दीर्घवृत्त में खींचा जा सकता है जिसके दीर्घ अक्ष के एक सिरे पर त्रिभुज का शीर्ष है।



वीडियो उत्तर देखें

11. किसी आयत के ऊपर बने अर्धवृत्त के आकर वाली खिड़की है। खिड़की का संपूर्ण परिमाण 10 m है पूर्णतया खुली खिड़की से अधिकतम प्रकाश आने के लिए खिड़की की विमाएँ ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिए कि एक R त्रिज्या के गोले के अंतर्गत अधिकतम आयतन के बेलन की ऊंचाई  $\frac{2R}{\sqrt{3}}$  है अधिकतम आयतन भी ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें



13. सिद्ध कीजिए कि किसी दिए हुए गोले के अंतर्गत अधिकतम आयतन के शंकु की ऊंचाई तथा गोले की त्रिज्या 4:3 का अनुपात होता है

(अथवा) दर्शाइए कि त्रिज्या  $r$  के एक गोले के अंतर्गत बनाए जा सकने वाले चित्र वाले लंबवृत्तीय शंकु की ऊंचाई  $\frac{4r}{3}$  होती है अपन को गोले के आयतन के पदों में जांच कीजिए

(अथवा) दर्शाइए कि त्रिज्या  $r$  के गोले के अंतर्गत बनाए गए उनकी ऊंचाई  $\frac{4r}{3}$  होती है यह भी दर्शाइए का अधिकतम आयतन गोले के आयतन का  $\frac{8}{27}$  है



वीडियो उत्तर देखें

14. एक वृत्त और एक वर्ग के परिमाप का योग  $k$  है, जहां  $k$  एक अचर है सिद्ध कीजिए कि उनके क्षेत्रफल का योग निम्नतम है जब वर्ग की भुजा वृत्त की त्रिज्या की दुगुनी है।

 वीडियो उत्तर देखें

15. आयताकार आधार व आयताकार दीवारों की 2 m गहरी और 8 m आयतन की एक बिना ढक्कन की टंकी का निर्माण करना है यदि टंकी के निर्माण में आधार के लिए Rs  $70/m^2$  और दीवारों पर Rs  $45/m^2$  व्यय आता है तो निम्नतम खर्च से बनी टंकी की लागत क्या है ?

 वीडियो उत्तर देखें

16. 28 m लम्बे तार को दो भागों में काटकर एक भाग से वर्ग तथा दूसरे भाग से वृत्त बनाया जाता है | दोनों भागों की लम्बाई क्या होगी ताकि उनका संयुक्त क्षेत्रफल न्यूनतम हो ?



वीडियो उत्तर देखें

17. आयतन  $100\text{cm}^3$  के सभी लम्बवृत्तीय बेलों में से , उसे बेलन की वीमाँँ ज्ञात कीजिए जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल न्यूनतम हो |



वीडियो उत्तर देखें

## एन सी ई आर टी कॉर्नर

1. दिखाइए कि सभी आयत जो एक अचर वृत्त में बनाये गये हैं, एक वर्ग होंगे यदि क्षेत्रफल महत्तम हो।

 वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए कि न्यूनतम पृष्ठ का दिए गये आयतन के लंबवृत्तीय शंकु की ऊँचाई, आधार की त्रिज्या की  $\sqrt{2}$  गुनी होती है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि दिये गये आयतन तथा न्यूनतम वक्रपृष्ठ वाले लंबवृत्तीय शंकु का अर्द्धशीर्ष कोण  $\cot^{-1} \sqrt{2}$  होता है

|

 वीडियो उत्तर देखें

4. दिए गए फलानो के उच्चतम या निम्नतम मान, यदि कोई हो, तो ज्ञात कीजिए:

$$(iv) f(x) = |\sin 4x + 3|$$

 वीडियो उत्तर देखें

5. दिए गए फलानो के उच्चतम या निम्नतम मान, यदि कोई हो, तो ज्ञात कीजिए:

$$(v) h(x) = x + 1, x \in (-1, 1)$$

 वीडियो उत्तर देखें

6. प्रदत्त अन्तरालों में निम्नलिखित फलन के निरपेक्ष उच्चिष्ठ मान और निरपेक्ष निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए

 उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिए कि अर्द्धशीर्ष कोण  $\alpha$  और ऊंचाई  $h$  के लंब वृत्तीय शंकु के अंतर्गत अधिकतम आयतन के बेलन की ऊंचाई, शंकु के ऊंचाई की एक तिहाई है और बेलन का अधिकतम आयतन  $\frac{4}{27}\pi h^3 \tan^2 \alpha$  है



वीडियो उत्तर देखें

8. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  के अंतर्गत समद्विबाहु त्रिभुज का महत्तम क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए | जिसका शीर्ष दीर्घ का एक सिरा है |



वीडियो उत्तर देखें

## एन सी ई आर टी एक्सेम्पलर लघु उत्तरीय प्रश्न

1. वक्र  $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 27$  की उच्चतम प्रवणता :

 वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए कि  $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$  का उच्चिष्ठ मान  $x = \frac{\pi}{6}$  पर है।

 वीडियो उत्तर देखें



## एन सी ई आर टी एक्सेम्पलर दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. यदि किसी समकोण त्रिभुज की एक भुजा और कर्ण का योगफल दिया हुआ हो तो दिखाओ की त्रिभुज का क्षेत्रफल उच्चतम तब होगा जबकि इन भुजाओं के मध्य का कोण  $\pi / 3$  है

 वीडियो उत्तर देखें

2. फलन  $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 1$  के स्थानीय उच्चिष्ठ, स्थानीय निम्निष्ठ तथा नती परिवर्तन के बिन्दुओं को

ज्ञात कीजिए | साथ ही संगत स्थानीय उच्चतम तथा स्थानीय  
निम्नतम मानो को भी ज्ञात कीजिए |



**वीडियो उत्तर देखें**

**3.** किसी नगर में एक टेलीफोन कंपनी की सूची में 500 ग्राहक हैं और वह प्रत्येक ग्राहक से प्रति वर्ष 300 रु निश्चित शुल्क वसूलती हैं। कंपनी वार्षिक शुल्क बढ़ाना चाहती है, और ऐसा माना जाता है कि प्रत्येक 1रु की वृद्धि करने पर एक ग्राहक टेलीफोन सेवा लेना समाप्त कर देगा। ज्ञात कीजिए कि कितनी वृद्धि करने से महत्तम (उच्चतम) लाभ होगा।



वीडियो उत्तर देखें

4.  $C^2$  वर्ग इकाई धातु से वर्गाकार आधार का एक खुला संदूक बनाना है सिद्ध कीजिए कि संदूक का उच्चिष्ठ आयतन  $\frac{C^3}{6\sqrt{3}}$  है।



वीडियो उत्तर देखें

5. 36 सेमी परिमाण वाले आयत की विमाएँ ज्ञात कीजिए जिसे उसकी भुजाओं में से किसी एक के चारों ओर घुमाने पर अधिक-से-अधिक सम्भव आयतन प्रसर्प (sweep) हो।



वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

6. यदि किसी घन तथा गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल का योगफल अचर है तो घन के एक कोर (edge) तथा गोले के व्यास का अनुपात उस समय क्या है जब उनके आयतन का योगफल निम्नतम है?



