



## MATHS

### BOOKS - SBPD PUBLICATION

#### स्पर्श रेखा और अभिलम्ब

#### साधित उदाहरण

1. वक्र  $y = x^3 - 2x + 8$  का बिंदु  $(1, 7)$  पर स्पर्श रेखा का ढाल ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

2. वक्र  $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$  के बिंदु (1,1) पर स्पर्श रेखा तथा अभिलंब के समीकरण ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

3. वक्र  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  के बिंदु  $(\sqrt{2}a, b)$  पर स्पर्श रेखा तथा अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

4.  $\theta = \pi/4$  पर वक्र

$x = 1 - \cos \theta, y = \theta - \sin \theta$  पर स्पर्श रेखा का

समीकरण ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

5. वक्र  $x = \sin 3t, y = \cos 2t$  के बिन्दु  $t = \frac{\pi}{4}$  पर

स्पर्श रेखा तथा अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि वक्र के

$$x = a \cos t + at \sin t, y = a \sin t - at \cos t$$

सभी अभिलम्ब मूल बिन्दु से एक अचर दूरी 'a' पर है।



वीडियो उत्तर देखें

7. वक्र  $3x^2 - y^2 = 8$  की उन स्पर्श रेखाओं के समीकरण

ज्ञात कीजिए, जो बिंदु  $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$  से होकर जाती है।



वीडियो उत्तर देखें

8. वक्र  $y = x^3 + 2x + 6$  के उन अभिलम्बों के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा  $x + 14y + 4 = 0$  के समान्तर है।



वीडियो उत्तर देखें

9.  $p$  का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए  $x^2 = 9p(9 - y)$  तथा  $x^2 = p(y + 1)$  एक-दूसरे को समकोण पर काटते हैं।



वीडियो उत्तर देखें

10. वक्र  $y = x^3 + 2x - 4$  की स्पर्श रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जो की रेखा  $x + 14y + 3 = 0$  पर लंबवत है।

 वीडियो उत्तर देखें

11. वक्र  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{10} = 1$  के बिन्दु  $(3, 0)$  पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

1. वक्र  $y = 2x^2 + 3 \sin x$  के  $x = 0$  पर अभिलंब की प्रवणता है

A. 3

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $-3$

D.  $-\frac{1}{3}$

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

2. किसी बिन्दु पर  $y = x + 1$ , वक्र  $y^2 = 4x$  की स्पर्श रेखा है ?

- (a)(1,2)      (b)(2,1)  
(c)(1, - 2)    (d)( - 1,2)

A. (1, 2)

B. (2, 1)

C. (1, - 2)

D. ( - 1, 2)

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

3. वक्र  $x = t^2 + 3t - 8$ ,  $y = 2t^2 - 2t - 5$  के बिंदु

(2,-1) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता है

A.  $\frac{22}{7}$

B.  $\frac{6}{7}$

C.  $\frac{7}{6}$

D.  $-\frac{6}{7}$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

4. रेखा  $y = mx + 1$  वक्र  $y^2 = 4x$  की एक स्पर्श रेखा

है यदि  $m$  का मान है :

A. 1

B. 2

C. 3

D.  $\frac{1}{2}$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

5. वक्र  $2y + x^2 = 3$  के बिन्दु  $(1,1)$  पर अभिलम्ब का

समीकरण है:

$(a)x + y = 0$        $(b)x - y = 0$

$(c)x + y + 1 = 0$     $(d)x - y = 1$

A.  $x + y = 0$

B.  $x - y = 0$

C.  $x + y + 1 = 0$

D.  $x - y = 1$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

6. वक्र  $x^2 = 4y$  का बिंदु  $(2, 1)$  से होकर जाने वाला अभिलम्ब है

A.  $x + y = 3$

B.  $x - y = 3$

C.  $x + y = 1$

D.  $x - y = 1$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

7. वक्र  $9y^2 = x^3$  पर वे बिंदु जहाँ पर वक्र का अभिलंब अक्षों से समान अंतः खंड बनाता है |

A.  $\left(4, \pm \frac{8}{3}\right)$

B.  $\left(4, -\frac{8}{3}\right)$

C.  $\left(4, +\frac{8}{3}\right)$

D.  $\left(+4, \frac{8}{3}\right)$

**Answer: A**



**वीडियो उत्तर देखें**

## अभ्यास 15 1 अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. दिए गए वक्र का दिये गए बिन्दु पर स्पर्श रेखा और अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए :

$$y = x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 10x + 5 \text{ का } (0, 5) \text{ पर}$$

A. 159

B.

C.

D.

**Answer: 0**



वीडियो उत्तर देखें

2. दिए गए वक्र का दिए गए बिंदु पर स्पर्श रेखा और अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

$y = x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 10x + 5$  का (1,3) पर



वीडियो उत्तर देखें

3. दिए गए वक्र का दिए गए बिंदु पर स्पर्श रेखा और अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

$y = x^3$  का (1,1) पर





वीडियो उत्तर देखें

4. बिंदु पर स्पर्श रेखा और अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए  $y = x^2$  के बिंदु  $(0, 0)$  पर



वीडियो उत्तर देखें

5. दिए गए वक्रों के लिए निर्दिष्ट बिन्दुओं पर स्पर्श रेखा और अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए-

$$x = \cos t, y = \sin t, t = \frac{\pi}{4} \text{ पर } |$$



वीडियो उत्तर देखें

6. दिए गए वक्र का दिए गए बिन्दु पर स्पर्श रेखा और अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए :

$$3x^2 - y^2 = 8 \text{ का } \left(\frac{4}{3}, 0\right) \text{ पर}$$

 वीडियो उत्तर देखें

7. दिए गए वक्र का दिए गए बिन्दु पर स्पर्श रेखा और अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

$$y = x^3 \text{ का } (2,8) \text{ पर}$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. दिए गए वक्र का दिए गए बिंदु पर स्पर्श रेखा और अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

$$y^2 = \frac{x^3}{4-x} \text{ का } (2,-2) \text{ पर}$$

 वीडियो उत्तर देखें

9. वक्र  $y = x^3 - 3x + 2$  की स्पर्श रेखा की प्रवणता उस बिन्दु पर ज्ञात कीजिए जिसका x-निर्देशांक 3 है।

 वीडियो उत्तर देखें

10. वक्र  $x = 1 - a \sin \theta$ ,  $y = b \cos^2 \theta$  के  $\theta = \frac{\pi}{2}$

पर अभिलंब की प्रवणता ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

## अभ्यास 15 1 लघु उत्तरीय प्रश्न

1. प्रवणता 2 वाली सभी रेखाओं का समीकरण ज्ञात कीजिए

जो वक्र  $y = \frac{1}{x - 3}$ ,  $x \neq 3$  को स्पर्श करती है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. उन सभी रेखाओं का समीकरण ज्ञात कीजिए जिनका ढाल 0 है और जो  $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 2}$  की स्पर्श रेखाएँ हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

3. वक्र  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$  पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जिन पर स्पर्श रेखाएँ x- अक्ष के समान्तर हों।

 वीडियो उत्तर देखें

4. वक्र  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$  पर वे बिंदु ज्ञात कीजिए जहाँ

स्पर्श रेखा-

y-अक्ष के समान्तर



वीडियो उत्तर देखें

5. वक्र  $y = x^2 + 3x + 4$  पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए, जिन पर स्पर्श रेखाएँ मूलबिन्दु से होकर जाती हैं।



वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि वक्र  $y = 7x^3 + 11$  के उन बिन्दुओं पर स्पर्शी रेखायें समानान्तर है जहाँ  $x = 2$  तथा  $x = -2$  है |

 वीडियो उत्तर देखें

7. वक्र  $y = x^3$  का वह बिंदु ज्ञात कीजिए जहाँ स्पर्श रेखा का ढाल उसी बिंदु के  $y$ -निर्देशांक के बराबर हो।

 वीडियो उत्तर देखें

8. वक्र  $y^2 = x^3$  के बिन्दु  $(am^2, am^3)$  पर अभिलंब समीकरण ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

9. परवलय  $y^2 = 4ax$  के बिन्दु  $(at^2, 2at)$  पर स्पर्श रेखा और अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

10. अतिपरवलय  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  के बिन्दु  $(x_0, y_0)$  पर

स्पर्श रेखा तथा अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

11. वक्र  $y = \sqrt{3x - 2}$  की उन स्पर्श रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा  $4x - 2y + 5 = 0$  के समानान्तर है।



वीडियो उत्तर देखें

12. वक्र  $y = x^3 - 11x + 5$  पर उस बिन्दुओ को ज्ञात कीजिए जिस पर स्पर्श रेखा  $y = x - 11$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

13. वक्र  $9y^2 = x^3$  पर वे बिंदु जहाँ पर वक्र का अभिलम्ब अक्षो से समान अन्तः खण्ड बनाता है :

 वीडियो उत्तर देखें

14. वक्र  $x^2 = 4y$  के अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $(1, 2)$  से गुजरता है। संगत स्पर्श रेखा का समीकरण भी ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

15. दर्शाइए कि परवलय  $y^2 = 4ax$  के बिन्दु  $(x_1, y_1)$  पर स्पर्शी का समी  $yy_1 = 2a(x + x_1)$  है।



वीडियो उत्तर देखें

1. वक्र  $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$  पर वह बिंदु ज्ञात कीजिए जिस पर खींची गई स्पर्श रेखा x अक्ष के समांतर है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका ढाल  $-1$  है और जो वक्र  $y = \frac{1}{x-1}$  की स्पर्श रेखा है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. वक्र  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{10} = 1$  पर वे बिन्दु ज्ञात कीजिए जिस

पर स्पर्श रेखा y-अक्ष के समानान्तर



वीडियो उत्तर देखें

4. वक्र  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{10} = 1$  पर वे बिन्दु ज्ञात कीजिए जिस

पर स्पर्श रेखा x-अक्ष के समानान्तर



वीडियो उत्तर देखें

5. वक्र  $y = x^2 - 2x + 7$  की उस स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $2x - y + 9 = 0$  के समानान्तर है,



वीडियो उत्तर देखें

6. वक्र  $y = x^2 - 2x + 7$  की उस स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $5y - 15x = 13$  पर लम्ब है



वीडियो उत्तर देखें

7. वक्र  $y = ax^3 + bx^2 + cx + 5$ ,  $x$  अक्ष को  $(-2, 0)$  पर स्पर्श करता है और  $y$ -अक्ष को उस बिंदु पर काटता है, जहाँ प्रवणता 3 है।  $a, b$  और  $c$  ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिए कि वक्र  $2x = y^2$  व  $2xy = k$  समकोण पर काटते हैं | यदि  $k^2 = 8$  |

 वीडियो उत्तर देखें

9. दिखाइए की वक्र  $4x = y^2$  और  $4xy = k$  समकोण पर काटते हैं यदि  $k^2 = 512$

 वीडियो उत्तर देखें

10. वक्र  $3x^2 - y^2 = 8$  के अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $x + 3y - 4 = 0$  के समानान्तर है।

 वीडियो उत्तर देखें

11. वक्र  $x^2 - 2y^2 = 8$  की स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $x - y + 29 = 0$  के समांतर है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. परवलय  $y^2 = 4x + 5$  की उस स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $y = 2x + 7$  के समानतर हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

13. वक्र  $y = 4x^2 - 3x + 5$  की स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $9y + x + 3 = 0$  पर लम्ब है।



वीडियो उत्तर देखें

14. दिखाइए की वक्र  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  के बिंदुओं  $(a, 0)$  और  $(0, 3)$  पर की स्पर्श रेखाओं के मध्य का कोण  $\frac{\pi}{2}$  है।



वीडियो उत्तर देखें

15. दिखाई की परवलय  $y^2 = 4ax$  और  $x^2 = 4ay$  का मूलबिंदु पर प्रतिछेद कोण  $\frac{\pi}{2}$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

16. दिखाइए कि वक्र  $ax^2 + by^2 = 1$  और

$a_1x^2 + b_1y^2 = 1$  एक-दूसरे को लम्बवत काटते हैं यदि

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a} = \frac{1}{b_1} - \frac{1}{b}.$$

 वीडियो उत्तर देखें

17. सिद्ध कीजिये कि वक्र  $x^3 - 3xy^2 = a$  तथा  $3x^2y - y^3 = b$  एक-दूसरे को समकोण पर प्रतिच्छेद करते हैं।



वीडियो उत्तर देखें

एन सी ई आर टी कार्नर

1. वक्र  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$  पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जिस पर स्पर्श रेखा x-अक्ष के समानान्तर हो।



वीडियो उत्तर देखें

2. वक्र  $y = (x - 2)^2$  पर वह बिंदु ज्ञात कीजिए जिस पर स्पर्श रेखा  $(2, 0)$  और  $(4, 4)$  को जोड़ने वाली जीवा के समानान्तर है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. वक्र  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{10} = 1$  पर वे बिन्दु ज्ञात कीजिए जिस पर स्पर्श रेखा x-अक्ष के समानान्तर

 वीडियो उत्तर देखें

4. वक्र  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{10} = 1$  पर वे बिन्दु ज्ञात कीजिए जिस पर स्पर्श रेखा  $y$ -अक्ष के समानान्तर

 वीडियो उत्तर देखें

5. वक्र  $y = 4x^3 - 2x^5$ , पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जिन पर स्पर्श रेखायें मूल बिंदु से होकर जाती हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि वक्र  $x = y^2$  और  $xy=k$  एक दूसरे को समकोण पर काटती हैं यदि  $8k^2 = 1$  है



वीडियो उत्तर देखें

7. वक्र  $y = \frac{x - 1}{x - 2}$ ,  $x \neq 2$  के  $x = 10$  पर स्पर्श रेखा की प्रवणता ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

एन सी ई आर टी एक्सेम्पलर लघु उत्तरीय प्रश्न

1. सिद्ध करे की वक्र  $xy = 4$ ,  $x^2 + y^2 = 8$  एक दूसरे को स्पर्श करते है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. वक्र  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4$  उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिस पर स्पर्श रेखा का अक्षो से झुकाव समान है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. वक्र  $y = 4 - x^2$   $y = x^2$  का प्रतिच्छेद कोण ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए कि वक्र

$$y^2 = 4x \quad x^2 + y^2 - 6x + 1 = 0 \text{ एक-दूसरे को}$$

बिन्दु (1,2) पर स्पर्श करते हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

5. वक्र  $3x^2 - y^2 = 8$  के अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात

कीजिए जो  $x + 3y - 4 = 0$  के समानान्तर है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. किन बिन्दुओं पर वक्र

$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$  की स्पर्श रेखा  $y$ -अक्ष के समानान्तर है |



वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिए कि सरल रेखा  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  वक्र

$y = be^{-x/a}$  को उस बिन्दु पर स्पर्श करती है, जहाँ यह वक्र  $y$ -अक्ष को काटता है |



वीडियो उत्तर देखें

## एन सी ई आर टी एक्सेम्पलर दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. यदि रेखा  $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$  दीर्घवृत्त

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ का अभिलम्ब है तब}$$



वीडियो उत्तर देखें

## एन सी ई आर टी एक्सेम्पलर वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. बिंदु  $(0,0)$  पर वक्र  $y = x^{\frac{1}{5}}$  की

A. एक ऊर्ध्वाधर स्पर्शी रेखा ( $y$ -अक्ष के समान्तर)

B. एक क्षैतिज स्पर्श रेखा (x-अक्ष के समान्तर)

C. एक तिरछी स्पर्शी रेखा

D. कोई भी स्पर्शी रेखा नहीं

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

2. यदि वक्र  $ay + x^2 = 7$  तथा  $x^3 = y$  बिन्दु  $(1, 1)$  पर

लंबवत काटते हैं तो  $a$  का मान है :

A. 1

B. 0

C. -6

D. .6

**Answer:**



**वीडियो उत्तर देखें**

3. वक्र  $y(1 + x^2) = 2 - x$  के उस बिंदु पर जहाँ यह X

- अक्ष को कटती है , स्पर्श रेखा का समीकरण है

A.  $x + 5y = 2$

B.  $x - 5y = 2$

C.  $5x - y = 2$

D.  $5x + y = 2$

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

4. वे बिन्दु जिन पर वक्र  $y = x^3 - 12x + 8$  की स्पर्श

रेखाएँ  $x$ -अक्ष के समान्तर हैं :

A.  $(2, -2), (-2, -34)$

B.  $(2, 34), (2, 0)$

C.  $(0, 35), (-2, 0)$

D.  $(2, 2), (-2, 34)$

**Answer:**



**वीडियो उत्तर देखें**

5. वक्र  $y = e^{2x}$  की बिन्दु  $(0, 1)$  पर स्पर्श रेखा x-अक्ष से

बिन्दु :

A.  $(0, 1)$

B.  $-\frac{1}{2}, 0$

C.  $(2, 0)$

D.  $(0, 2)$  पर मिलती है

**Answer:**

 वीडियो उत्तर देखें

6. वक्र  $x = t^2 + 3t - 8, y = 2t^2 - 2t - 5$  के

बिन्दु  $(2, -1)$  पर स्पर्श रेखा की प्रवणता है-

A.  $\frac{22}{7}$

B.  $\frac{6}{7}$

C.  $\frac{-6}{7}$

D.  $-6$

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

7. दो वक्र  $x^3 - 3xy^2 + 2 = 0$  तथा

$3x^2y - y^3 - 2 = 0$  किस कोण पर प्रतिच्छेद करते हैं

A.  $\frac{\pi}{4}$

B.  $\frac{\pi}{8}$

C.  $\frac{\pi}{2}$

D.  $\frac{\pi}{6}$

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

एन सी ई आर टी एक्सेम्पलर रिक्त स्थान भरिये

1. वक्र  $y = 4x^2 + 2x - 8$  तथा  $y = x^3 - x + 13$

एक दूसरे को बिंदु \_\_\_\_\_ पर स्पर्श करते हैं।



वीडियो उत्तर देखें

2. वक्र  $y = \tan x$  के  $(0,0)$  पर अभिलम्ब का समीकरण ..... है।



वीडियो उत्तर देखें

## उच्च स्तरीय बुद्धि कौशल प्रश्न

1. दिखाएं की वक्र  $xy = a^2$  तथा  $x^2 + y^2 = 2a^2$  एक-दूसरे को स्पर्श करते हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

2. वक्र  $y = (\sec^4 x - \tan^4 x)$  पर  $x = \frac{\pi}{3}$  का स्पर्श

रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

3. वक्र  $y = (\sin 2x + \cot x + 2)^2$   $x = \frac{\pi}{2}$

पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिये कि वक्र  $x^3 - 3xy^2 = a$  तथा  $3x^2y - y^3 = b$  एक-दूसरे को समकोण पर प्रतिच्छेद करते हैं।



वीडियो उत्तर देखें