



MATHS

FOR IIT JEE ASPIRANTS OF CLASS 12 FOR MATHEMATICS

COMPLEX NUMBER

Exercise 1 Special Dpp 1

1. इन को $a + ib$ के रूप में व्यक्त कीजिये |

$$\left(\frac{1 + 2i}{2 + i} \right)^2$$

 वीडियो उत्तर देखें

2. निम्नलिखित को $a+bi$ के रूप में व्यक्त कीजिये।

$$-i(9 + 6i)(2 - i)^{-1}$$

 वीडियो उत्तर देखें

3. निम्नलिखित को $a+bi$ के रूप में व्यक्त कीजिये।

$$\left(\frac{4i^3 - i}{2i + 1} \right)^2$$

 वीडियो उत्तर देखें

4. निम्नलिखित का संयुग्मी और मॉड्युलस ज्ञात कीजिए:

$$\frac{3 + 2i}{2 - 5i} - \frac{3 - 2i}{2 + 5i}$$

 वीडियो उत्तर देखें

5. निम्नलिखित को $a+bi$ के रूप में व्यक्त कीजिये।

$$\frac{(2 + i)^2}{2 - i} - \frac{(2 - i)^2}{2 + i}$$

 वीडियो उत्तर देखें

6. निम्नलिखित को $a+bi$ के रूप में व्यक्त कीजिये।

सम्मिश्र तल पर एक वर्ग $P_1P_2P_3P_4$ बनाया जाता है जहाँ $P_1 (1, 0)$ तथा $P_3 (3,0)$ है। माना P_n बिन्दु (x_n, y_n) $n= 1,2,3,4$ को प्रदर्शित करता है। सम्मिश्र संख्याओं $(x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2)(x_3 + iy_3)(x_4 + iy_4)$ के गुणनफल का संख्यात्मक मान ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

7. दिया गया है : $x, y \in R$, सरल कीजिये -

$$(x + 2y) + i(2x - 3y) = 5 - 4i$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. दिया गया है : $x, y \in R$, सरल कीजिये -

$$(x + iy) + (7-5i)=9+4i$$

 वीडियो उत्तर देखें

9. दिया गया है : $x, y \in R$, सरल कीजिये -

$$x^2 - y^2 - i(2x + y) = 2i$$



वीडियो उत्तर देखें

10. दिया गया है : $x, y \in R$, सरल कीजिये -

$$(2 + 3i)x^2 - (3 - 2i)y = 2x - 3y + 5i$$



वीडियो उत्तर देखें

11. वर्ग मूल ज्ञात कीजिये :-

$$9 + 40i$$



वीडियो उत्तर देखें

12. वर्ग मूल ज्ञात कीजिये :-

$$-11 - 60i$$



वीडियो उत्तर देखें

13. वर्ग मूल ज्ञात कीजिये :-

50i

 वीडियो उत्तर देखें

14. यदि $f(x) = x^4 + 9x^3 + 35x^2 - x + 4$, तो $f(-5 + 4i)$ का मान ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

15. यदि $g(x) = x^4 - x^3 + x^2 + 3x - 5$ है, तो $g(2 + 3i)$ का मान ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

16. सम्मिश्र संख्याएँ जो $|z + 3 - \sqrt{3}i| = \sqrt{3}$ को संतुष्ट करती हैं, मे से वह संख्या ज्ञात कीजिये जिसका न्यूनतम धनात्मक कोणांक है।

 वीडियो उत्तर देखें

17. निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिये तथा अपने परिणाम को $a + ib$, $a, b \in R$ के रूप में व्यक्त कीजिये।

$$ix^2 - 3x - 2i = 0$$

 वीडियो उत्तर देखें

18. निम्नलिखित समीकरणों को C में हल कीजिये तथा अपने परिणाम को $a + ib$, $a, b \in R$ के रूप में व्यक्त कीजिये।

$$2(1 + i)x^2 - 4(2 - i)x - 5 - 3i = 0$$

 वीडियो उत्तर देखें

19. सम्मिश्र तल में सम्मिश्र संख्या z द्वारा प्रदर्शित बिन्दुओं को दर्शाइये :

$$|z + 1 - 2i| = 2$$

 वीडियो उत्तर देखें

20. सम्मिश्र तल में सम्मिश्र संख्या z द्वारा प्रदर्शित बिन्दुओं को दर्शाइये :

$$|z - 1|^2 + |z + 1|^2 = 4$$

 वीडियो उत्तर देखें

21. सम्मिश्र तल में सम्मिश्र संख्या z द्वारा प्रदर्शित बिन्दुओं को दर्शाइये :

$$\left| \frac{z - 3}{z + 3} \right| = 3$$

 वीडियो उत्तर देखें

22. सम्मिश्र तल में सम्मिश्र संख्या z द्वारा प्रदर्शित बिन्दुओं को दर्शाइये :

$$|z - 33| = |z - 6|$$

 वीडियो उत्तर देखें

23. यदि a तथा b वास्तविक संख्या है जिनका मान 0 से 1 के मध्य इस प्रकार है कि बिन्दुओं

$z_1 = a + i$, $z_2 = 1 + bi$ तथा $z_3 = 0$ द्वारा एक समबाहु त्रिभुज बनाया जाता है तो 'a'

तथा 'b' का मान ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

24. माना $z_1 = 1+i$ तथा $z_2 = -1-i$ है। $z_3 \in C$ का मान निकालिये जब z_1, z_2, z_3 समबाहु त्रिभुज है।

 वीडियो उत्तर देखें

25. x तथा y के किन वास्तविक मानों के लिये संख्याये $-3 + ix^2y$ तथा $x^2 + y + 4i$ संयुग्मी सम्मिश्र है ?

 वीडियो उत्तर देखें

26. निम्न सम्मिश्र संख्याओं का मापांक, कोणांक तथा मुख्य कोणांक ज्ञात कीजिये।

$$6(\cos 310^\circ - i\sin 310^\circ)$$

 वीडियो उत्तर देखें

27. निम्न सम्मिश्र संख्या का मापांक तथा कोणांक ज्ञात कीजिये।

$$-2(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$$

 वीडियो उत्तर देखें

28. निम्न सम्मिश्र संख्या का मापांक ज्ञात कीजिये।

$$\frac{2 + i}{4i + (1 + i)^2}$$

 वीडियो उत्तर देखें

29. यदि $(x + iy)^{1/3} = a + ib$ तो सिद्ध कीजिए: $4(a^2 - b^2) = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}$

 वीडियो उत्तर देखें

30. माना z एक सम्मिश्र संख्या इस प्रकार है कि $z \in c/R$ तथा $\frac{1 + z + z^2}{1 - z + z^2} \in R$, तो सिद्ध कीजिये $|z| = 1$.

 वीडियो उत्तर देखें

31. सर्वसमिका को सिद्ध कीजिए

$$|1 + z_1 \bar{z}_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = (1 + |z_1|^2)(1 + |z_2|^2)$$

 वीडियो उत्तर देखें

32. सर्वसमिका को सिद्ध कीजिए

$$|1 - z_1 \bar{z}_2|^2 - |z_1 - z_2|^2 = (1 - |z_1|^2)(1 - |z_2|^2)$$

 वीडियो उत्तर देखें

33. किन्हीं दो सम्मिश्र संख्याओं के लिये सिद्ध कीजिये

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2[|z_1|^2 + |z_2|^2]$$
 साथ ही इस सर्वसमिका की ज्यामितीय

विवेचना कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

34. $\bar{Z} = iZ^2$ को संतुष्ट करने वाले सभी अशून्य सम्मिश्र संख्याओं Z को ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

35. यदि सम्मिश्र संख्यायें z_1, z_2, \dots, z_n एक इकाई वृत्त $|z| = 1$ पर स्थित है तो सिद्ध कीजिये

$$|z_1 + z_2 + \dots + z_n| = |z_1^{-1} + z_2^{-1} + \dots + z_n^{-1}|$$

 वीडियो उत्तर देखें

36. z के उस बिन्दु पथ का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जो सम्मिश्र तल में $|z-4| + |z+4| = 16$ को संतुष्ट करता है।

 वीडियो उत्तर देखें

37. माना $z = (0, 1) \in \mathbb{C}$ है, तो $\sum_{k=0}^n z^k$ को धनात्मक पूर्णांक n के पदों में व्यक्त कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