वीडियो उत्तर देखें

7. AB वृत्त का व्यास है और C व्रत पर कोई बिंदु है दर्शाइए कि त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल अधिक अधिकतम है जब यह एक समद्विबाहु त्रिभुज है



वीडियो उत्तर देखें

8. वर्गाकार आधार तथा ऊर्ध्वाधर पृष्ठ वाले धातु के किसी बॉक्स में  $1,024\text{cm}^3$  वस्तु आती है। शीर्ष तथा आधार के पृष्ठों के माल (वस्तु) का मूल्य ₹ 5 प्रति  $\text{cm}^2$  है तथा पृष्ठों के माल का मूल्य ₹ 2.50 प्रति  $\text{cm}^2$  है। बॉक्स का निम्नतम मूल्य ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

9. भुजा  $x$ ,  $2x$  और  $\frac{x}{3}$  के किसी आयताकार समान्तर षट्फलक तथा एक गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल का योगफल अचर दिया हुआ है। सिद्ध कीजिए कि उनके आयतन का योगफल निम्नतम होगा। यदि  $x$  गोले की त्रिज्या के तीन गुने के बराबर है। उनके आयतन के योगफल का निम्नतम मान भी ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

एन सी ई आर टी एक्सेम्पलर वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. यदि  $x$  एक वास्तविक संख्या है, तो  $x^2 - 8x + 17$  का निम्नतम मान :

A.  $-1$

B.  $0$

C.  $1$

D.  $2$

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

2. बहुपद  $x^3 - 18x^2 + 96x$  का अन्तराल  $[0,9]$  में

निम्नतम मान :

A. 126

B. 0

C. 135

D. 160

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें



3. फलन  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 4$  के

- A. दो स्थानीय उच्चतम बिन्दु हैं
- B. दो स्थानीय निम्नतम बिन्दु हैं
- C. एक उच्चतम तथा एक निम्नतम है
- D. कोई भी उच्चतम या निम्नतम नहीं हैं

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

4.  $\sin x \cdot \cos x$  का उच्चतम मान है :

A.  $\frac{1}{4}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\sqrt{2}$

D.  $2\sqrt{2}$

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

5.  $f(x) = 2 \sin 3x + 3 \cos 3x$  का मान  $x = 5\frac{\pi}{6}$

पर

A. उच्चतम

B. निम्नतम

C. शून्य

D. न तो उच्चतम और न निम्नतम है

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

6. वक्र  $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 27$  की उच्चतम

प्रवणता :

A. 0

B. 12

C. 16

D. 32

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

7.  $f(x) = x^x$  का स्तब्ध बिन्दु है :

A.  $x = e$

B.  $x = \frac{1}{e}$

C.  $x = 1$

D.  $x = \sqrt{e}$

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

8.  $\left(\frac{1}{x}\right)^x$  का उच्चतम मान है :

A. e

B.  $e^e$

C.  $e^{1/e}$

D.  $\left(\frac{1}{e}\right)^{1/e}$

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

एन सी ई आर टी एक्सेम्पलर रिक्त स्थान भरिए

1. फलन  $f(x) = ax + \frac{b}{x}$  ( $a > 0, b > 0, x > 0$ )

का निम्नतम मान ..... है |



वीडियो उत्तर देखें

## उच्च स्तरीय बुद्धि कौशल प्रश्न

1. दिखाइए कि निम्न फलन का निम्निष्ठ मान 2 है



उत्तर देखें

2. दिखाइए कि अधिकतम आयतन वाले बेलन की ऊँचाई जिसे  $H$  ऊँचाई के शंकु से काटा जाता है,  $H/3$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

कम्पैशन कॉर्नर

1.  $4ax^2 + \frac{1}{x} \geq 1$  के लिए  $a \in R$  का न्यूनतम मान

प्रत्येक  $x > 0$  है

A.  $\frac{1}{64}$

B.  $\frac{1}{32}$



C.  $\frac{1}{27}$

D.  $\frac{1}{25}$

**Answer: C**



**वीडियो उत्तर देखें**

2. माना  $f(x)$  घात चार का बहुपद है जिसके चरम मान  $x = 1$

तथा  $x = 2$  पर है | यदि  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ 1 + \frac{f(x)}{x^2} \right] = 3$  हो,

तब  $f(2)$  बराबर होगा

A.  $-8$

B.  $-4$

C. 0

D. 4

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें