



## MATHS

### BOOKS - SBPD PUBLICATION

#### फलन

#### साधित उदहारण

1. मान लीजिए: की कक्षा  $x$  के सभी 50 विद्यार्थियों का समुच्च्यो  $A$  है। मान लीजिए:  $f: A \rightarrow N$ ,  $f(x)$  विद्यार्थियों  $x$  का रोल नम्बर, द्वारा परिभाषित एक फलन है। सिद्ध कीजिए: की  $f$  एकाकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए कि एकैकी फलन  $f : \{ 1,2,3 \} \rightarrow \{ 1,2,3 \}$

अनिवार्य रूप से आच्छादक भी हैं ।



वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि आच्छादक फलन  $f : \{ 1,2,3 \} \rightarrow \{ 1,2,3 \}$

सदैव एकैकी फलन होता है ।



वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए कि  $f(1) = f(2) = 1$  तथा  $x > 2$  के लिए  $f(x) = x - 1$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: N \rightarrow N$  आच्छादक तो है किंतु एकैकी नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. सिद्ध कीजिए की  $f(x) = 2x$  द्वारा परिभाषित फलन  $f: N \rightarrow N$  एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. क्या फलन  $f: R \rightarrow R$  आच्छादक फलन है जबकि  $f(x) = 2x$  | सिद्ध कीजिए कि यह एकैकी है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिए कि नीचे परिभाषित फलन  $f: N \rightarrow N$ , एकैकी तथा आच्छादक दोनों ही हैं :

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{यदि } x \text{ विषम है} \\ x - 1, & \text{यदि } x \text{ सम है} \end{cases}$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. माना  $f: R \rightarrow R$  एक फलन निम्न प्रकार परिभाषित है

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1, & \text{जब } x > 3 \\ x^2 - 2, & \text{जब } -2 \leq x \leq 3 \\ 2x + 3, & \text{जब } x < -2 \end{cases}$$

(i)  $f(2)=?$ , (ii)  $f(-3) = ?$



वीडियो उत्तर देखें

9. यदि  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = 4x^3 - 7$  द्वारा परिभाषित हो,  
तो दिखाइए कि  $f$  एकैकी आच्छादक है |



वीडियो उत्तर देखें

10. माना कि  $A = \{ 1,2,3 \}$ ,  $B = \{ 4,5,6,7 \}$  तथा  $f = \{ (1, 4), (2,5), (3,6) \}$  A से B तक एक फलन है। सिद्ध कीजिए कि f एकैकी हैं।



वीडियो उत्तर देखें

11. निम्नलिखित में से प्रत्येक स्थिति में बताइये कि क्या दिए गए फलन एकैकी, आच्छादक अथवा एकैकी आच्छादी है? अपने उत्तर का औचित्य भी बताइए।

$f(x) = 3 - 4x$  द्वारा परिभाषित फलन  $f: R \rightarrow R$  है।



वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिये कि प्रतिचित्रण  $f: R \rightarrow R$  जो  $f(x) = \cos x, \forall x \in R$  से परिभाषित है न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

13. यदि  $f: R \rightarrow R$  और  $f(x) = \frac{2x}{2x^2 + 1}$  हो तो  $\left[ f\left(\frac{1}{2}\right) \right]$  ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

14.  $g \circ f$  का मान ज्ञात कीजिये यदि  $f: R \rightarrow R$  तथा  $g: R \rightarrow R$  फलन  $f(x) = \cos x$  और  $g(x) = 3x^2$ .



वीडियो उत्तर देखें

15. यदि फलन  $f : R \rightarrow R$  इस प्रकार परिभाषित है की

$f(x) = (3 - x^2)^{\frac{1}{2}}$  तो  $f \circ f(x)$  है :

A.  $x^{1/3}$

B.  $x^3$

C.  $3 - x^3$

D.  $x$

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें



16. तीन फलन  $f: N \rightarrow N, g: N \rightarrow N$  तथा

$h: N \rightarrow R$  पर विचार जहाँ

$f(x) = 2x, g(y) = 3y + 4$  तथा

$h(z) = \sin z, \forall x = , y$  तथा  $z \in N$ . सिद्ध कीजिए कि

$ho(gof) = (hog)of$ .

 वीडियो उत्तर देखें

17. माना कि  $f(x) = 2x^2$  तथा  $g(x) = 3x - 4, x \in R$ ,

निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

f of(x)

 वीडियो उत्तर देखें

18. माना कि  $f(x) = 2x^2$  तथा  $g(x) = 3x - 4, x \in R,$

निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

$g \circ g(x)$

 वीडियो उत्तर देखें

19. माना कि  $f(x) = 2x^2$  तथा  $g(x) = 3x - 4, x \in R,$

निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

$f \circ g(x)$

 वीडियो उत्तर देखें

20. माना कि  $f(x) = 2x^2$  तथा  $g(x) = 3x - 4, x \in R$

, निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

$g \circ f(x)$

 वीडियो उत्तर देखें

21. यदि फलन  $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 + 2$  तथा

$g: R \rightarrow R, g(x) = \frac{x}{x-1}, x \neq 1$  द्वारा प्रदत्त है तो

$f \circ g(2)$  तथा  $g \circ f(-3)$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

22. यदि फलन  $f: N \rightarrow N$  इस प्रकार परिभाषित है कि

$$f(x) = 4x + 3, \text{ तो } f^{-1}(x) =$$

(a)  $4x - 3$ , (b)  $\frac{4x - 3}{2}$

(c)  $\frac{x + 3}{2}$ ,  $\frac{x - 3}{4}$

A.  $4x - 3$

B.  $\frac{4x - 3}{2}$

C.  $\frac{x + 3}{2}$

D.  $\frac{x - 3}{4}$

**Answer: d**



वीडियो उत्तर देखें

23. मान लीजिए कि  $f: N \rightarrow Y, f(x) = 4x + 3$  द्वारा परिभाषित एक फलन है, जहाँ  $Y = \{y \in N, y = 4x + 3 \text{ किसी } x \in N \text{ के लिए}\}$  सिद्ध कीजिए कि  $f$  वियुत्क्रमणीय है।  
प्रतिलोम फलन भी ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

24. यदि  $f(x) = \sin x$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow R$   
तथा  $g(x) = \cos x$  द्वारा प्रदत्त फलन  $g: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow R$  पर  
विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि  $f$  तथा  $g$  एकैकी है परन्तु  
 $f + g$  एकैकी नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

25.  $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$  द्वारा प्रदत्त फलन

$f: R_+ \rightarrow [-4, \infty)$  पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि  $f$

व्युत्क्रमणीय है तथा  $f$  का प्रतिलोम

$f^{-1}$ ,  $f^{-1}(y) = \sqrt{y - 4}$  द्वारा प्राप्त होता है, जहाँ  $R_+$

सभी ऋणेतर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।



वीडियो उत्तर देखें

26. तीन फलन  $f: N \rightarrow N$ ,  $g: N \rightarrow N$  तथा

$h: N \rightarrow R$  पर विचार जहाँ

$f(x) = 2x$ ,  $g(y) = 3y + 4$  तथा

$h(z) = \sin z, \forall x = , y$  तथा  $z \in N$  . सिद्ध कीजिए कि

$$ho(gof) = (hog)of.$$



वीडियो उत्तर देखें

27. यदि  $f(x)=x+7$  तथा  $g(x)=x-7, x \in R$  हो तो निम्नलिखित

के मान ज्ञात कीजिए :

$$fof(7)$$



वीडियो उत्तर देखें

28. यदि  $f(x)=x+7$  तथा  $g(x)=x-7, x \in R$  हो तो निम्नलिखित

के मान ज्ञात कीजिए :

fog(7)



वीडियो उत्तर देखें

29. यदि  $f(x) = x + 7$  तथा  $g(x) = x - 7, x \in R$  हो तो निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए :

$gof(7)$



वीडियो उत्तर देखें

30. यदि  $f(x)=x+7$  तथा  $g(x)=x-7, x \in R$  हो तो निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए :

$gog(7)$





वीडियो उत्तर देखें

31. मान लीजिय कि  $f: \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{3, 4, 5\}$  और  $g: \{3, 4, 5, 9\} \rightarrow \{7, 11, 15\}$  दो फलन इस प्रकार है कि  $f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = f(5) = 5$  और  $g(3) = g(4) = 7$  तथा  $g(5) = g(9) = 11$ , तो  $g \circ f$  ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

32. यदि  $f: R \rightarrow R$  तथा  $g: R \rightarrow R$  फलन क्रमशः  $f(x) = \cos x$  तथा  $g(x) = 3x^2$  द्वारा परिभाषित है तो  $g \circ f$

और fog ज्ञात कीजिए | सिद्ध कीजिए  $gof \neq fog$



वीडियो उत्तर देखें

33. यदि  $f(x) = \frac{3x + 4}{5x - 7}$  द्वारा परिभाषित फलन

$$f: R - \left\{ \frac{7}{5} \right\} \rightarrow R - \left\{ \frac{3}{5} \right\} \text{ तथा } g(x) = \frac{7x + 4}{5x - 3}$$

$$\text{द्वारा परिभाषित फलन } g: R - \left\{ \frac{3}{5} \right\} \rightarrow R - \left\{ \frac{7}{5} \right\}$$

प्रदत्त है, तो सिद्ध कीजिए कि  $fog = I_A$  तथा  $gof = I_B$ ,

इस प्रकार कि  $I_A(x) = x, \forall x \in A$  और

$$I_B(x) = x, \forall x \in B \quad \text{जहाँ}$$

$$A = R - \left\{ \frac{3}{5} \right\}, B = R - \left\{ \frac{7}{5} \right\} \text{ है। } I_A \text{ तथा } I_B \text{ को}$$

क्रमशः समुच्चय A तथा B पर तत्समक (Identity) फलन

कहते हैं।



वीडियो उत्तर देखें

34. सिद्ध कोजिए कि यदि  $f: A \rightarrow B$  तथा  $g: B \rightarrow C$  एककी है , तो  $gof: A \rightarrow C$  भी एककी है |



वीडियो उत्तर देखें

35. सिद्ध कीजिए कि यदि  $f: A \rightarrow B$  तथा  $g: B \rightarrow C$  आच्छादक है , तो  $gof: A \rightarrow C$  भी आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें

36.  $f$  और  $g$  ऐसे दो फलानो पर विचार कीजिए की  $g \circ f$  परिभाषित है तथा एकेकी है। क्या  $f$  तथा  $g$  दोनों अनिवार्यतः एकेकी है ?

 वीडियो उत्तर देखें

37. सत्य/असत्य बताएं

यदि  $g \circ f$  आच्छादक है, तो क्या  $f$  तथा  $g$  दोनों अनिवार्यतः आच्छादक है?

 वीडियो उत्तर देखें

38. मान लजिए कि  $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{a, b, c\}$  एक एककी तथा अच्छादक फलन इस प्रकार है कि  $f(1) = a$ ,  $f(2) = b$  और  $f(3) = c$ , तो सिद्ध कोजिए कि फलन  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  का ऐसा अस्तित्व है, ताकि  $g \circ f = I_x$  तथा  $f \circ g = I_y$  जहाँ  $X = \{1, 2, 3\}$  तथा  $Y = \{a, b, c\}$  हो।



वीडियो उत्तर देखें

39. मान लीजिए की  $Y = \{n^2 : n \in \mathbb{N}\} \subset \mathbb{N}$  है। फलन  $F: \mathbb{N} \rightarrow Y$  जहाँ  $f(n) = n^2$  पर विचार कोजिए। सिद्ध कीजिए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है।  $f$  का प्रतिलोम भी ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

40. माना  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4x^2 + 12x + 15$  द्वारा परिभाषित एक फलन है। सिद्ध कीजिए कि  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{S}$ , जहाँ  $\mathbb{S}$ , जहाँ  $\mathbb{S}$ ,  $f$  का परिसर है, व्युत्क्रमणीय है।  $f$  का प्रतिलोम भी ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

41.  $f : (1, 2, 3) \rightarrow (a, b, c)$  तथा  $g : (a, b, c) \rightarrow$  (सेद, गेंद, बिल्ली)  $f(1) = a$ ,  $f(2) = b$ ,  $f(3) = c$ ,  $g(a) =$  सेब,  $g(b) =$  गेंद तथा  $g(c) =$  बिल्ली द्वारा परिभाषित फलनों पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि  $f \circ g$  और  $g \circ f$  व्युत्क्रमणीय है।

$f^{-1}, g^{-1}$  तथा  $(gof)^{-1}$  ज्ञात कीजिए तथा प्रमाणित कीजिए

कि  $(gof)^{-1} = f^{-1}og^{-1}$  है

 वीडियो उत्तर देखें

42. मान लजिए कि  $S = \{1, 2, 3\}$  है | निर्धारित कीजिए कि क्या

निचे परिभाषित फलन  $f: S \rightarrow S$  का प्रीतमोल फलन है |

$f^{-1}$ , ज्ञात कीजिए यदि इसका अस्तित्व है |

(a)  $f = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$

(b)  $f = \{(1, 2), (2, 1), (3, 1)\}$

(c)  $f = \{(1, 3), (3, 2), (2, 1)\}$

 वीडियो उत्तर देखें

43.  $f(x) = 5x^2 + 6x - 9$  द्वारा प्रदत्त फलन

$f: R + \rightarrow [-9, \infty)$  पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए

कि फलन  $f$ ,  $f^{-1}(y) = \frac{\sqrt{54 + 5y} - 3}{5}$  के साथ

व्युत्क्रमणीय है।



वीडियो उत्तर देखें

44.  $f: A \rightarrow B$  आच्छादक फलन होगा, यदि

A.  $f(A) \subset B$

B.  $f(A) = B$

C.  $B \subset f(A)$



$$D. f(A) \neq B$$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

45.  $f(x) = 2x + 3$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: R \rightarrow R$  पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है।  $f$  का प्रतिलोम फलन भी ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

46.  $f: R - \left\{ -\frac{4}{3} \right\} \rightarrow R - \left\{ \frac{4}{3} \right\}$ , जो

$f(x) = \frac{4x + 3}{3x + 4}$  द्वारा प्रदत्त है पर विचार कीजिए। दर्शाइए

कि  $f$  एकैकी तथा आच्छादक है  $f$  का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए।

अतः  $f^{-1}(0)$  ज्ञात कीजिए तथा  $x$  ज्ञात कीजिए ताकि

$$f^{-1}(x) = 2.$$

 वीडियो उत्तर देखें

47.  $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$  द्वारा प्रदत्त फलन

$f: R_+ \rightarrow [-5, \infty)$  पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए  $f$

व्युत्क्रमणीय है तथा  $f^{-1}(y) = \left( \frac{\sqrt{y+6}-1}{3} \right)$  है



वीडियो उत्तर देखें

48. एक द्वि-आधारी संक्रिया  $*$ ,  $R \times R$  पर निम्न प्रकार परिभाषित है:  $(a, b) * (c, d) = (ac, bc + d)$ , जहाँ  $a, b, c, d \in R$ । ज्ञात कीजिए  $(2, 3) * (1, -2)$ ।



वीडियो उत्तर देखें

49. समुच्चय  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  में निम्नतम  $a \wedge b =$  निम्नतम  $\{a, b\}$  द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रिया पर विचार कीजिए। संक्रिया  $\wedge$  के लिए संक्रिया सारणी लिखिए



वीडियो उत्तर देखें

50. यदि सभी परिमेय संख्याओं के समुच्चय  $Q$  में एक द्विचर संक्रिया

$\cdot, Q \times Q \rightarrow Q \cdot (x, y) = x \cdot y = x + y - xy$  तो सिद्ध कीजिए कि  $\cdot$  साहचर्य है।



वीडियो उत्तर देखें

51. निर्धारित कीजिए कीजिए की समुच्चय  $R$  में प्रदत्त निम्नलिखित द्विआधारी संक्रियाओं में से कौन-सी साहचर्य है वे कौन-सी कर्मविनिमेय है?

$$a * b = 1 \forall a, b \in R \quad (ii) a * b = \frac{a + b}{2} \forall a, b \in R$$



वीडियो उत्तर देखें

52. निर्धारित कीजिए कि समुच्च  $R$  में प्रदत्त निम्नलिखित द्विआधारी संक्रियाओं में से कौन सी साहचर्य है और कौन सी क्रमविनिमेय है |

(a)  $a * b = 1, \forall a, b \in R$

(b)  $a * b = \frac{(a + b)}{2} \forall, a, b \in R$



वीडियो उत्तर देखें

53. एक द्विआधारी संक्रिया  $*$   $Z^+$  पर निम्न रूप परिभाषित है :

$$a * b = a^b - b \quad a, b \in Z^+$$

$2 * 5$  का मान ज्ञात कीजिए , जहाँ  $Z^+$  धनात्मक पूर्णाकों का समुच्चय है ।



वीडियो उत्तर देखें

54. माना कि  $N$  में एक द्वि - आधारि संक्रिया  $*$  ,  $a * b = a$  तथा  $b$  के LCM द्वारा परिभाषित है ,  $a, b \in N$  तब सिद्ध कीजिए कि :  $(20 * 16) * 8 = 20 * (16 * 8)$



वीडियो उत्तर देखें

55. सिद्ध कोजिए कि  $R$  मे योग , अंतर और गुणा द्विआधारी संक्रिया है | किंतु भाग  $R$  मे द्विआधारी संक्रिया नहीं है। साथ हे

सिद्ध कोजिए कि भाग ऋणैतर वास्तविक संख्याओ के समुच्चय  $R$  मे द्विआधारी संक्रिया है।



वीडियो उत्तर देखें

56. सिद्ध कोजिए कि अंतर (व्यवकलन ) तथा भाग  $N$  मे द्विआधारी संक्रिया नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

57. सिद्ध कोजिए कि  $: R \times R \rightarrow R, (a, b) \rightarrow a + 4b^2$  द्वारा प्रदत्त एक द्विआधारी संक्रिया है।



वीडियो उत्तर देखें

58. मान लीजिए कि  $P$ . किसी प्रदन समुच्चय  $X$  क समस्त उप समुच्चयों का, समुच्चय सिद्ध कोजिए कि  $\cup : P \times P \rightarrow P, (A, B) \rightarrow A \cup B$  द्वारा प्रदूत तथा  $\cap : P \times P \rightarrow P, (A, B) \rightarrow A \cap B$  द्वारा परिभाषित फलन,  $P$  में द्विआधारी संक्रियाएँ हैं।



वीडियो उत्तर देखें

59. सिद्ध कोजिए कि  $(a, b) \rightarrow$  अधिकतम  $\{a, b\}$  द्वारा परिभाषित  $v: R \times R \rightarrow R$  तथा  $(a, b) \rightarrow$  निम्नतम



$\{a, b\}$  द्वारा परिभाषित  $\wedge : R \times R \rightarrow R$  द्विआधारी संक्रियाएँ हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

60. सिद्ध कीजिए कि  $+$  :  $R \times R \rightarrow R$  तथा  $\times$  :  $R \times R \rightarrow R$  क्रमविनिमेय द्विआधारो संक्रियाएँ हैं, परन्तु  $-$  :  $R \times R \rightarrow R$  तथा  $\div$  :  $R_* \times R_* \rightarrow R_*$  क्रमविनिमेय नहीं है |

 वीडियो उत्तर देखें

61. सिद्ध कीजिए कि  $a * b = a + 2b$  द्वारा परिभाषित  $* : R \times R \rightarrow R$  क्रमविनिमेय नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

62. सिद्ध कीजिये कि  $R$  में योग तथा गुणा साहचर्य द्विअधारी संक्रियाएँ हैं। परन्तु व्यवकलन तथा भाग  $R$  में साहचर्य नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

63. सिद्ध कीजिए कि  $a * b \rightarrow a + 2b$  द्वारा प्रदत्त  $* : R \times R \rightarrow R$  साहचर्य नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

64. सिद्ध कीजिए कि  $R$  में शून्य (0) योग का तत्समक है तथा 1 गुणा का तत्समक है | परंतु संक्रियाओं  $\div : R \times R \rightarrow R$  और  $\div : R_* \times R_* \rightarrow R_*$  के लिए कोई तत्समक अवयव नहीं है |



वीडियो उत्तर देखें

65. सिद्ध कीजिए कि  $R$  में धन संक्रिया ' + ' के लिए  $-a$  का प्रतिलोम  $a$  है और  $R$  में गुणा संक्रिया '  $\times$  ' के लिए  $a \neq 0$  का प्रतिलोम  $\frac{1}{a}$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

66. सिद्ध कीजिए कि  $N$  में धन संक्रिया '+' के लिए  $a \in N$  का प्रतिलोम -  $a$  नहीं है और  $N$  में गुणा संक्रिया '  $\times$  ' के लिए  $a \in N, a \neq 1$  का प्रतिलोम  $\frac{1}{a}$  नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

67. माना की  $A = Q \times Q$  है तथा  $A$  में  $(a,b), (c,d) \in A$  के लिए  $(a,b) * (c,d) = (ac, b + ad)$  द्वारा परिभाषित एक दी-आधारी संक्रिया है। ज्ञात कीजिये की \* क्रम-विनिमय तथा साहचर्य है।

 वीडियो उत्तर देखें

68. माना की  $A = \mathbb{Q} - [1]$  और  $A$  में  $a * b = a + b + ab$  द्वारा परिभाषित एक दी-आधारी संक्रिया है। दर्शाइए की  $*$  कर्म-विनिमय एवं साहचर्य है  $A$  में  $*$  का ततसमक अवयव ज्ञात कीजिये तथा का व्युत्क्रमण अवयव भी ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

69. यदि फलन  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2$  द्वारा परिभाषित हो तो, दिखाइए की फलन  $f$  अनेकीक एकेकी है।

 वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 2 1 वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. मान लीजिए कि  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^4$  द्वारा परिभाषित है। सही उत्तर का चयन कीजिए -

- A.  $f$  एकेकी आच्छादक है
- B.  $f$  बहु एक आच्छादक है
- C.  $f$  एकेकी है परन्तु आच्छादक नहीं है
- D.

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिए कि  $f(x) = 3x$  द्वारा परिभाषित फलन

$f: R \rightarrow R$  है। सही उत्तर चुनिए:

(A)  $f$  एकेकी आच्छादक है (B)  $f$  बहुएक आच्छादक है।

(C) एकेकी है परंतु आच्छादक नहीं है (D)  $f$  न तो एकेकी है और न आच्छादक है।

A.  $f$  एकेकी आच्छादक है

B.  $f$  बहु एक आच्छादक है

C.  $f$  एकेकी है परन्तु आच्छादक नहीं है

D.  $f$  न तो एकेकी है और न ही आच्छादक है

**Answer: B**



3. फलन  $f(x) = -\sqrt{-5 - 6x - x^2}$  का परास है :

A. (-5,1)

B. (-5,-3)

C. (-5,0)

D. [-2,0]

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें



4. माना  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  और

$f: A \rightarrow Z, f(x) = x^2 - 2x - 3$  द्वारा दिया गया है।  $f$

का परास है :

A. (-4,-3,0,5)

B. (0,2)

C. (-4,0,5)

D. (-3,0,5)

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

5. माना फलन ' $f:R \rightarrow R$ ' निम्न द्वारा परिभाषित है।  $f(x) = 5x^2 + 2 \forall x \in R$ , तब 'f' है

- A. एकैकी , अन्तर्क्षेपी फलन
- B. एकैकी, आच्छादक फलन
- C. बहुएकैकी, अन्तर्क्षेपी फलन
- D. बहु एकैकी आच्छादक फलन

**Answer: D**



**वीडियो उत्तर देखें**

6. यदि  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{5, 6, 7\}$  तथा  $f: A \rightarrow B$  एक फलन है ताकि  $f(x) = x + 4$ , तो  $f$  निम्नलिखित में से किस प्रकार का फलन है ?

- A. अनेकेक आच्छादक
- B. अचर फलन
- C. एकेक आच्छादक
- D.

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

7. माना कि  $A = \{p, q, r, s\}$  तथा  $B = \{1, 2, 3\}$

निम्नलिखित संबंधों में से कौन सा A से B में फलन नहीं है।

A.  $R_1 = (p, q), (q, 2), (r, 1), (s, 2)$

B.  $R_2 = (p, 1), (q, 1), (r, 1), (s, 1)$

C.  $R_3 = (p, 1), (q, 2), (p, 2), (s, 3)$

D.  $R_4(p, 2), (q, 3), (r, 2), (s, 2)$

**Answer: C**



**वीडियो उत्तर देखें**

8.  $f(x) = \sqrt{(x - 3)(3 - x)}$  का प्रांत और परास ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

9. निम्नलिखित फलनों का प्रांत और परिसर ज्ञात कीजिए -

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

 वीडियो उत्तर देखें

10. निम्न फलनों का प्रांत और परास ज्ञात कीजिए ।

$$|x| + y = 0$$



वीडियो उत्तर देखें

11. निम्न फलनों का प्रान्त और परास ज्ञात कीजिये।

$$f(x) = \frac{|x - 2|}{x - 1}$$



वीडियो उत्तर देखें

12. निम्न फलनों का प्रान्त और परास ज्ञात कीजिए ।

$$y = \sqrt{x - 3}.$$



वीडियो उत्तर देखें

13.  $f(x) = \frac{1}{(2x - 3)(x + 1)}$  का परास ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

14. सिद्ध कीजिए कि  $f(x) = [x]$  द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन  $f: R \rightarrow R$ , न तो एकैकी है और न आच्छादक है, जहाँ  $[x]$ ,  $x$  से कम या उसके बराबर महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता है।

 वीडियो उत्तर देखें

15. सिद्ध कीजिये कि  $f(x) = |x|$  द्वारा प्रदत्त मापांक फलन  $f: R \rightarrow R$  न तो एकैकी और न आच्छादक है जहाँ  $|x|$  बराबर  $x$  यदि  $x$  धन या शून्य है तथा  $|x|$  बराबर  $-x$  यदि ऋण है।

 वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 2.1 लघु उत्तरीय प्रश्न

1. सिद्ध कीजिए कि  $f: R \rightarrow R$

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ 1, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

द्वारा प्रदत्त चिन्ह फलन न तो एकैकी है और न आच्छादक है

 वीडियो उत्तर देखें



 वीडियो उत्तर देखें

2. यदि  $A = \{-1, 0, 2, 5, 6, 11\}$ ,  $B = \{-2, -1, 0, 18, 108\}$  एवं

$f: R \rightarrow R$  ताकि  $f(x) = x^2 - x - 2$  तो क्या  $f(A) = B$ ?

$f(A)$  भी निकालें

 वीडियो उत्तर देखें

3. निम्न संबंध को कार्मित युग्म के समुच्चय के रूप में लिखिए और

प्राप्त कीजिये की उनमे से कौन सा फलन है ?

$1(x, y) : y = 3x, x \in (1, 2, 3) y \in (3, 6, 9, 12)$

 वीडियो उत्तर देखें

4. निम्न संबंधो को क्रमित युग्म के समुच्चय के रूप में लिखिए और प्राप्त कीजिये की उनमे से कौन से फलन है ?

$$(x, y) : y > x + 1, x = 1, 2 \text{ and } y = 2, 4, 6$$

 वीडियो उत्तर देखें

5. निम्न सम्बन्धों को क्रमित युग्म के समुच्चय के रूप के लिखिए और प्राप्त कीजिए कि उनमें से कौन से फलन है ?

$$\{(x, y) : x + 2y = 3, x, y \in \{0, 1, 2, 3\}\}.$$

 वीडियो उत्तर देखें

6. माना  $f: R \rightarrow R$  एक फलन इस प्रकार है कि

$f(x) = 2^x$  . निर्धारित कीजिए :

$$\{x : f(x) = 1\}$$



वीडियो उत्तर देखें

7. माना  $f: R \rightarrow R$  एक फलन इस प्रकार है कि

$f(x) = 2^x$  . निर्धारित कीजिए :

$$\{x : f(x) = 1\}$$



वीडियो उत्तर देखें

8. यदि  $f: R \rightarrow R$  एक फलन इस प्रकार है, कि  $f(x) = 2^x$  ज्ञात कीजिए ।

(i)  $f$  का परिसर ( range) (ii)  $\{x : f(x) = 1\}$

(iii)  $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$  सत्य है या नहीं ।

 वीडियो उत्तर देखें

9. मान लीजिए कि  $A$  तथा  $B$  दो समुच्चय हैं। सिद्ध कीजिए कि  $f: A \times B \rightarrow B \times A$ , इस प्रकार कि  $f(a, b) = (b, a)$  एक एकैकी आच्छादी (bijective) फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 2 1 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. माना  $f: N \rightarrow N$  एक फलन है जो सभी  $n \in N$  के लिये

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2}, & n \\ \frac{n}{2}, & n \end{cases} \quad \text{द्वारा परिभाषित है}$$

जाँच कीजिये कि  $f$  एकैकी आच्छादक है या नहीं ?



वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिए कि  $A = R - \{3\}$  तथा  $B = R - \{1\}$  हैं।

$$f(x) = \left( \frac{x-2}{x-3} \right) \text{ द्वारा परिभाषित फलन } f: A \rightarrow B \text{ पर}$$

विचार कीजिए। क्या  $f$  एकैकी तथा आच्छादक है? अपने उत्तर का

ओचित्य भी बतलाइए।



वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 2 2 वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. यदि  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$  द्वारा प्रदत्त हैं ,

तो  $f \circ f(x)$  बराबर हैं -

A.  $x^{1/3}$

B.  $x^3$

C.  $x$

D.  $3 - x^3$

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिए की  $f(x) = \frac{4x}{3x + 4}$  द्वारा परिभाषित एक

फलन  $f: R - \left\{ -\frac{4}{3} \right\} \rightarrow R$  है  $f$  का प्रतिलोम अर्थात्,

प्रतिचित्र (Map):  $g$  परिसर  $f: R - \left\{ -\left(\frac{4}{3}\right) \right\}$

निम्नलिखित में से किसके द्वारा प्राप्त होता:

A.  $g(y) = \frac{3y}{3x + 4} x \neq -\frac{4}{3}$

B.  $g(y) = \frac{4y}{4 - 3y}$

C.  $g(y) = \frac{4y}{3 - 4y}$

$$D. g(y) = \frac{3y}{4 - 3y}$$

**Answer: B**



**वीडियो उत्तर देखें**

**3.** यदि (If)

$$f(x) = \frac{1 + x}{1 - x}, \quad f(x) = \frac{f(x) \cdot f(x^2)}{1 + (f(x))^2} =$$

A.  $1 - x$

B.  $x$

C.  $\frac{1 - x}{x}$



D.  $\frac{x}{1-x}$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

4. माना  $f: R \rightarrow R, f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$  से परिभाषित है ,

तो  $f\{f(2)\}$  है :

A.  $\frac{1}{3}$

B.  $\frac{11}{29}$

C.  $\frac{10}{49}$

D.  $\frac{10}{29}$

**Answer: D**



**वीडियो उत्तर देखें**

5. यदि  $f(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$  , तो दिखाइए कि

$$(f \circ f^{-1})(x) = x$$

A.  $x$

B.  $\frac{x + 1}{x - 1}$

C.  $x^2$

D.  $\frac{1}{x - 1}$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 2 2 अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि  $f(x) = x^2 - 1$ ,  $g(x) = 3x + 1$ , तब निम्न फलन  
ज्ञात कीजिए :

gof



वीडियो उत्तर देखें

2. यदि  $f(x) = x^2 - 1$ ,  $g(x) = 3x + 1$ , तब निम्न फलन  
ज्ञात कीजिए :

fog



वीडियो उत्तर देखें

3. यदि  $f(x) = x^2 - 1$ ,  $g(x) = 3x + 1$ , तब निम्न फलन

ज्ञात कीजिए :  $g \circ g$



वीडियो उत्तर देखें

4. यदि  $f(x) = x^2 - 1$ ,  $g(x) = 3x + 1$ , तब निम्न फलन

ज्ञात कीजिए :

f of



वीडियो उत्तर देखें

5. यदि  $f: R \rightarrow R$  और  $g: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x + 2$  और  $g(x) = 2x^2 + 5$  द्वारा परिभाषित हैं तो  $f \circ g$  और  $g \circ f$  ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

6. यदि  $f$  और  $g$  दो वास्तविक मानी फलन इस प्रकार हैं की  $f(x) = x^2 - 3$  और  $g(x) = 2x + 3$ , तब  $f \circ g$  ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

7. यदि (If)  $f: R \rightarrow R$ , जहाँ  $f(x) = x^2 + 2$  और  $g: R \rightarrow R$ , जहाँ  $g(x) = 1 - \frac{1}{1-x}$ , तब निम्न के मान प्राप्त कीजिए

fog

 वीडियो उत्तर देखें

8. यदि (If)  $f: R \rightarrow R$ , जहाँ  $f(x) = x^2 + 2$  और  $g: R \rightarrow R$ , जहाँ  $g(x) = 1 - \frac{1}{1-x}$ , तब निम्न के मान प्राप्त कीजिए g of

 वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 2 2 लघु उत्तरीय प्रश्न

1. मान लीजिए की  $f: \{1, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 5\}$  तथा  $g: \{1, 2, 5\} \rightarrow \{1, 3\}$ ,  $f = \{(1, 2), (3, 5), (4, 1)\}$  तथा  $g = \{(1, 3), (2, 3), (5, 1)\}$  द्वारा प्रदत्त है  $g \circ f$  ज्ञात कीजिए:

 वीडियो उत्तर देखें

2.  $g \circ f$  तथा  $f \circ g$  ज्ञात कीजिए, यदि

$$f(x) = |x| \text{ तथा } g(x) = |5x - 2|$$

 वीडियो उत्तर देखें

3.  $g \circ f$  तथा  $f \circ g$  ज्ञात कीजिए, यदि

$$f(x) = 8x^3 \quad g(x) = x^{1/3}.$$

 वीडियो उत्तर देखें

4. मान लीजिए की  $f, g$  तथा  $h, R$  से  $R$  तक दिए फलन हैं सिद्ध कीजिए की

$$(f + g) \circ h = f \circ h + g \circ h$$

$$(f \cdot g) \circ h = (f \circ h) \cdot (g \circ h)$$

 वीडियो उत्तर देखें



5. फलन के प्रतिलोम ज्ञात कीजिए यदि इनका अस्तित्व है :

$$f(x) = -\frac{1}{3}x + 4$$



वीडियो उत्तर देखें

6. फलन के प्रतिलोम ज्ञात कीजिए यदि इनका अस्तित्व है :

$$f(x) = \frac{x - 1}{x + 1}, x \neq -1$$



वीडियो उत्तर देखें

7. फलन के प्रतिलोम ज्ञात कीजिए यदि इनका अस्तित्व है :

$$f(x) = \sqrt{1 - x^2}, 0 \leq x \leq 1$$



वीडियो उत्तर देखें

8. यदि  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = 3x - 7$  द्वारा परिभाषित हो तो दिखाइए  $f$  व्युत्क्रमणीय हैं और  $f^{-1}$  ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 2 2 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. तथा  $f(x) = \left( \frac{4x + 3}{6x - 4} \right)$ ,  $x \neq \frac{2}{3}$  तो सिद्ध कीजिए के सभी  $x \neq \frac{2}{3}$  के लिए  $f \circ f(x) = x$  है।  $f$  का प्रतिलोम फलन क्या है?



वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए कि  $f: [-1, 1] \rightarrow R, f(x) = \frac{x}{x+2}$

द्वारा प्रदत्त फलन एकाकी है फलन  $F: [-1, 1] \rightarrow (f$  का परिसर), का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए:



वीडियो उत्तर देखें

3.  $f(x) = 4x + 3$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: R \rightarrow R$  पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है।  $f$  का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 2 3 वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1.  $a * b = a^3 + b^3$  प्रकार से परिभाषित Nम एक द्विआधारी संक्रिया पर विचार कीजिए। अब निम्नलिखित में से सही उत्तर का चयन कीजिए

- (A) \* साहचर्य तथा क्रमविनिमेय दोनों है
- (B) \* क्रमविनिमेय है किंतु साहचर्य नहीं है।
- (C) \* साहचर्य है किंतु क्रमविनिमेय नहीं है।
- (D) \* न तो क्रमविनिमेय है और न साहचर्य है

A. \* साहचर्य तथा क्रम-विनिमेय दोनों है

B. \* क्रम-विनिमेय है किन्तु साहचर्य नहीं है

C. \* साहचर्य है परन्तु क्रम-विनिमेय नहीं है

D. \* न तो क्रम-विनिमेय है और न साहचर्य है

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

2. यदि  $Q$  पर द्विआधारी संक्रिया  $*$  हो तो निम्न द्वि-आधारी संक्रियाओं में से कौन क्रम-विनिमेय है?

A.  $a \cdot b = a - b \forall a, b \in Q$

B.  $a \cdot b = a + ab \forall a, b \in Q$

C.  $a \cdot b = a + 2b \forall a, b \in Q$

$$D. a \cdot b = a^2 + b^2 \forall a, b \in \mathbb{Q}$$

**Answer: D**



**वीडियो उत्तर देखें**

3. माना  $A = \mathbb{R} - [0] \times \mathbb{R}$ ,  $A$  पर एक द्विआधारी संक्रिया  $*$

निम्न प्रकार परिभाषित है।  $(a,b) * (c,d) = (ac, bc + d)$

$$\forall (a, b), (c, d) \in \mathbb{R} - [0] \times \mathbb{R},$$

तो  $A$  में तत्समक अवयव होगा

A.  $(1,0)$

B.  $\left(\frac{1}{a}, -\frac{b}{a}\right)$

C. (2,0)

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

4. निम्नलिखित द्वि-आधारी संक्रियाओं \* में कौन-से क्रम-विनिमेय और साहचर्य है?

A.  $a \cdot b = a - b + ab \forall a, b \in Q$

B.  $a \cdot b = a \forall a, b$

C.  $a \cdot b = \frac{ab}{4} \forall a, b \in R$

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer: C**



**वीडियो उत्तर देखें**

5. द्वि-आधारी-संक्रिया \* इस प्रकार पूर्णाकों के समुच्चय पर परिभाषित हो कि

A. 1

B. 0

C. -1

D. इनमें से कोई नहीं



**Answer: C**



**वीडियो उत्तर देखें**

6. यदि एक संक्रिया  $*$ ,  $a * b = a^2 + b^2$  द्वारा परिभाषित है तब

$(1*2) * 6$  है

A. 12

B. 28

C. 61

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

7. समुच्चय  $\{a, b\}$  में द्विआधारी संक्रियाओं की संख्या है-

A. 10

B. 16

C. 20

D. 8

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 2 3 अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. माना कि परिमेय संख्याओं के समुच्चय \* में निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित +\*एक द्वि-आधारी संक्रिया है :

$$a * b = a - b$$

- A. 1 क्रमविनिमेयी
- B. 2 साहचर्यी
- C. 3 क्रमविनिमेयी और साहचर्यी दोनों
- D. 4 कोई नहीं

**Answer:**



**वीडियो उत्तर देखें**

2. माना कि परिमेय संख्याओं के समुच्चय \* में निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित +\*एक द्वि-आधारी संक्रिया है :

$$a \cdot b = a^2 + b^2$$

- A. क्रमविनिमेयी
- B. साहचर्यी
- C. क्रमविनिमेयी और साहचर्यी दोनों
- D. कोई नहीं

**Answer:**



**वीडियो उत्तर देखें**

3. माना कि परिमेय संख्याओं के समुच्चय \* में निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित +\*एक द्वि-आधारी संक्रिया है :

$$a \cdot b = a + ab$$

- A. क्रमविनिमेयी
- B. साहचर्यी
- C. क्रमविनिमेयी और साहचर्यी दोनों
- D. कोई नहीं

**Answer:**



**वीडियो उत्तर देखें**

4. माना कि परिमेय संख्याओं के समुच्चय \* में निम्नलिखित प्रकार

से परिभाषित +\*एक द्वि-आधारी संक्रिया है :

$$a \cdot b = (a - b)^2$$



वीडियो उत्तर देखें

5. माना कि परिमेय संख्याओं के समुच्चय \* में निम्नलिखित प्रकार

से परिभाषित +\*एक द्वि-आधारी संक्रिया है :

$$a \cdot b = \frac{ab}{4}$$



वीडियो उत्तर देखें

6. माना कि परिमेय संख्याओं के समुच्चय \* में निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित +\*एक द्वि-आधारी संक्रिया है :

$$a \cdot b = ab^2$$

 वीडियो उत्तर देखें

7. निम्नलिखित प्रश्न में , दिए गए विकल्पों में से किन गणितीय संक्रियाओं का प्रयोग करने से दिया गया समीकरण सही हो जायगा ?

$$32 ? 2 ? 8 ? 14 ? 4$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. दिखाइए कि  $a * b = a + b - ab$  सभी  $a, b \in \mathbb{Q}$  द्वारा परिभाषित द्वि-आधारी संक्रियाएँ \* क्रमविनिमेय और साहचर्य है।

 वीडियो उत्तर देखें

9. माना द्वि-आधारी संक्रिया  $\cdot$  पूर्णाकों के समुच्चय  $\mathbb{Z}$  पर  $a \cdot b = 2a + 2b, \forall a, b \in \mathbb{Z}$  तो द्विआधारी संक्रिया के लिए तत्समक ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें



10. यदि  $*$  ,  $Q$  पर द्वि - आधारी संक्रिया है , इस प्रकार है कि

$x * y = \frac{xy}{3}$  , तब दिखाइए कि

$$(x * y) * z = x * (y * z)$$



वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 2 3 लघु उत्तरीय प्रश्न

1. मान लीजिए  $A = N \times N$  है तथा  $A$  में

$(a, b) * (c, d) = (a + c, b + d)$  द्वारा परिभाषित

द्विआधारी संक्रिया है | सिद्ध कीजिए कि  $*$  क्रमविनिमेय तथा

साहचर्य है | A में \* का तत्समक अवयव यदि कोई है तो ज्ञात कीजिए |



वीडियो उत्तर देखें

2. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया से एक द्विआधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं। उस दशा में जब एक द्विआधारी संक्रिया नहीं है, औचित्य भी बतलाइए।

(i)  $Z^+$  में,  $a * b = a - b$  द्वारा परिभाषित संक्रिया.

(ii)  $Z^+$  में,  $a * b = ab$  द्वारा परिभाषित संक्रिया

(iii) R में, संक्रिया \*,  $a * b = ab^2$  द्वारा परिभाषित

. (iv)  $Z^+$  में, संक्रिया:  $*$ ,  $a * b = |a-b|$  द्वारा परिभाषित

(v)  $Z^+$  में, संक्रिया  $*$ ,  $a * b = a$  द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

3. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित

प्रत्येक संक्रिया  $*$  से एक द्वि-आधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं।

उस दशा में जब  $*$  एक द्वि-आधारी संक्रिया नहीं है, कारण भी

बताइए :

$Z$  में,  $a * b = ab$  द्वारा परिभाषित संक्रिया  $*$



वीडियो उत्तर देखें

4. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया \* से एक द्वि-आधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं। उस दशा में जब \* एक द्वि-आधारी संक्रिया नहीं है, कारण भी बताइए :

R में, संक्रिया \* ,  $a * b = ab^2$  द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

5. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया \* से एक द्वि-आधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं। उस दशा में जब \* एक द्वि-आधारी संक्रिया नहीं है, कारण भी

बताइए :

$Z$  में, संक्रिय  $*a, b = |a - b|$  द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

6. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित प्रत्येक संक्रिया  $*$  से एक द्वि-आधारी संक्रिया प्राप्त होती है या नहीं।

उस दशा में जब  $*$  एक द्वि-आधारी संक्रिया नहीं है, कारण भी

बताइए :

$Z$  में, संक्रिया  $* a * b = a$  द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 2 3 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. माना  $Q'$  सभी धनात्मक परिमेय संख्याओं का समुच्चय है और संक्रिया  $*$  इस प्रकार है कि  $a \cdot b = \frac{ab}{3}, \forall a, b \in Q'$  दिखाइए कि संक्रिया क्रम विनिमेय के साथ-साथ साहचर्य भी है। साथ ही तत्समक अवयव और  $A$  का व्युत्क्रम भी ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

2. माना  $a * b = a + b - 4 \forall a, b \in Z$  द्वारा  $Z$  पर परिभाषित एक संक्रिया है।

दिखाइए कि  $*$  क्रम-विनिमेय और साहचर्य है



वीडियो उत्तर देखें

वीडियो उत्तर देखें

3. माना  $a * b = a + b - 4 \quad \forall a, b \in \mathbb{Z}$  द्वारा  $\mathbb{Z}$  पर परिभाषित एक संक्रिया है।

$\mathbb{Z}$  में तत्समक अवयव ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

4. माना  $a * b = a + b - 4 \quad \forall a, b \in \mathbb{Z}$  द्वारा  $\mathbb{Z}$  पर परिभाषित एक संक्रिया है।

$\mathbb{Z}$  में व्युत्क्रमणीय अवयव ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

5. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्वि-आधारी संक्रिया के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या \* क्रम-विनिमेय है तथा क्या \* साहचर्य है।

Z में,  $a * b = a - b$  द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

6. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्वि-आधारी संक्रिया के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या \* क्रम-विनिमेय है तथा क्या \* साहचर्य है।

Q में,  $a * b = ab + 1$  द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें



7. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्वि-आधारी संक्रिया के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या \* क्रम-विनिमेय है तथा क्या \* साहचर्य है।

Q में,  $a * b = \frac{ab}{2}$  द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

8. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्वि-आधारी संक्रिया के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या \* क्रम-विनिमेय है तथा क्या \* साहचर्य है।

Z में,  $a * b = 2^{ab}$  द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

9. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्वि-आधारी संक्रिया के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या \* क्रम-विनिमेय है तथा क्या \* साहचर्य है।

$Z^*$  में,  $a * b = a^b$  द्वारा परिभाषित

 वीडियो उत्तर देखें

10. निम्नलिखित परिभाषित प्रत्येक द्वि-आधारी संक्रिया के लिए निर्धारित कीजिए कि क्या \* क्रम-विनिमेय है तथा क्या \* साहचर्य है।

$R - (-1)$  में  $a \cdot b = \frac{a}{b+1}$  द्वारा परिभाषित



वीडियो उत्तर देखें

11. माना कि  $N$  पर  $*$  एक द्विआधारी संक्रिया,  $a * b = a$  और  $b$  का LCM, द्वारा प्रदत्त है। ज्ञात कीजिए :

$$5 * 7, 20 * 16$$



वीडियो उत्तर देखें

12. माना कि  $N$  में एक द्वि-आधारी संक्रिया  $\cdot$ ,  $a \cdot b = a$  तथा  $b$  के LCM द्वारा परिभाषित है। निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए :

क्या संक्रिया  $*$  क्रम-विनिमेय है?



वीडियो उत्तर देखें

13. माना कि  $N$  में एक द्वि-आधारी संक्रिया  $\cdot$ ,  $a \cdot b = a$  तथा  $b$  के LCM द्वारा परिभाषित है। निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए :  
क्या  $*$  साहचर्य है?

 वीडियो उत्तर देखें

14. माना कि  $N$  में एक द्वि-आधारी संक्रिया  $\cdot$ ,  $a \cdot b = a$  तथा  $b$  के LCM द्वारा परिभाषित है। निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए :  
 $N$  में  $*$  का तत्समक अवयव।

 वीडियो उत्तर देखें

15. माना कि  $N$  पर  $*$  एक द्विआधारी संक्रिया,  $a * b = a$  और

$b$  का LCM, द्वारा प्रदत्त है। ज्ञात कीजिए :

$N$  के कौन-से अवयव संक्रिया  $*$  के लिए व्युत्क्रमणीय है ?



वीडियो उत्तर देखें

एन सी आर टी कार्नर

1. कारण सहित बतलाइये की क्या निम्नलिखित फलनों के प्रतिलोम है

$f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{10\}$  जहाँ

$f = \{(1, 10), (2, 10), (3, 10), (4, 10)\}$



वीडियो उत्तर देखें

2. कारण सहित बताइए कि क्या निम्नलिखित फलनों के प्रतिलोम है-

$$g\{5, 6, 7, 8\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\},$$

जहाँ

$$g = \{(5, 4), (6, 3), (7, 4), (8, 2)\}$$



वीडियो उत्तर देखें

3. कारणसहित बताइये कि क्या निम्नलिखित फलनों के प्रतिलोम है -

$$h: \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{7, 9, 11, 13\}$$

$$\text{जहाँ } h = \{(2, 7)(3, 9)(4, 11)(5, 13)\}$$



वीडियो उत्तर देखें

4.  $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: R_+ \rightarrow [-4, \infty)$  पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है तथा  $f$  का प्रतिलोम  $f^{-1}, f^{-1}(y) = \sqrt{y - 4}$  द्वारा प्राप्त होता है, जहाँ  $R_+$  सभी ऋणेतर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।



वीडियो उत्तर देखें

5.  $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: R_+ \rightarrow [-5, \infty)$  पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए  $f$

व्युत्क्रमणीय है तथा  $f^{-1}(y) = \left( \frac{\sqrt{y+6} - 1}{3} \right)$  है

 वीडियो उत्तर देखें

6. माना कि  $f: X \rightarrow Y$  एक व्युत्क्रमणीय फलन है। सिद्ध कीजिए कि  $f$  का प्रतिलोम फलन अद्वितीय है।

 वीडियो उत्तर देखें

7.  $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{a, b, c\}$ ,  $f(1) = a$ ,  $f(2) = b$  तथा  $f(3) = c$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f$  पर विचार कीजिए।  $f^{-1}$  ज्ञात कीजिए और सिद्ध कीजिए कि  $(f^{-1})^{-1} = f$  है

 वीडियो उत्तर देखें



 वीडियो उत्तर देखें

8. मान लीजिए कि  $f: X \rightarrow Y$  एक व्युत्क्रमणीय फलन हैं सिद्ध कीजिए कि  $f^{-1}$  का प्रतिलोम  $f$ , है अर्थात्  $(f^{-1})^{-1} = f$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

9. क्या समुच्चय  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  में  $a * b = a$  तथा  $b$  का LCM द्वारा परिभाषित  $*$  एक द्विआधारी संक्रिया है? अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।

 वीडियो उत्तर देखें

10. माना कि  $N$  में  $a * b = a$  तथा  $b$  का HCF , द्वारा परिभाषित एक द्विआधारी संक्रिया है। क्या  $*$  क्रमविनिमेय है ? क्या  $*$  साहचर्य है ? क्या  $N$  में इस द्विआधारी संक्रिया के तत्समक का आस्तित्व है ?



वीडियो उत्तर देखें

11. बताइए कि क्या कथन सत्य है या असत्य है। औचित्य भी बताइए ।

समुच्चय  $N$  में किसी भी स्वेच्छ द्विआधारी संक्रिया  $*$  के लिए

$$a * a = a, \forall a \in N$$



वीडियो उत्तर देखें

12. बताइए कि क्या कथन सत्य है या असत्य है। औचित्य भी बताइए ।

यदि  $N$  में  $*$  एक क्रमविनिमेय द्विआधारी संक्रिया है, तो

$$a * (b * c) = a * (c * b) = (c * b) * a$$



वीडियो उत्तर देखें

13. दो फलनों  $f: N \rightarrow N$  और  $g: Z \rightarrow Z$  के उदाहरण दीजिए , जो इस प्रकार हो कि  $g \circ f$  एकैकी है किन्तु  $g$  एकैकी नहीं है



वीडियो उत्तर देखें

14. मान लीजिये कि  $S = \{a, b, c\}$  तथा  $T = \{1, 2, 3\}$  है  
S से T तक के निम्नलिखित फलनों F के लिए  $F^{-1}$  ज्ञात कीजिये  
यदि उसका अस्तित्व है।

$$F = \{(a, 3), (b, 2), (c, 1)\}$$

 वीडियो उत्तर देखें

15. मान लीजिये कि  $S = \{a, b, c\}$  तथा  $T = \{1, 2, 3\}$  है  
S से T तक के निम्नलिखित फलनों F के लिए  $F^{-1}$  ज्ञात कीजिये  
यदि उसका अस्तित्व है।

$$F = \{(a, 2), (b, 1), (c, 1)\}$$

 वीडियो उत्तर देखें

16. किसी प्रदत्त अतिरिक्त समुच्चय के लिए मान लीजिए कि

$$* , P(X) \times P(X) \rightarrow P(X) \quad , \quad \text{जहाँ}$$

$$A * B = (A - B) \cup (B - A), \quad \forall A, B \in P(X)$$

द्वारा परिभाषित है। सिद्ध कीजिए कि रिक्त समुच्चय  $\phi$ , संक्रिया

$*$  का तत्समक है तथा  $P(X)$  के समस्त अवयव  $A$  व्युत्क्रमणीय है ,

इस प्रकार कि  $A^{-1} = A$  ( संकेत :

$$(A - \phi) \cup (\phi - A) = A \quad \text{तथा}$$

$$(A - A) \cup (A - A) = A * A = \phi$$



वीडियो उत्तर देखें

एन सी आर टी एक्सेम्पलर लघु उत्तरीय प्रश्न

1. मान लीजिए कि  $D$ ,  $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$  द्वारा परिभाषित ,  
वास्तविक मान फलन  $f$  का प्रान्त है , तो  $D$  को लिखिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिए कि  $f, g: R \rightarrow R$  क्रमशः  $f(x)=2x+1$  तथा  
 $g(x) = x^2 - 2$ ,  $\forall x \in R$  द्वारा परिभाषित है , तो  $g \circ f$  ज्ञात  
कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

3. मान लीजिए  $f: R \rightarrow R$  में  $f(x) = 2x - 3, \forall x \in R$  द्वारा परिभाषित फलन है, तो  $f^{-1}$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

4. यदि  $A = \{a, b, c, d\}$  तथा फलन  $f = \{(a, b), (b, d), (c, a), (d, c)\}$ , तो  $f^{-1}$  लिखिए।

 वीडियो उत्तर देखें

5. यदि  $f: R \rightarrow R$ , जहाँ  $f(x) = x^2 - 3x + 2$  द्वारा परिभाषित है, तो  $f[f(x)]$  ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

6. क्या  $g = \{(1, 1), (2, 3), (3, 5), (4, 7)\}$  एक फलन है ?

यदि  $g, g(x) = \alpha x + \beta$  से परिभाषित है तो  $\alpha$   $\beta$  के क्या मान होंगे ?



वीडियो उत्तर देखें

7. क्या क्रमित युग्मों के निम्नलिखित समुच्चय, फलन है? यदि ऐसा है, तो जाँच कीजिए कि प्रतिचित्रण एकैक अथवा आच्छादी है कि



नहीं हैं:

$\{(x,y) : x \text{ एक व्यक्ति है } y \text{ माँ है } x \text{ की}\}$



वीडियो उत्तर देखें

8. क्या क्रमित युग्मों के निम्नलिखित समुच्चय, फलन है? यदि ऐसा है, तो जाँच कीजिए कि प्रतिचित्रण एकैक अथवा आच्छादी है कि नहीं हैं:

$\{(a,b) : a \text{ एक व्यक्ति है, } b \text{ पूर्वज है } a \text{ की}\}$



वीडियो उत्तर देखें

9. माना कि  $f = \{(1, 2), (3, 5), (4, 1)\}$  तथा  $g = \{(2, 3), (5, 1), (1, 3)\}$  द्वारा प्रदत्त है।  $f \circ g$  तथा  $g \circ f$  ज्ञात करें।

 वीडियो उत्तर देखें

10. माना कि  $C$  और  $R$  क्रमशः समिश्र संख्याओं और वास्तविक संख्याओं के समुच्चयों को प्रकट करते हैं। तब दर्शाए कि  $f(z) = |z|$ , सभी  $z \in C$  के लिए, से परिभाषित फलन:  $f: C \rightarrow R$  न तो एकैकी है और न ही आच्छदक है।

 वीडियो उत्तर देखें

11. मान लीजिए कि फलन

$R \rightarrow R, f(x) = \cos x, \forall x \in R,$  द्वारा परिभाषित है ।

सिद्ध कीजिए कि  $f$  न तो एकैकी है और न आच्छादक (आच्छदि) है ।

 वीडियो उत्तर देखें

12. मान लीजिए कि  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{4, 5\}$

मान लीजिए कि  $f = \{(1, 4), (1, 5), (2, 4), (3, 5)\}$ . क्या

$f, A$  से  $B$  में फलन है ।

 वीडियो उत्तर देखें

13. मान लीजिए कि  $X = \{1, 2, 3\}$  तथा  $Y = \{4,5\}$  ज्ञात कीजिए की क्या  $X \times Y$  के निम्नलिखित उपसमुच्चय  $X$  से  $Y$  में फलन हैं या नहीं हैं।

$$g = \{(4, 4), (2, -4), (2, -4)\}$$



वीडियो उत्तर देखें

14. मान लीजिए कि  $X = \{1, 2, 3\}$  तथा  $Y = \{4,5\}$  | ज्ञात कीजिए की क्या  $X \times Y$  के निम्नलिखित उपसमुच्चय  $X$  से  $Y$  में फलन हैं या नहीं हैं।

$$h = \{(1, 4), (2, 4), (3, 5)\}$$



वीडियो उत्तर देखें

15. मान लीजिए कि  $X = \{1, 2, 3\}$  तथा  $Y = \{4,5\}$  ज्ञान कीजिए क्या  $X \times Y$  के निम्नलिखित उपसमुच्चय  $X$  से  $Y$  में फलन हैं या नहीं हैं।

$$k = \{(1,4), (2,5)\}$$

 वीडियो उत्तर देखें

16. यदि फलन  $f: A \rightarrow B$  तथा  $g: B \rightarrow A$ ,  $gof = I_A$  को संतुष्ट करते हैं, तो सिद्ध कीजिए कि फलन  $f$  एकैकी है तथा  $g$  आच्छादक है।

 वीडियो उत्तर देखें

17. मान लीजिए कि

$$f: R \rightarrow R, f(x) = \frac{1}{2 - \cos x} x \in R \text{ द्वारा परिभाषित}$$

एक फलन है, तो  $f$  का परिसर ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

एन सी आर टी एक्सेम्पलर दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. दिया हुआ है कि  $A = (2, 3, 4)$ ,  $B = (2, 5, 6, 7)$  निम्नलिखित में एक उदाहरण की रचना कीजिए।

$A$  से  $B$  में एक एकैक प्रतिनित्रण।



वीडियो उत्तर देखें

2. दिया हुआ है कि  $A = (2,3,4)$ ,  $B = (2,5, 6, 7)$  निम्नलिखित में से प्रत्येक के एक उदाहरण की रचना कीजिए।

A से B में एक ऐसा प्रतिचित्रण, जो एकैक नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

3. दिया हुआ है कि  $A = (2,3,4)$ ,  $B = (2,5, 6, 7)$  निम्नलिखित में से प्रत्येक के एक उदाहरण की रचना कीजिए।

B से A में एक प्रतिचित्रण



वीडियो उत्तर देखें

4. एक ऐसे प्रतिचित्रण का उदाहरण दीजिए जो :

एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

5. एक ऐसे प्रतिचित्रण का उदाहरण दीजिए जो :

एकैकी नहीं है किन्तु आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें

6. एक ऐसे प्रतिचित्रण का उदाहरण दीजिए जो :

न तो एकैकी है और न आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें



7. मान लीजिए कि  $A=[-1,1]$ , तो विचार कीजिए कि क्या  $A$  में परिभाषित निम्नलिखित फलन एकैकी , आच्छादक या एकैकी आच्छादक या एकैकी आच्छादि है :

(i)  $f(x) = \frac{x}{2}$  , (ii)  $g(x) = |x|$  , (iii)  $h(x) = |x|$  ,

(iv)  $k(x) = x^2$



वीडियो उत्तर देखें

8. मान लीजिए कि  $A=[-1,1]$ , तो विचार कीजिए कि क्या  $A$  में परिभाषित निम्नलिखित फलन एकैकी , आच्छादक या एकैकी आच्छादक या एकैकी आच्छादि है :

(i)  $f(x) = \frac{x}{2}$  , (ii)  $g(x) = |x|$  , (iii)  $h(x) = |x|$  ,

(iv)  $k(x) = x^2$



वीडियो उत्तर देखें

9. मान लीजिए कि  $A=[-1,1]$ , तो विचार कीजिए कि क्या  $A$  में परिभाषित निम्नलिखित फलन एकैकी , आच्छादक या एकैकी आच्छादक या एकैकी आच्छादि है :

(i)  $f(x) = \frac{x}{2}$  , (ii)  $g(x) = |x|$  , (iii)  $h(x) = |x|$  ,

(iv)  $k(x) = x^2$



वीडियो उत्तर देखें

10. मान लीजिए कि  $A=[-1,1]$ , तो विचार कीजिए कि क्या  $A$  में परिभाषित निम्नलिखित फलन एकैकी , आच्छादक या एकैकी आच्छादक या एकैकी आच्छादि है :

(i)  $f(x) = \frac{x}{2}$  , (ii)  $g(x) = |x|$  , (iii)  $h(x) = |x|$  ,

(iv)  $k(x) = x^2$



वीडियो उत्तर देखें

11. मान लीजिए कि  $A=\mathbb{R}-\{3\}, B=\mathbb{R}-\{1\}$  मान लीजिए कि  $f: A \rightarrow B$  द्वारा परिभाषित है तो  $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$  ,  $x \in A$  द्वारा परिभाषित है तो सिद्ध कीजिए कि  $f$  एकैकी आच्छादि है ।



वीडियो उत्तर देखें

12. परिभाषा का प्रयोग करते हुए, सिद्ध कीजिए कि फलन  $f: A \rightarrow B$  व्युत्क्रमणीय है, यदि और केवल यदि  $f$  एकैकी तथा आच्छादक दोनों है।

 वीडियो उत्तर देखें

13. फलन  $f, g: R \rightarrow R$  क्रमशः  $f(x) = x^2 + 3x + 1$  तथा  $g(x) = 2x - 3$  द्वारा परिभाषित है, तो निम्नलिखित ज्ञात कीजिए :

 वीडियो उत्तर देखें

14. फलन  $f, g: R \rightarrow R$  क्रमशः  $f(x) = x^2 + 3x + 1$

तथा  $g(x) = 2x - 3$  द्वारा परिभाषित हैं, तो निम्नलिखित ज्ञात

कीजिए :

gof

 वीडियो उत्तर देखें

15. फलन  $f, g: R \rightarrow R$  क्रमशः  $f(x) = x^2 + 3x + 1$

तथा  $g(x) = 2x - 3$  द्वारा परिभाषित हैं, तो निम्नलिखित ज्ञात

कीजिए :

fof

 वीडियो उत्तर देखें

16. फलन  $f, g: R \rightarrow R$  क्रमशः  $f(x) = x^2 + 3x + 1$

तथा  $g(x) = 2x - 3$  द्वारा परिभाषित हैं, तो निम्नलिखित ज्ञात

कीजिए :

gof



वीडियो उत्तर देखें

17. दिखाइए कि  $a * b = a + b - ab$  सभी  $a, b \in Q$  द्वारा

परिभाषित द्वि-आधारी संक्रियाएँ \* क्रमविनिमेय और साहचर्य है।



वीडियो उत्तर देखें

18. माना  $Q$  पर एक द्विआधारी संक्रिया  $\circ$  परिभाषित है बताइये

कौन - सी द्विआधारी संक्रियाएँ क्रमविनिमेय है -

$$a \circ b = a^2 + b^2, a, b \in Q$$



वीडियो उत्तर देखें

19. माना  $Q$  पर एक द्विआधारी संक्रिया  $\circ$  परिभाषित है बताइये

कौन - सी द्विआधारी संक्रियाएँ क्रमविनिमेय है -

$$a \circ b = a + ab, a, b \in Q$$



वीडियो उत्तर देखें

20. माना  $Q$  पर एक द्विआधारी संक्रिया  $\circ$  परिभाषित है बताइये

कौन - सी द्विआधारी संक्रियाएँ क्रमविनिमेय है -

$$a \circ b = (a - b)^2, a, b \in Q$$



वीडियो उत्तर देखें

21. मान लीजिए कि  $R$  में द्वि -आधारी संक्रिया

$*$ ,  $a * b = 1 + ab$ ,  $a, b \in R$ , तो संक्रिया  $*$  :

(i) क्रम - विनिमेय है किन्तु साहचर्य नहीं है । , (ii) साहचर्य है

किन्तु क्रम - विनिमेय नहीं है ।

(iii) न तो क्रम - विनिमेय है और न साहचर्य है । , (iv) क्रम -

विनिमेय तथा साहचर्य दोनों ही है ।



 वीडियो उत्तर देखें

22. मान लीजिए कि  $R$  में द्वि-आधारी संक्रिया

$*$ ,  $a * b = 1 + ab$ ,  $a, b \in R$ , तो संक्रिया  $*$  :

(i) क्रम - विनिमेय है किन्तु साहचर्य नहीं है । , (ii) साहचर्य है

किन्तु क्रम - विनिमेय नहीं है ।

(iii) न तो क्रम - विनिमेय है और न साहचर्य है । , (iv) क्रम -

विनिमेय तथा साहचर्य दोनों ही है ।

 वीडियो उत्तर देखें

23. मान लीजिए कि  $R$  में द्वि-आधारी संक्रिया

$*$ ,  $a * b = 1 + ab$ ,  $a, b \in R$ , तो संक्रिया  $*$  :

(i) क्रम - विनिमेय है किन्तु साहचर्य नहीं है । , (ii) साहचर्य है किन्तु क्रम - विनिमेय नहीं है ।

(iii) न तो क्रम - विनिमेय है और न साहचर्य है । , (iv) क्रम - विनिमेय तथा साहचर्य दोनों ही है ।



वीडियो उत्तर देखें

**24.** मान लीजिए कि  $R$  में द्वि-आधारी संक्रिया  $*$ ,  $a * b = 1 + ab$ ,

$a, b \in R$ , तो ज्ञात कीजिये संक्रिया  $*$  :

क्रम-विनिमेय तथा साहचर्य दोनों ही है।



वीडियो उत्तर देखें

## एन सी आर टी एक्सेम्पलर वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1.  $Q - (0)$  में  $a * b = \frac{ab}{2}$ ,  $b \in Q - (0)$  प्रकार से परिभाषित दी-आधारी संक्रिया  $*$  का (के लिए) तत्सम अवयव है :

 वीडियो उत्तर देखें

## एन सी आर टी एक्सेम्पलर

1. यदि समुच्चय A में 5 अवयव हैं तथा समुच्चय B में 6 अवयव हैं, तो A से B में एकैकी तथा आच्छादक प्रतिचित्रणों की संख्या

A. 720

B. 120

C. 0

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिये की  $A = \{1,2,3,\dots,n\}$  तथा  $B = (a,b)$  तो A में B

से आच्छादि परिचित्रणों के संख्या :

A.  ${}^n P_s$

B.  $2^n - 2$

C.  $2^n - 1$

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer:**

 वीडियो उत्तर देखें

3. मान लीजिए कि  $f: R \rightarrow R, f(x) = \frac{1}{x} \quad x \in R$  के द्वारा परिभाषित है, तो  $f$ ,

 वीडियो उत्तर देखें

4. मान लीजिए कि  $f: R \rightarrow R, f(x) = 3x^2 - 5$  द्वारा

तथा  $g: R \rightarrow R, g(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$  द्वारा परिभाषित है तो

$g \circ f$  निम्नलिखित है :

A.  $\frac{3x^2 - 5}{9x^4 - 30x^2 + 26}$

B.  $\frac{3x^2 - 6}{9x^4 - 6x^2 + 26}$

C.  $\frac{9x^2}{x^4 - 2x^2 - 4}$

D.  $\frac{9x^2}{9x^4 + 30x^2 - 2}$

**Answer:**

 वीडियो उत्तर देखें

5.  $Z$  से  $Z$  में निम्नलिखित फलनों में कौन-से एकैकी आच्छादी है?

A.  $f(x) = x^2$

B.  $f(x) = x + 2$

C.  $f(x) = 2x + 1$

D.  $f(x) = 5x$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

6. मान लीजिए कि  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^2 + 5$  द्वारा

परिभाषित एक फलन है, तो  $f^{-1}(x)$  निम्नलिखित है :

A.  $(x + 5)^{\frac{1}{2}}$

B.  $(x - 5)^{\frac{1}{2}}$

C.  $(5 - x)^{\frac{1}{4}}$

D.  $5 - x$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

7. माना कि  $f: A \rightarrow B$  और  $g: B \rightarrow C$  एकैकी आच्छादक

(bijective) फलन हैं। तब  $(g \circ f)^{-1}$  हे :

A.  $f^{-1} \circ g^{-1}$



B. fog

C.  $g^{-1} \circ f^{-1}$

D. gof

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

8. मान लीजिए कि

$f: R - \left\{ \frac{3}{5} \right\} \rightarrow R, f(x) = \frac{3x + 2}{5x - 3}$  द्वारा परिभाषित

है, तो

A.  $f^{-1}(x) = f(x)$

$$B. f^{-1}(x) = -f(x)$$

$$C. (f \circ f)x = -x$$

$$D. f^{-1}(x) = \frac{1}{19}f(x)$$

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

9. मान लीजिए कि  $f: (0, 1) \rightarrow (0, 1)$ ,  $f(x) =$

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{यदि } x \text{ परिमेय है} \\ 1 - x, & \text{यदि } x \text{ अपरिमेय है} \end{cases}$$

द्वारा

परिभाषित है, तो  $(f \circ f)x$ :

A. अचर है

B.  $1+x$  है

C.  $x$  है

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

10. मान लीजिए कि  $f: N \rightarrow R, f(x) = \frac{2x - 1}{2}$  द्वारा

परिभाषित एक फलन है, तो  $f$  का परिसर है :

A.  $R$

B.  $(1, \infty]$

C.  $[4, \infty)$

D.  $[5, \infty)$

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

11. मान लीजिए कि  $f: N \rightarrow R, f(x) = \frac{2x - 1}{2}$  द्वारा

परिभाषित एक फलन है तथा  $g: Q \rightarrow R, g(x) = x + 2$

द्वारा परिभाषित एक अन्य फलन है, तो  $(g \circ f) \left( \frac{3}{2} \right)$ :

A. 1

B.  $\frac{3}{2}$

C.  $\frac{7}{2}$

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

12. मान लीजिए कि  $f: R \rightarrow R$ ,

$$f(x) = \begin{cases} 2x : x > 3 \\ x^2 : 1 < x \leq 3 \\ 3x : x \leq 1 \end{cases} \quad \text{द्वारा परिभाषित है, तो}$$

$$f(-1) + f(2) + f(4):$$

A. 9

B. 14

C. 5

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

13. मान लीजिए कि  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = \tan x$  द्वारा दत्त

है, तो  $f^{-1}(1)$

A.  $\frac{\pi}{4}$

B.  $\left(nx + \frac{\pi}{4} : n \in Z\right)$

C. का अस्तित्व नहीं है

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

एन सी आर टी एक्सेम्पलर रिक्त स्थान भरिये

1. मान लीजिए कि  $f = \{(1, 2), (3, 5), (4, 1)\}$  तथा

$g = \{(2, 3), (5, 1), (1, 3)\}$  तो  $g \circ f = \underline{\hspace{2cm}}$  तथा  $f \circ$

$g = \underline{\hspace{2cm}}$



वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिए कि  $f: R \rightarrow R, f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x}}$  द्वारा

परिभाषित है , तो :  $(f \circ f \circ f)(x) = \dots\dots$



वीडियो उत्तर देखें

3. यदि  $f(x) = [4 - (x - 7)^3]$  , तो  $f^{-1}(x) = \dots\dots\dots$



वीडियो उत्तर देखें



4.

मान

लीजिए

$$f: R \rightarrow R, f(x) = \sin(3x + 2), x \in R$$

द्वारा

परिभाषित एक फलन है , तो  $f$  व्यूत्क्रमणीय है ।



वीडियो उत्तर देखें

5. मान लीजिए कि  $A = \{0, 1\}$  तथा  $N$  प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है, तो  $f(2n - 1) = 0, f(2n) = 1, n \in N$

द्वारा परिभाषित प्रतिचित्रण  $f: N \rightarrow A$  आच्छादक है।



वीडियो उत्तर देखें

## 6. सत्य /असत्य

फलनों का संयोजन क्रमविनिमेयी (commutative) होता है।



वीडियो उत्तर देखें

## 7. फलनों का संयोजन साहचर्य होता है।



वीडियो उत्तर देखें

## 8. सत्य /असत्य

प्रत्येक फलन व्युत्क्रमणीय (invertible) होता है।



वीडियो उत्तर देखें

9. किसी समुच्चय में किसी द्वि-आधारी संक्रिया का तत्समक अवयव सदैव होता है।

 वीडियो उत्तर देखें

## उच्च स्तरीय बुद्धि कौशल प्रश्न

1. माना  $f_1: R \rightarrow R$  और  $f_2: C \rightarrow C$  दो फलन है जो  $f_1(x) = x^3$  और  $f_2(x) = x^3$  द्वारा परिभाषित है। दिखाइए कि वे समान नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. निम्न फलनों को क्रमित युग्म के समुच्चय के रूप में लिखिए और उनका परास ज्ञात कीजिए :

$$f_1: A \rightarrow R: f_1(x) = x^2 + 1,$$

जहाँ

$$A = \{-1, 0, 2, 4\}$$



वीडियो उत्तर देखें

3. निम्न फलनों को क्रमित युग्म के समुच्चय के रूप में लिखिए और उनका परास ज्ञात कीजिए :

$$f_2: A \rightarrow N: f_2(x) = 2x,$$

जहाँ

$$A = \{x: x \in N, x \leq 10\}.$$



 वीडियो उत्तर देखें

4. यदि  $A$  अरिक्त समुच्चय हो और  $f, g: A \rightarrow A$ , इस प्रकार कि  $f \circ g = g \circ f = I_A$  दिखाइए  $f$  और  $g$  एकैकी आच्छादक हैं और  $g = f^{-1}$ .

 वीडियो उत्तर देखें

5. माना (Let)  $A = \{x \in R: 0 \leq x \leq 1\}$ . यदि (if)

$f: A \rightarrow A$  निम्न द्वारा परिभाषित है

$$f(x) = \begin{cases} x, & (\text{if } )x \in Q \\ 1 - x, & (\text{if } )x \in Q \end{cases} \quad \text{तब दिखाइए}$$

(then show that)  $f \circ f(x) = x \forall x \in A$ .

 वीडियो उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

6. माना  $*$  समुच्चय  $Q - \{1\}$  पर  $a \cdot b = a + b - ab$ ,  $a, b \in Q - \{1\}$  द्वारा परिभाषित द्वि-आधारी संक्रिया है  $Q$  पर  $*$  के सापेक्ष तत्समक अवयव ज्ञात कीजिये। दिखाइए की  $Q - \{1\}$  का प्रत्येक अवयव व्युत्क्रमणीय है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. माना  $X$  एक अतिरिक्त समुच्चये है और मान  $*$ ,  $X$  के घाट समुच्चये पर एक द्वि-आधारी संक्रिया है अथार्थ  $P(X)$  निम्न द्वारा परिभाषित है :

 वीडियो उत्तर देखें

## कॉम्पिटिशन कॉर्नर

1. फलन  $f: R \rightarrow \left[ \frac{-1}{2}, \frac{1}{2} \right]$ , जो  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$  द्वारा परिभाषित है

- A. व्युत्क्रमणिये
- B. एकेकी है परन्तु अच्छादि नहीं
- C. अच्छादि है परन्तु एकेकी नहीं
- D. न तो अच्छादि न ही एकेकी

**Answer: c**

2. माना कि  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\sin\left(\frac{\pi}{2}\sin x\right)\right)$ ,  $\forall x \in R$

तथा  $g(x) = \frac{\pi}{2}\sin x$ ,  $\forall x \in R$  माना कि  $(f \circ g)(x)$  दर्शाता

है  $f(g(x))$  तथा  $(g \circ f)(x)$  दर्शाता है  $g(f(x))$  . तब निम्न में से कौन-सा (से) सत्य हैं ?

(a)  $f$  का परास  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$  हैं।

(b)  $f \circ g$  का परास  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$  हैं , (c )

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\pi}{6}$  , (d)  $x \in R$  इस प्रकार हैं कि  $(g \circ f)(x) = 1$

A.  $f$  का परास  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$  है।

B.  $f \circ g$  का परास  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$  है।



C.

D.

**Answer: a,b,c**



**वीडियो उत्तर देखें**