38. एक सम्मिश्र संख्या $w = \frac{z - i}{2z + 1}$ है, जहाँ $z = x + iy$, जहाँ $x, y \in R$, पर विचार

कीजिए।

यदि सम्मिश्र संख्या w शुद्ध काल्पनिक है तो z का बिन्दुपथ है

A. (i) एक सरल रेखा

B. (ii) एक वृत्त जिसका केन्द्र $\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$ तथा त्रिज्या $\frac{\sqrt{5}}{4}$ है

C. (iii) एक वृत्त जिसका केन्द्र $\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}\right)$ है तथा मूल बिन्दु से गुजरता है

D. (iv) ना तो वृत्त ना ही सरल रेखा

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

39. एक सम्मिश्र संख्या $w = \frac{z - i}{2z + 1}$ है, जहाँ $z = x + iy$, जहाँ $x, y \in R$, पर विचार

कीजिए।

यदि सम्मिश्र संख्या w शुद्ध वास्तविक है तो z का बिन्दुपथ है

A. (i) एक सरल रेखा जो मूल बिन्दु से गुजरती है

B. (ii) एक सरल रेखा जिसकी प्रवणता 3 तथा y अन्तःखण्ड (-1) है

C. (iii) एक सरल रेखा जिसकी प्रवणता 2 तथा y अन्तः खण्ड 1 है

D. (iv) इनमें से कोई नहीं

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

40. एक सम्मिश्र संख्या $w = \frac{z - i}{2z + 1}$ है, जहाँ $z = x + iy$, जहाँ $x, y \in R$, पर विचार

कीजिए।

यदि $|w| = 1$ है तो Z का बिन्दुपथ है-

A. एक बिन्दु वृत्त

B. एक काल्पनिक वृत्त

C. एक वास्तविक वृत्त

D. कोई वृत्त नहीं

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

Exercise 1 Special Dpp 2

1. यदि $z + z^3 = 0$ है, तो सम्मिश्र तल पर निम्न में से कौनसा सत्य है ?

A. (i) $\operatorname{Re}(z) < 0$

B. (ii) $\operatorname{Re}(z)=0$

C. (iii) $\operatorname{Im}(z)=0$

D. (iv) $z^4 = 1$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

2. माना $i = \sqrt{-1}$ है तो $z^2 - z = 5 - 5i$ के मूलों के वास्तविक भागों का गुणनफल है

A. - 25

B. - 6

C. - 5

D. 25

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

3. वास्तविक संख्याओं M और N को चुनने का केवल एक तरीका इस प्रकार है कि

$5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + Mx + N$, बहुपद $x^2 + 1$ से विभाज्य है, तब $M - N =$

A. - 6

B. - 2

C. 6

D. 2

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

4. द्विघात समीकरण $x^2 + (p + iq)x + 3i = 0$ में p और q वास्तविक है यदि मूलों के वर्गों का योग 8 है, तो

A. $p = 3, q = -1$

B. $p = -3, q = -1$

C. $p = \pm 3, \pm 1$

D. $p = -3, q = 1$

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

5. सम्मिश्र संख्या z , समीकरण $z + |z| = 1 + 7i$ को सन्तुष्ट करती है, तब $|z|^2$ बराबर होगा

A. 625

B. 169

C. 49

D. 25

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

6. z (वास्तविक या काल्पनिक) के उन मानों की संख्या जो कि समीकरणों

$$1 + z + z^2 + z^3 + \dots + z^{17} = 0 \text{ और}$$

$$1 + z + z^2 + z^3 + \dots + z^{13} = 0 \text{ को एक साथ सन्तुष्ट करती है, होगी}$$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Answer: D

 वीडियो उत्तर देखें

7. सम्बन्धों $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2$ तथा $|z+i| + |z-i| = 2$ को सन्तुष्ट करने वाली सम्मिश्र संख्याओं की संख्या है

A. 1

B. 2

C. 4

D. 5

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

8. यदि $x = 9^{1/3} 9^{1/9} 9^{1/27} \dots \infty$, $y = 4^{(1/3)} 4^{(-1/9)} 4^{(1/27)} \dots \infty$,

$$\text{और } z = \sum_{r=1}^{\infty} (1+i)^{-r}$$

हो, तो सम्मिश्र संख्या $w = x + yz$ का कोणांक है -

A. 0

B. $\pi - \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \right)$

C. $-\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \right)$

D. $-\tan^{-1} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

9. माना $z = 9 + bi$, जहाँ b अशून्य वास्तविक संख्या है और $i^2 = -1$ है। यदि z^2 और z^3 के काल्पनिक भाग समान हैं, तब b^2 का मान है : (i) 261 (ii) 225 (iii) 125 (iv) 361

A. 261

B. 225

C. 125

D. 361

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

10. यदि सम्मिश्र संख्या z समीकरण $|z - (1 + i)^2| = 2$ और $\omega = \frac{2}{z}$ को सन्तुष्ट करती है, तो सम्मिश्र तल में ω का बिन्दुपथ होगा -

A. $x - y - 1 = 0$

B. $x + y - 1 = 0$

C. $x - y + 1 = 0$

D. $x + y + 1 = 0$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

11. $\sum_{n=1}^{13} (i^n + i^{n+1})$ का मान (जहाँ, $i = \sqrt{-1}$) क्या है?

A. i

B. $i - 1$

C. $-i$

D. 0

Answer: B::C::D



वीडियो उत्तर देखें

12. यदि $(1 + ir)^3$ को $s(1 + i)$ के रूप में लिखा जाता है, जहाँ कुछ वास्तविक s के लिए जहाँ r भी वास्तविक है और $i = \sqrt{-1}$ है, तब 'r' का मान हो सकता है -

A. $\cot\left(\frac{\pi}{8}\right)$

B. $\sec \pi$

C. $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$

D. $\tan\left(5\frac{\pi}{12}\right)$

Answer: A



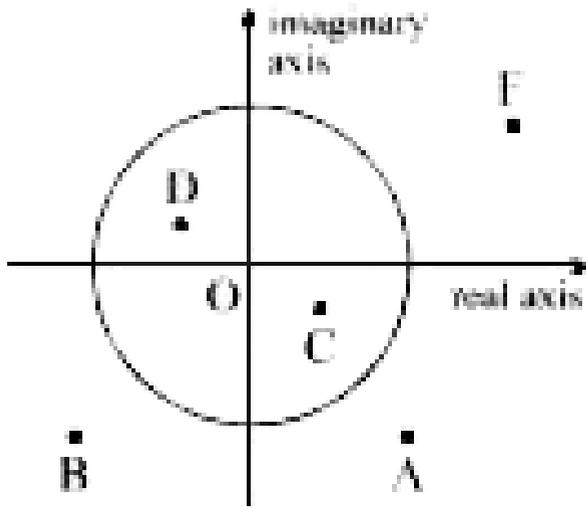
वीडियो उत्तर देखें

13. आर्गड तल में दो सकेन्द्रिय वृत्त $S_1 : |z| = 1$ और $S_2 : |z| = 2$ पर विचार कीजिये। ' S_1 ' के वास्तविक अक्ष के साथ प्रतिच्छेद बिन्दुओं से गुजरने वाला परवलय खींचा जाता है जिसकी नियता वक्र ' S_2 ' की स्पर्श रेखा है। यदि इस प्रकार के परवलय की नाभि का बिन्दुपथ एक शांकव C है, तो शांकव C के नाभिलम्बों के सिरो पर खींची गयी स्पर्श रेखाओं से बने चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 उत्तर देखें

Exercise 1 Special Dpp 3

1. चित्र में सम्मिश्र समतल में कुछ संख्याएँ दर्शायी गयी है तथा वृत्त एक इकाई वृत्त है जिसका केन्द्र मूल बिन्दु है, तब निम्न में से कौनसा एक F का प्रतिलोम होगा



A. A

B. B

C. C

D. D

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

2. यदि $z = x + iy$ & $\omega = \frac{1 - iz}{z - i}$ तब $|\omega| = 1$ सम्मिश्र तल में दर्शाते हैं -

- A. z काल्पनिक अक्ष पर स्थित है।
- B. z वास्तविक अक्ष पर स्थित है।
- C. z इकाई वृत्त पर स्थित है।
- D. इनमें से कोई नहीं।

Answer: D

 वीडियो उत्तर देखें

3. सम्मिश्र तल में असमिका $2 \leq |z - 1| < 3$ को सन्तुष्ट करने वाले एक बिन्दु z का बिन्दुपथ निरूपित करता है।

- A. केन्द्र (1,0) केन्द्र और त्रिज्याएँ 3 और 1 के संकेन्द्रीय वृत्त के मध्य का क्षेत्र
- B. (1,0) केन्द्र और त्रिज्याएँ 3 और 2 के संकेन्द्रीय वृत्त के मध्य का क्षेत्र अन्तः और बाह्य परिसीमा को छोड़कर

C. (1,0) केन्द्र और त्रिज्याएँ 3 और 2 के संकेन्द्रीय वृत्त के मध्य का क्षेत्र अन्तः और बाह्य

परिसीमा के साथ

D. (1,0) केन्द्र और त्रिज्याएँ 3 और 2 के संकेन्द्रीय वृत्त के मध्य का क्षेत्र अन्तः परिसीमा के

साथ और बाह्य परिसीमा को छोड़कर।

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

4. यदि $\arg z = -\pi/3$ है तब z का बिन्दु पथ है -

A. कोणांक $z = 2\pi/3$ के लिए, z का बिन्दु पथ

B. कोणांक $z = \pi/3$ के लिए, z का बिन्दु पथ

C. सरल रेखा $\sqrt{3}x + y = 0$ ($y < 0, x > 0$) का भाग

D. सरल रेखा $\sqrt{3}x + y = 0$ ($y > 0, x < 0$) का भाग

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

5. माना z सम्मिश्र संख्या इस प्रकार है कि $\arg(z - 2) = \frac{2\pi}{3}$ एवं $|z| = 2$ है, तो z के कोणांक का मुख्य मान है

A. $\frac{\pi}{4}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{6}$

D. $\frac{\pi}{2}$

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

6. यदि z_1 और \bar{z}_1 किसी n भुजा वाले समबहुभुज के आसन्न शीर्ष हैं जिसका केन्द्र मूल बिन्दु है।

यदि $\frac{\text{Im}z_1}{\text{Re}z_1} = \sqrt{2} - 1$ है, तो n का मान बराबर है

A. 8

B. 12

C. 16

D. 24

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

7. माना $z = x + iy$, जहाँ $x, y \in R$ और $i = \sqrt{-1}$ है। $Re\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{2}$ को संतुष्ट करने वाले $P(z)$ का बिन्दुपथ एक वृत्त को प्रदर्शित करता है, तो बिन्दु $M(-2, 4)$ की वृत्त पर स्थित किसी बिन्दु से अधिकतम दूरी होगी [Re(z) सम्मिश्र संख्या z के वास्तविक भाग को प्रदर्शित करता है]

A. 4

B. 5

C. 6

D. 8

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

8. x के वे सभी वास्तविक मान जो असमिका $|1 + 4i - 2^{-x}| \leq 5$ जहाँ $i = \sqrt{-1}$, $x \in R$ को सन्तुष्ट करते हैं, होंगे: (i) $[-2, \infty)$ (ii) $(-\infty, 2]$ (iii) $[0, \infty)$ (iv) $[-2, 0]$

A. $[-2, \infty)$

B. $[-\infty, 2]$

C. $[0, \infty)$

D. $[-2, 0]$

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

9. $Z_1 = \sqrt[6]{\frac{1-i}{1+i\sqrt{3}}}$, $Z_2 = \sqrt[6]{\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}}$, $Z_3 = \sqrt[6]{\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}}$ के लिए सत्य कथन

है -

A. $\sum |Z_1|^2 = \frac{3}{2}$

B. $|Z_1|^4 + |Z_2|^4 = |Z_3|^{-8}$

C. $\sum |Z_1|^3 + |Z_2|^3 = |Z_3|^{-6}$

D. $|Z_1|^4 + |Z_2|^4 = |Z_3|^8$

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

10. समीकरण $z^3 + iz - 1 = 0$ के वास्तविक या पूर्णतः काल्पनिक हलों की कुल संख्या हैं :

A. शून्य

B. एक

C. दो

D. तीन

Answer: D

 वीडियो उत्तर देखें

11. यदि 'z', वक्र $|z-4-3i| = 2$ पर स्थित है, तब $|z|$ का अधिकतम व न्यूनतम मान है -

A. 2,1

B. 6,5

C. 4,3

D. 7,3

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

12. यदि सम्मिश्र तल में समीकरण $|z+i| + |z-i| = 8$ को सन्तुष्ट करता है तब $|z|$ का अधिकतम मान होगा -

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

13. माना सम्मिश्र संख्याएँ $z_r (1 \leq r \leq 4)$ इस प्रकार है कि $|z_r| = \sqrt{r+1}$ और $|30z_1 + 20z_2 + 15z_3 + 12z_4| = k|z_1z_2z_3 + z_2z_3z_4 + z_3z_4z_1 + z_4z_1z_2|$ है, तो k का मान बराबर है

A. $|z_1z_2z_3|$

B. $|z_2z_3z_4|$

C. $|z_3z_4z_1|$

D. $|z_4z_1z_2|$

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

Exercise 1 Special Dpp 4

1. यदि z_1 व z_2 दो अशून्य (non - zero) सम्मिश्र संख्याएँ इस प्रकार हैं कि

$|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$, तब कोणांक (z_1) - कोणांक (z_2) का मान होगा

- A. $-\pi$
- B. $\pi/2$
- C. 0
- D. $\pi/2$

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

2. माना सम्मिश्र संख्या Z समीकरण $(Z^3 + 3)^2 = -16$ को सन्तुष्ट करती है, तो $|Z|$ का मान बराबर है

- A. $5^{1/2}$

B. $5^{1/3}$

C. $5^{2/3}$

D. 5

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

3. यदि तीन भिन्न भिन्न सम्मिश्र संख्याएँ z_1, z_2, z_3 इस प्रकार हैं कि

$$\frac{3}{|z_2 - z_3|} = \frac{4}{|z_3 - z_1|} = \frac{5}{|z_1 - z_2|} \text{ तो } \frac{9}{z_2 - z_3} + \frac{16}{z_3 - z_1} + \frac{25}{z_1 - z_2}$$

का मान बराबर है: (i) 0 (ii) $\sqrt{3}$ (iii) 5 (iv) 25

A. 0

B. $\sqrt{3}$

C. 5

D. 25

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

4. यदि $i = \sqrt{-1}$ हो, तो $4 + 5\left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^{334} + 3\left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^{365}$

बराबर है

A. $1 - i\sqrt{3}$

B. $-1 + i\sqrt{3}$

C. $i\sqrt{3}$

D. $-i\sqrt{3}$

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

5. माना दो सम्मिश्र संख्याएँ α और β इस प्रकार है। कि

$$\alpha = \left(\frac{(a+bi)^2}{a-bi}\right)^2 + \left(\frac{a-bi}{a+bi}\right)^2, \text{ जहाँ } a, b \in \mathbb{R} \text{ और } \beta = \frac{(z-1)}{(z+1)}$$

जहाँ $|z| = 1$, तब -

- A. दोनों α और β पूर्णतः वास्तविक है।
- B. दोनों α और β पूर्णतः काल्पनिक है।
- C. α पूर्णतः वास्तविक व β पूर्णतः काल्पनिक है।
- D. β पूर्णतः वास्तविक तथा α पूर्णतः काल्पनिक है।

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

6. माना Z कोई सम्मिश्र संख्या है जो समीकरण $z^2 - (3 + i)z + m + 2i = 0$ को सन्तुष्ट करती है, जहाँ $m \in R$ है। माना समीकरण का एक मूल वास्तविक है तब अवास्तविक मूल का योज्य प्रतिलोम होगा - (i) $1-i$, (ii) $1+i$, (iii) $-1-i$, (iv) -2

- A. $1-i$
- B. $1+i$
- C. $-1 - i$
- D. -2

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

7. $|z - 1 + 2i| + |4i - 3 - z|$ का न्यूनतम मान है

A. $\sqrt{5}$

B. 5

C. $2\sqrt{13}$

D. $\sqrt{15}$

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

8. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल जिसके शीर्ष समीकरण $z^3 + i^2 + 2i = 0$ के मूल हैं, होगा

A. 2

B. $\frac{3}{2}\sqrt{7}$

C. $\frac{3}{4}\sqrt{7}$

D. $\sqrt{7}$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

9. एक कण बिन्दु $z_0 = 1 + i$ से गति करना प्रारम्भ करता है जहाँ $i = \sqrt{-1}$ यह मूल बिन्दु से क्षैतिज दिशा में 2 मात्रक दूर व उर्ध्वाधर दिशा में 3 मात्रक दूर बिन्दु z_1 तक पहुँचता है, बिन्दु z_1 से कण $\sqrt{5}$ मात्रक गति करता है तथा $2\hat{i} + \hat{j}$ दिशा में चलता है तत्पश्चात् यह वामावर्त दिशा में एक वृत्ताकार पथ पर कोण $\cos ec^{-1}\sqrt{2}$ तय करता है तथा बिन्दु z_2 तक पहुँचता है। यदि वृत्त का केन्द्र मूल बिन्दु है तो कोणांक z_2 का मान है

A. $\sec^{-1} 2$

B. $\cot^{-1} 0$

C. $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}\right)$

D. $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$

D. रेखाओं $x = \frac{1}{2}$ और $y = 0$ का संघ मूल बिन्दु छोड़कर

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

11. माना C_1 और C_2 सम्मिश्र समतल में दो संकेन्द्रीय वृत्त हैं जिनका केन्द्र $(3, 0)$ और त्रिज्याएँ क्रमशः 1 और $8/3$ हैं। यदि सम्मिश्र संख्या z असमिका $\log_{1/3} \left(\frac{|z - 3|^2 + 2}{11|z - 3| - 2} \right) > 1$ को सन्तुष्ट करती है, तो -

- A. z , C_1 के बाहर तथा C_2 के अन्दर है
- B. z , C_1 और C_2 दोनों के अन्दर है
- C. z , C_1 और C_2 दोनों के बाहर है
- D. इनमें से कोई नहीं

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

12. यदि P और Q सम्मिश्र संख्याएँ z_1 और z_2 को दर्शाते हैं तथा

$\left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right| = \left| \frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_2} \right|$ हो, तो ΔOPQ का परिकेन्द्र है (जहाँ O मूल बिन्दु है)

A. $\frac{z_1 - z_2}{2}$

B. $\frac{z_1 + z_2}{2}$

C. $\frac{z_1 + z_2}{3}$

D. $z_1 + z_2$

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

13. उन सम्मिश्र संख्याओं z की संख्या जिनके लिए $|z| = 1$ और $\left| \frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}}{z} \right| = 1$ है, होगी:

(i) 4, (ii) 6, (iii) 8, (iv) 8 से अधिक

A. 4

B. 6

C. 8

D. 8 से अधिक

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

14. माना कि एक बिन्दु $P(x, y)$ जो कि समिश्र संख्या z को व्यक्त करता है, समिश्र समतल में इस प्रकार है कि $0 < \operatorname{Re}(iz) < 1$, तो निम्न में से कौन सा विकल्प सही होगा? (जहाँ $i^2 = -1$)

- A. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < y < 1\}$
- B. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 < y < 0\}$
- C. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 < y < 1\}$
- D. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 < y < \infty\}$

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

15. सम्बन्धों $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2$ तथा $|z+i| + |z-i| = 2$ को सन्तुष्ट करने वाली

सम्मिश्र संख्याओं की संख्या है

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

16. $|z_1| = 1$ एवं $|z_2 - 2| + |z_2 - 4| = 2$ को सन्तुष्ट करने वाली सम्मिश्र संख्याओं z_1

तथा z_2 पर विचार कीजिये।

माना $|z_1 - z_2|$ का अधिकतम एवं न्यूनतम मान क्रमशः m एवं M है, तो $(m + M)$ का मान है

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

Answer: D

 वीडियो उत्तर देखें

17. $|z_1| = 1$ एवं $|z_2 - 2| + |z_2 - 4| = 2$ को सन्तुष्ट करने वाली सम्मिश्र संख्याओं z_1 तथा z_2 पर विचार कीजिये।

$Re(z_1 z_2)$ का मान कभी भी किससे बड़ा नहीं है

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Answer: D

 वीडियो उत्तर देखें

18. $|z_1| = 1$ एवं $|z_2 - 2| + |z_2 - 4| = 2$ को सन्तुष्ट करने वाली सम्मिश्र संख्याओं z_1

तथा z_2 पर विचार कीजिये।

यदि z_1 का मुख्य कोणांक = z_2 का मुख्य कोणांक है, तब $|z_1 + 2|$ का मान है

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Answer: D

 वीडियो उत्तर देखें

19. माना $|z| = 2$ और $w = \frac{z+1}{z-1}$ जहाँ $z, w \in C$ (जहाँ C सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय है) यदि M और m क्रमशः w के अधिकतम और न्यूनतम मापांक है, तो $(2013m + M)$ का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

Exercise 1 Special Dpp 5

1. माना $az^2 + bz + c = 0$, जहाँ $a, b, c \in R$ और $4ac > b^2$

यदि z_1 और z_2 उपरोक्त समीकरण के मूल हो तब निम्न में से कौनसी सम्मिश्र संख्या पूर्णतः वास्तविक है

A. (i) $z_1 \bar{z}_2$

B. (ii) $\bar{z}_1 z_2$

C. (iii) $z_1 - z_2$

D. (iv) $(z_1 - z_2)i$

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

2. माना $az^2 + bz + c = 0$, जहाँ $a, b, c \in R$ और $4ac > b^2$

यदि सम्मिश्र तल में बिन्दु A, z_1 है तथा B, z_2 है और $z = \frac{\overrightarrow{OA}}{\overrightarrow{OB}}$ है, तो

A. z पूर्णतः वास्तविक है।

B. z पूर्णतः काल्पनिक है।

C. $|z| = 1$

D. ΔAOB विषमबाहु त्रिभुज है।

Answer: C

 उत्तर देखें

3. माना z एक सम्मिश्र संख्या है जिसका कोणांक θ है, $0 < \theta < \pi/2$ तथा $|z-3i| = 3$ को सन्तुष्ट करती है, तब $\cot \theta - \frac{6}{z}$ बराबर है: (i) 1, (ii) -1 , (iii) i , (iv) $-i$

A. 1

B. -1

C. i

D. $-i$

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

4. यदि सम्मिश्र संख्या z प्रतिबन्ध $|z| \geq 3$ को सन्तुष्ट करता है। तब $\left|z + \frac{1}{z}\right|$ का न्यूनतम मान है - (i) $\frac{5}{3}$ (ii) $\frac{8}{3}$ (iii) $\frac{11}{3}$ (iv) इनमें से कोई नहीं

A. $5/3$

B. $8/3$

C. $11/3$

D. इनमें से कोई नहीं

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

5. दिया है $z_p = \cos\left(\frac{\pi}{2^p}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2^p}\right)$, तब $z_1 z_2 z_3 \dots z_\infty =$ (i) 1, (ii) -1 , (iii) i , (iv) $-i$

A. 1

B. -1

C. i

D. $-i$

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

6. यदि $|z + 3| \leq 3$ है, तो $|z+1|$ का अधिकतम और न्यूनतम मान है: (i) (5,0), (ii) (6,0) ,
(iii) (7,1), (iv) (5,1)

A. (5,0)

B. (6,0)

C. (7,1)

D. (5,1)

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

7. यदि $z^3 + (3 + 2i)z + (-1 + ia) = 0$ का एक मूल वास्तविक है, तब 'a' का मान किस अन्तराल में स्थित होगा (जहाँ $a \in R$)

A. (-2, -1)

B. (-1,0)

C. (0, 1)

D. (1,2)

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

8. यदि कोणांक $(z + a) = \frac{\pi}{6}$ और कोणांक $(z-a) = \frac{2\pi}{3}$, $a \in R^+$, तब

A. z, a से स्वतन्त्र है

B. $|a| = |z+a|$

C. $z = a$ C is $\frac{\pi}{6}$

D. $z = a C$ is $\frac{\pi}{3}$

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

9. यदि z_1, z_2, z_3 , ΔABC के शीर्ष हैं तथा $z^3 - 3\alpha z^2 + 3\beta z + x = 0$ के मूल भी हैं तब ΔABC के समबाहु होने का प्रतिबन्ध होगा -

A. $\alpha^2 = \beta$

B. $\alpha = \beta^2$

C. $\alpha^2 = 3\beta$

D. $\alpha = 3\beta^2$

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

10. यदि $z_1 = 3 + \sqrt{3}i$ और $z_2 = 2\sqrt{3} + 6i$ सम्मिश्र तल में कोई दो बिन्दु दिये गये हैं तब सदिशों z_1 और z_2 के मध्य कोण के अर्द्धक पर स्थित सम्मिश्र संख्या है

A. $z = \frac{(3 + 2\sqrt{3})}{2} + \frac{\sqrt{3} + 2}{2}i$

B. $z = 5 + 5i$

C. $z = -1 - i$

D. इनमें से कोई नहीं

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

11. माना z_1 और z_2 अशून्य सम्मिश्र संख्या समीकरण $z_1^2 - 2z_1z_2 + 2z_2^2 = 0$ को सन्तुष्ट करती है, तब त्रिभुज जिनके शीर्ष मूल बिन्दु और z_1, z_2 है, की ज्यामितीय प्रकृति होगी -

A. समद्विबाहु समकोण त्रिभुज

B. समकोण लेकिन समद्विबाहु नहीं

C. समबाहु त्रिभुज

D. समद्विबाहु त्रिभुज जो समकोण नहीं है।

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

12. यदि सम्मिश्र तल में P सम्मिश्र संख्या z को निरूपित करता है तथा Q सम्मिश्र संख्या $\sqrt{2}|z|^2 \text{Cis} \left(\frac{\pi}{4} + \theta \right)$ जहाँ $\theta = \text{amp}(z)$ को निरूपित करता है यदि 'O' मूल बिन्दु है तब ΔOPQ है -

A. समद्विबाहु लेकिन समकोण नहीं

B. समकोण लेकिन समद्विबाहु नहीं

C. समकोण समद्विबाहु

D. समबाहु त्रिभुज

Answer: D

 उत्तर देखें

13. यदि $z = \frac{\pi}{4}(1+i)^4 \left(\frac{1-\sqrt{\pi}i}{\sqrt{\pi}+i} + \frac{\sqrt{\pi}-i}{1+\sqrt{\pi}i} \right)$ हो, तो $\left(\frac{|z|}{\arg(z)} \right)$ बराबर है

: (i) 1, (ii) π , (iii) 3π , (iv) 4

A. 1

B. π

C. 3π

D. 4

Answer: A::B

 वीडियो उत्तर देखें

14. माना z_1, z_2, z_3 अशून्य सम्मिश्र संख्याएँ हैं जो समीकरण $z^4 = iz$ को सन्तुष्ट करती हैं

तब निम्न में से सत्य कथन होंगे -

A. न्यूनतम धनात्मक कोणांक वाली सम्मिश्र संख्या $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right)$ है

B. $\sum_{k=1}^3 \text{Amp}(z_k) = \frac{\pi}{2}$

C. z_1, z_2 और z_3 से निर्मित त्रिभुज का केन्द्रक $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{3}\right)$ है

D. z_1, z_2 और z_3 द्वारा निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ है

Answer: B::C::D

 वीडियो उत्तर देखें

15. यदि $z \in C$, तब निम्न में से कौन-कौन से सम्मिश्र तल में वृत्त को दर्शाते हैं -

A. $|z - 1| + |z + 1| = 3$

B. $(z - 3 + i)(\bar{z} - 3 - i) = 5$

C. $3|z - 2 + i| = 7$

D. $|z - 3| = 2$

Answer: B::C

 वीडियो उत्तर देखें

16. माना $P(z)$ आर्गण्ड तल (argand plane) पर एक गतिमान बिन्दु है जो $\|z+4\|-|z-4\| = 4$ को सन्तुष्ट करता है जहाँ $z = x + iy$ है, तो $P(z)$ का बिन्दुपथ एक अतिपरवलय है जिसके लिए

A. नाभियों के मध्य दूरी 4 के बराबर है।

B. उत्केन्द्रता 2 के बराबर है।

C. नियताओं के मध्य दूरी 2 के बराबर है।

D. नाभियों से किसी भी स्पर्श रेखा पर खींचे गये लम्बों की लम्बाइयों का गुणनफल 4 के बराबर है।

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

Exercise 1 Special Dpp 6

1. यदि z सम्मिश्र संख्या इस प्रकार है कि $z + \frac{1}{z} = 2\cos 3^\circ$, तब $z^{2000} + \frac{1}{z^{2000}} + 1$ का मान है -

A. (i) 0

B. (ii) -1

C. (iii) $\sqrt{3} + 1$

D. (iv) $1 - \sqrt{3}$

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

2. द्वितीय चतुर्थांश में वह सम्मिश्र संख्या ω जो समीकरण $\omega = 8i$ को सन्तुष्ट करती है, होगी

A. $-\sqrt{3} - i$

B. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

C. $-2\sqrt{3} + i$

D. $-\sqrt{3} + 2i$

Answer: D

 उत्तर देखें

3. यदि $z^4 + 1 = \sqrt{3}i$ हो, तो

- A. z^3 पूर्णतः वास्तविक है।
- B. $z, 2^{1/4}$ भुजा वाले वर्ग के शीर्ष है।
- C. z^9 पूर्णतः काल्पनिक है।
- D. $z, 2^{3/4}$ भुजा वाले वर्ग के शीर्ष है।

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

4. यदि सम्मिश्र z संख्या समीकरण $Z^6 + Z^3 + 1 = 0$ को सन्तुष्ट करती है। यदि इस समीकरण का मूल $re^{i\theta}$ ($90^\circ < \theta < 180^\circ$) है तब θ का मान है

- A. 100°
- B. 110°
- C. 160°

D. 170°

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

5. यदि बिन्दु $P(z)$ सम्मिश्र तल $\arg(z - 1) - \arg(z + i) = \pi$ को सन्तुष्ट करता है, तब P है -

- A. एक वास्तविक संख्या, अतः वास्तविक अक्ष पर होगा।
- B. एक काल्पनिक संख्या अतः काल्पनिक अक्ष पर होगा।
- C. बिन्दुओं $O = (0, 0)$, $A = (1, 0)$, $B = (0, -1)$ से निर्मित समकोण त्रिभुज के कर्ण पर बिन्दु।
- D. बिन्दुओं $A = (1, 0)$, $B = (0, -1)$ से जाने वाले वृत्त के चाप पर कोई बिन्दु।

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

6. यदि दो सम्मिश्र A और B संख्याएँ इस प्रकार हैं कि $\frac{A}{B} + \frac{B}{A} = 1$ तब बिन्दुओं A, B और मूल बिन्दु किसके शीर्ष होंगे

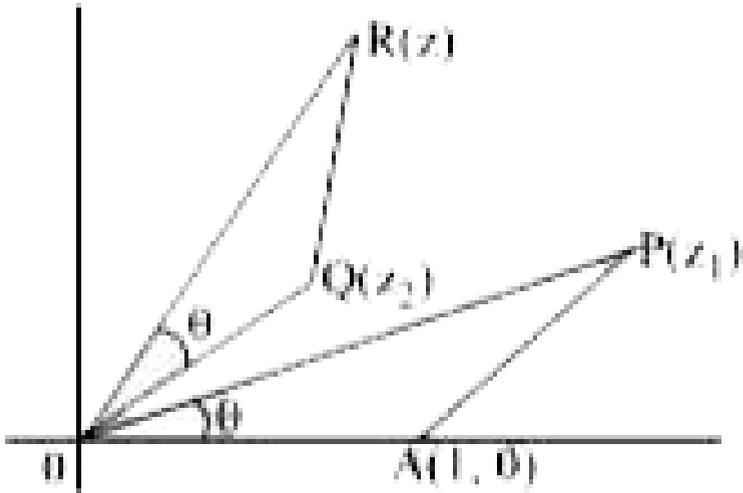
- A. एक समबाहु त्रिभुज
- B. समद्विबाहु त्रिभुज
- C. समद्विबाहु त्रिभुज जो समकोण नहीं है।
- D. एक समकोण त्रिभुज

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

7. सम्मिश्र तल में त्रिभुज OAP और OQR समरूप त्रिभुज हैं तथा $|OA| = 1$ है। यदि बिन्दु P और Q क्रमशः सम्मिश्र संख्या z_1 तथा z_2 को निरूपित करते हैं, तब सम्मिश्र संख्या R (z) होगी



A. $z_1 z_2$

B. $\frac{z_1}{z_2}$

C. $\frac{z_2}{z_1}$

D. $\frac{z_1 + z_2}{z_2}$

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

8. यदि $1, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2008}$ इकाई के $(2009)^{th}$ मूल है, तो

$\sum_{r=1}^{2008} r(\alpha_r + \alpha_{2009-r})$ का मान बराबर है

- A. 2009
- B. 2008
- C. 0
- D. - 2009

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

9. यदि $x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ है व्यंजक $y = x^4 - x^2 + 6x - 4$ का मान है -

- A. $-1 + 2\sqrt{3}i$
- B. $2 - 2\sqrt{3}i$
- C. $2 + 2\sqrt{3}i$

D. कोई नहीं

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

10. यदि $\omega (\neq 1)$ इकाई का घनमूल है तथा $(1 + \omega)^7 = A + B\omega$ तब A व B का मान ज्ञात कीजिए ।

A. 0,1

B. 1,1

C. 1,0

D. -1, 1

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

11. यदि $(w \neq 1)$ इकाई का घनमूल है, तो

$$\begin{vmatrix} 1 & 1+i+w^2 & w^2 \\ 1-i & -1 & w^2-1 \\ -i & -i+w-1 & -1 \end{vmatrix}$$

A. 0

B. 1

C. i

D. w

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

12. माना A, B, C तीन सम्मिश्र संख्याएँ इस प्रकार परिभाषित है कि

$$A = \{z: |z+1| \leq 2 + \operatorname{Re}(z)\}, B = \{z: |z-1| \geq 1\}$$

और

$$C = \left\{ z: \left| \frac{z-1}{z+1} \right| \geq 1 \right\}$$

क्षेत्र $A \cap B \cap C$ में उन बिन्दुओं की संख्या जिनके निर्देशांक पूर्णांक है, होगी

A. 4

B. 5

C. 6

D. 10

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

13. माना A, B, C तीन सम्मिश्र संख्याएँ इस प्रकार परिभाषित है कि

$$A = \{z: |z+1| \leq 2 + \operatorname{Re}(z)\}, B = \{z: |z-1| \geq 1\}$$

और

$$C = \left\{ z: \left| \frac{z-1}{z+1} \right| \geq 1 \right\}$$

$A \cap B \cap C$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल है

A. $2\sqrt{3}$

B. $\sqrt{3}$

C. $4\sqrt{3}$

D. 2

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

14. माना A, B, C तीन सम्मिश्र संख्याएँ इस प्रकार परिभाषित है कि

$$A = \{z: |z + 1| \leq 2 + \operatorname{Re}(z)\}, B = \{z: |z - 1| \geq 1\}$$

और

$$C = \left\{ z: \left| \frac{z - 1}{z + 1} \right| \geq 1 \right\}$$

क्षेत्र $A \cap B \cap C$ में उस सम्मिश्र संख्या का वास्तविक भाग जिसका कोणांक अधिकतम है, होगा

A. -1

B. $-\frac{3}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. -2

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

15. समीकरण $|z|^5 - 2z|z|^3 = \bar{z}^2|z|^3 - 1$ के हलों की संख्या ज्ञात कीजिए, जहाँ $z = x + iy (x, y \in R, x \neq 1)$ है।

A. 1

B.

C.

D.

Answer: 6

 उत्तर देखें

16. यदि ω इकाई का काल्पनिक घनमूल है, तो पूर्णाकों के (a, b) युग्मों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनके लिये $|a\omega + b| = 1$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

17. एक बहुपद $f(z)$ को $(z-w)$ से भाग देने पर शेषफल $2 + i\sqrt{3}$ प्राप्त होता है, तथा $(z - w^2)$ से भाग देने पर शेषफल $2 - i\sqrt{3}$ प्राप्त होता है। यदि $f(z)$ को $z^2 + z + 1$ से भाग देने पर शेषफल $az + b$ प्राप्त होता है (जहाँ w इकाई का काल्पनिक घनमूल है एवं $a, b \in R^+$), तो $(a + b)$ का मान ज्ञात कीजिए।

 उत्तर देखें

Exercise 1 Special Dpp 7

1. यदि $x^6 = -64$ के सभी छः हलों को $a+bi$ के रूप में लिखा जाता है, जहाँ a और b वास्तविक संख्या है, तो हलों का गुणनफल (जहाँ $a > 0$) है - (i) 4 , (ii) 8 , (iii) 16 , (iv) 64

A. 4

B. 8

C. 16

Answer: B
 वीडियो उत्तर देखें

2. यदि $z_n = \cos\left(\frac{\pi}{(2n+1)(2n+3)}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{(2n+1)(2n+3)}\right)$ है, तो

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 \dots z_n) =$$

A. (i) $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$

B. (ii) $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$

C. (iii) $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

D. (iv) $\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)$

Answer: A
 वीडियो उत्तर देखें

3. सम्मिश्र तल में सरल रेखा $(1 + 2i)z + (2i - 1)\bar{z} = 10i$ का काल्पनिक अक्ष पर अन्तःखण्ड है - (i) 5 (ii) $\frac{5}{2}$ (iii) $-\frac{5}{2}$ (iv) -5

A. 5

B. $\frac{5}{2}$

C. $-\frac{5}{2}$

D. -5

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

4. यदि $\cos \theta + i \sin \theta$ समीकरण

$x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$ का मूल है, तो

$\sum_{r=1}^n a_r \cos r\theta$ का मान (जहाँ सभी गुणांक वास्तविक है) बराबर है: (i) 0 (ii) 1 (iii) -1 (iv)

कोई नहीं

A. 0

B. 1

C. - 1

D. कोई नहीं

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

5. यदि समीकरण $z^4 + a_1z^3 + a_2z^2 + a_3z + a_4 = 0$ (जहाँ a_1, a_2, a_3, a_4 वास्तविक गुणांक हैं शून्य को छोड़कर) के मूल पूर्णतः काल्पनिक हैं तब $\frac{a_3}{a_1a_2} + \frac{a_1a_4}{a_2a_3}$ का मान है -

A. 0

B. 1

C. - 2

D. 2

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

6. माना A सम्मिश्र संख्या है और $n \in \mathbb{N}$ इस प्रकार है कि $A^n = (A + 1)^n = 1$, तब n का न्यूनतम मान है

A. 3

B. 6

C. 9

D. 12

Answer: D

 वीडियो उत्तर देखें

7. वृत्त सम्मिश्र तल में $z\bar{z} + \bar{\alpha}z + \alpha\bar{z} + r = 0$ का वास्तविक अक्ष पर अन्तःखण्ड है: (i)

$\sqrt{(\alpha + \bar{\alpha}) - r}$ (ii) $\sqrt{(\alpha + \bar{\alpha})^2 - 2r}$ (iii) $\sqrt{(\alpha + \bar{\alpha})^2 + r}$ (iv)

$\sqrt{(\alpha + \bar{\alpha})^2 - 4r}$

A. $\sqrt{(\alpha + \bar{\alpha}) - r}$

B. $\sqrt{(\alpha + \bar{\alpha})^2 - 2r}$

C. $\sqrt{(\alpha + \bar{\alpha})^2 + r}$

D. $\sqrt{(\alpha + \bar{\alpha})^2 - 4r}$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

8. यदि $Z_r : r = 1, 2, 3, \dots, 50$ समीकरण $\sum_{r=0}^{50} (Z)^r = 0$ के मूल है, तब $\sum_{r=1}^{50} \frac{1}{Z_r - 1}$ का मान है -

A. -85

B. -25

C. 25

D. 75

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

9. समीकरण $(1 + z)^6 + z^6 = 0$ के सभी मूल -

- A. केन्द्र (0, 0) वाले इकाई वृत्त पर होंगे।
- B. केन्द्र (-1, 0) वाले इकाई वृत्त पर होंगे।
- C. केन्द्र (0,0) वाले सम बहुभुज के शीर्षों पर होंगे।
- D. सररेख है।

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

10. माना ω इकाई का सम्मिश्र घनमूल है तथा $0 < \arg(\omega) < 2\pi$ है। एक निष्पक्षपाती पांसा तीन बार उछाला जाता है। यदि a, b, c पांसे पर प्राप्त संख्याएँ हैं, तो प्रायिकता, कि $(a + b\omega + c\omega^2)(a + b\omega^2 + c\omega) = 1$, बराबर है

- A. $\frac{1}{18}$

B. $\frac{1}{9}$

C. $\frac{5}{36}$

D. $\frac{1}{6}$

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

11. सम्मिश्र संख्याएँ z_1 और z_2 , $|z_1| = 2$ और $|z_2| = 3$ को सन्तुष्ट करते हैं तथा इनसे सम्बन्धित सदिशों के मध्य का कोण 60° है तब $\left| \frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2} \right| = \frac{\sqrt{N}}{7}$ के रूप में व्यक्त किया जाये तो N (प्राकृत संख्या) बराबर है : (i) 126, (ii) 119, (iii) 133, (iv) 19

A. 126

B. 119

C. 133

D. 19

Answer: D

12. सम्बन्ध $|z - |z + 1|| = |z + |z - 1||$ को सन्तुष्ट करने वाली सभी सम्मिश्र संख्याएँ -

A. रेखा $y = 0$ या दीर्घवृत्त जिनकी नाभियाँ $(-1, 0)$ और $(1, 0)$ है, पर स्थित है।

B. वृत्तों $|z - 1| = 1$ और $|z + 1| = 1$ के मूलाक्ष पर स्थित है।

C. वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ पर स्थित है।

D. रेखा $x = 0$ या बिन्दुओं $(-1, 0)$ और $(1, 0)$ को जोड़ने वाले रेखा खण्ड पर स्थित है।

Answer: C

13. माना $A(z_1)$, वक्रों $\arg(z - 2 + i) = \frac{3\pi}{4}$ तथा $\arg(z + i\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3}$ का प्रतिच्छेद बिन्दु है। बिन्दु $B(z_2)$ वक्र $\arg(z + i\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3}$ पर स्थित है जो इस प्रकार है कि $|z_2 - 5|$ न्यूनतम है तथा $C(z_3)$ वृत्त $|z - 5| = 3$ का केन्द्र है।

त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल है

A. $4\sqrt{3}$

B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

C. $2\sqrt{3}$

D. 4

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

14. माना $A(z_1)$, वक्रों $\arg(z-2+i) = \frac{3\pi}{4}$ तथा $\arg(z+i\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3}$ का प्रतिच्छेद बिन्दु है। बिन्दु $B(z_2)$ वक्र $(z+i\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3}$ पर स्थित है जो इस प्रकार है कि $|z_2-5|$ न्यूनतम है तथा $C(z_3)$ वृत्त $|z-5|=3$ का केन्द्र है।

मूल बिन्दु से गुजरने वाली तथा सम्मिश्र समतल में $A(z_1)$ एवं $B(z_2)$ को मिलाने वाली रेखा के लम्बवत् सरल रेखा का समीकरण है

A. $z = \lambda(2+i\sqrt{3})$

B. $z = \lambda(-\sqrt{3}+i)$

C. $z = \lambda(1+I\sqrt{3})$

$$D. z = \lambda(\sqrt{3} + i)$$

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

15. माना $A(z_1)$, वक्रों $\arg(z - 2 + i) = \frac{3\pi}{4}$ तथा $\arg(z + i\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3}$ का प्रतिच्छेद बिन्दु है। बिन्दु $B(z_2)$ वक्र $(z + i\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3}$ पर स्थित है जो इस प्रकार है कि $|z_2 - 5|$ न्यूनतम है तथा $C(z_3)$ वृत्त $|z - 5| = 3$ का केन्द्र है।

यदि $|z - z_1| = 1$ तथा $\omega = \operatorname{Re}(z + 2)$ है, तो ω स्थित है

- A. वास्तविक अक्ष पर
- B. मूल बिन्दु से नहीं गुजरने वाली रेखा पर
- C. (2,0) एवं (4,0) को मिलाने वाले रेखाखण्ड पर
- D. केन्द्र (1,0) तथा त्रिज्या 2 वाले वृत्त पर

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

16. माना $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ वास्तविक गुणांकों तथा वास्तविक मूलों वाला त्रिघातीय बहुपद है। साथ ही, $|f(i)| = 1$ जहाँ $i = \sqrt{-1}$ है।

$f(x) = 0$ के तीनों मूल शून्य है।

$$a+b+c = 0$$

- A. कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।
- B. कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है, कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
- C. कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है
- D. कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है

Answer: B::D

 वीडियो उत्तर देखें

17. सम्मिश्र तल में $P(\alpha)$ से जाने वाली तथा सदिश \overrightarrow{OP} (जहाँ 'O' मूल बिन्दु है) के लम्बवत् सरल रेखा की समीकरण है

A. $Im\left(\frac{z - \alpha}{\alpha}\right) = 0$

$$B. \operatorname{Re}\left(\frac{z - \alpha}{\alpha}\right) = 0$$

$$C. \operatorname{Re}(\bar{\alpha} z) = 0$$

$$D. \bar{\alpha} z + \alpha \bar{z} - 2|\alpha|^2 = 0$$

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

18. सम्मिश्र तल में निम्न में से कौनसा/कौनसे बिन्दु समीकरण $(z + 1)^4 = 16z^4$ के मूलों से समान दूरी पर है - (i) (0,0) (ii) $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$ (iii) $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ (iv) $\left(0, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$

A. (0,0)

B. $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$

C. $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$

D. $\left(0, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$

Answer: C::D

 वीडियो उत्तर देखें

19. यदि सम्मिश्र संख्या z समीकरणों $3 |z-12| = 5 |z-8i|$ और $|z-4| = |z-8|$ को सन्तुष्ट करता है तब $\text{Im}(z)$ है: (i) 15 (ii) 16 (iii) 17 (iv) 8

A. 15

B. 16

C. 17

D. 8

Answer: A::B::C::D



वीडियो उत्तर देखें

20. यदि $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{n-1}$ इकाई के n काल्पनिक मूल हैं, तो गुणनफल

$$\prod_{r=1}^{n-1} (i - \alpha_r) \text{ (जहाँ } i = \sqrt{-1} \text{) का मान है -}$$

A. 0

B. 1

C. i

D. (1+i)

Answer: A::B::C



वीडियो उत्तर देखें

21. यदि वृत्त $|z| = 2$ पर $A(z_1)$ और $B(z_2)$ से स्पर्श रेखाएं खींची जाती है तब निम्न में से सत्य कथन चुनिये -

A. A पर स्पर्श रेखा का समीकरण $\frac{z}{z_1} + \frac{\bar{z}}{z_1}$ है।

B. यदि A (z_1) और B(z_2) पर स्पर्श रेखाएं P(z_p) पर प्रतिच्छेद करती है, तब

$$z_p = \frac{2z_1z_2}{z_1 + z_2}$$

C. A(z_1) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता $\frac{1}{i} \left(\frac{z_1 + \bar{z}_1}{z_1 - \bar{z}_1} \right)$ हैं।

D. यदि वृत्त $|z|=2$ पर बिन्दु A(z_1) और B(z_2) इस प्रकार है कि $z_1 + z_2 = 0$ तब

स्पर्श रेखा $\frac{\pi}{2}$ पर प्रतिच्छेद होती है

Answer: A::B::C::D

 वीडियो उत्तर देखें

22. निम्न में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है?

A. यदि $\frac{z^2}{z+1} \in R$ है, तो z या तो वृत्त $x^2 + y^2 + 2x = 0$ पर या वास्तविक अक्ष

पर स्थित है, बिन्दु $(-1, 0)$ को छोड़कर (जहाँ $z = x + iy$)

B. यदि $|z| = 4\sqrt{5}$ है, तो सम्मिश्र संख्याओं $3 + \sqrt{5}z$ को प्रदर्शित करने वाले बिन्दु

त्रिज्या 20 के वृत्त पर स्थित होंगे।

C. यदि $z = (2 + a) + i\sqrt{3 - a^2}$, जहाँ $a \in R$ तथा $a^2 < 3$ है, तो a के विभिन्न मानों

के लिये z का बिन्दुपथ एक वृत्त है जिसका केन्द्र $(2, 0)$ है।

D. यदि $z(1 + a) = b + ic$ तथा $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ है, तो $\frac{1 + iz}{1 - iz} = \frac{a + ib}{1 + c}$ है।

Answer: A::B

 उत्तर देखें

23. माना $\bar{b}z + b\bar{z} = c$ (जहाँ b एक अशून्य सम्मिश्र संख्या है तथा c एक वास्तविक संख्या है), सम्मिश्र समतल में एक रेखा है। यदि एक बिन्दु z_1 दी गई रेखा के सापेक्ष एक बिन्दु z_2 का प्रतिबिम्ब है, तो

A. $b\bar{z}_1 + \bar{b}z_2 - c = 0$

B. $\bar{b}z_1 + b\bar{z}_2 - c = 0$

C. $b\bar{z}_1 + \bar{b}z_2 + c = 0$

D. $\bar{b}z_1 + b\bar{z}_2 + c = 0$

Answer: A::C::D



वीडियो उत्तर देखें

24. यदि आर्गण्ड समतल में त्रिभुज ABC के शीर्ष समीकरण $z^3 + iz^2 + 2i = 0$ के मूल है, तो निम्न में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है ?

A. त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल 2 वर्ग इकाई है

B. त्रिभुज ABC की परित्रिज्या $\frac{5}{2}$ है

C. त्रिभुज ABC समद्विबाहु है

D. त्रिभुज ABC की अन्तःत्रिज्या $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ है

Answer: A::B::C::D

 वीडियो उत्तर देखें

25. List-I में दी गई समीकरणों को List-II में दिये गये $\arg(z)$ के सही मानों के साथ सुमेलित कीजिए।

List-I

(z में समीकरणों)

(A) $z^2 - z + 1 = 0$

(B) $z^2 + z + 1 = 0$

(C) $2z^2 + 1 + i\sqrt{3} = 0$

(D) $2z^2 + 1 - i\sqrt{3} = 0$

List-II

(arg(z) के मुख्य मान)

(P) $-2\pi/3$

(Q) $-\pi/3$

(R) $\pi/3$

(S) $2\pi/3$

 वीडियो उत्तर देखें

Exercise 2

1. सरल कीजिये एवं अपने परिणाम को $a + bi$ के रूप में व्यक्त कीजिए।

$$\left(\frac{4i^3 - i}{2i + 1} \right)^2$$

 वीडियो उत्तर देखें

2. निम्नलिखित का संयुग्मी और मॉड्युलस ज्ञात कीजिए:

$$\frac{3 + 2i}{2 - 5i} - \frac{3 - 2i}{2 + 5i}$$

 वीडियो उत्तर देखें

3. सरल कीजिये एवं अपने परिणाम को $a + bi$ के रूप में व्यक्त कीजिए।

$$\frac{(2 + i)^2}{2 - i} + \frac{(2 - i)^2}{2 + i}$$

 वीडियो उत्तर देखें

4. सरल कीजिये एवं अपने परिणाम को $a + bi$ के रूप में व्यक्त कीजिए।

$$\sqrt{i} + \sqrt{-i}$$



वीडियो उत्तर देखें

5. निम्न सम्मिश्र संख्या के लिये मापांक ज्ञात कीजिए।

$$z = 1 + \cos\left(\frac{10\pi}{9}\right) + i \sin\left(\frac{10\pi}{9}\right)$$



वीडियो उत्तर देखें

6. निम्न सम्मिश्र संख्या के लिये मापांक ज्ञात कीजिए।

$$(\tan 1 - i)^2$$



वीडियो उत्तर देखें

7. निम्न सम्मिश्र संख्या के लिये मापांक ज्ञात कीजिए।

$$z = \frac{\sqrt{5 + 12i} + \sqrt{5 - 12i}}{\sqrt{5 + 12i} - \sqrt{5 - 12i}}$$



वीडियो उत्तर देखें

8. निम्न सम्मिश्र संख्या के लिये मापांक ज्ञात कीजिए।

$$\frac{i - 1}{i \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi}{5} \right) \right) + \sin \left(\frac{2\pi}{5} \right)}$$

 वीडियो उत्तर देखें

9. दिया गया है कि $x, y \in R$ हल कीजिये

$$(x + 2y) + i(2x - 3y) = 5 - 4i$$

 वीडियो उत्तर देखें

10. दिया गया है कि $x, y \in R$ हल कीजिये

$$\frac{x}{1 + 2i} + \frac{y}{3 + 2i} = \frac{5 + 6i}{8i - 1}$$

 वीडियो उत्तर देखें

11. दिया गया है कि $x, y \in R$ हल कीजिये

$$x^2 - y^2 - i(2x + y) = 2i$$

 वीडियो उत्तर देखें

12. दिया गया है कि $x, y \in R$ हल कीजिये

$$(2 + 3i)x^2 - (3 - 2i)y = 2x - 3y + 5i$$

 वीडियो उत्तर देखें

13. माना Z एक सम्मिश्र संख्या है जो समीकरण $z^2 - (3 + i)z + m + 2i = 0$ को संतुष्ट करती है, जहाँ $m \in R$ है। माना समीकरण का एक वास्तविक मूल है तो m का मान ज्ञात कीजियें।

 वीडियो उत्तर देखें

14. यदि बहुपद $P(Z) = 2Z^4 + aZ^3 + bZ^2 + cZ + 3$ में a, b, c वास्तविक संख्याये है तथा समीकरण $P(Z) = 0$ के दो मूल 2 तथा i है, तो a का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

15. वास्तविक संख्यायें x तथा y ज्ञात कीजिये जिनके लिये संख्याएँ $z_1 = 9y^2 - 4 - 10ix$ तथा $z_2 = 8y^2 - 20i$ एक दूसरे की सम्मिश्र संयुग्मी है।

 वीडियो उत्तर देखें

16. यदि $x = 2 + 3i$ हो, तो $x^4 - x^3 + x^2 + 3x - 5$ का मान ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

17. समीकरण $z^2 - (3 - 2i)z = (5i - 5)$ को हल कीजिए एवं उत्तर को $(a + ib)$ के रूप में व्यक्त कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

18. यदि समीकरण $z^3 - 2(2 - i)z^2 + (4 - 5i)z - 1 + 3i = 0$ का एक मूल $(1 - i)$ है, तो अन्य दो मूल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

19. यदि $iZ^3 + Z^2 - Z + i = 0$ है, तो $|Z|$ ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

20. माना z_1 तथा z_2 दो सम्मिश्र संख्यायें इस प्रकार हैं कि $\left| \frac{z_1 - 2z_2}{2 - z_1\bar{z}_2} \right| = 1$ एवं $|z_2| \neq 1$ तो $|z_1|$ ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

21. माना z_1, z_2 सम्मिश्र संख्यायें हैं जहाँ $|z_1| = |z_2| = 1$ है, सिद्ध कीजिये $|z_1 + 1| + |z_2 + 1| + |z_1z_2 + 1| \geq 2$

 वीडियो उत्तर देखें

22. व्यंजक $E = |z|^2 + |z - 3|^2 + |z - 6i|^2$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिये। (जहाँ $z = x + iy, x, y \in R$)

 वीडियो उत्तर देखें

23. $z \in C$ में निम्नलिखित बिन्दुपथों का परिकलन कीजिए।

$$1 < |z - 2i| < 3$$

 वीडियो उत्तर देखें

24. $z \in C$ में निम्नलिखित बिन्दुपथों का परिकलन कीजिए।

$$\operatorname{Re}\left(\frac{z + 2i}{iz + 2}\right) \leq 4 (z \neq 2i)$$

 वीडियो उत्तर देखें

25. $z \in C$ में निम्नलिखित बिन्दुपथों का परिकलन कीजिए।

$$\text{कोणांक}(z+i) - \text{कोणांक}(z - i) = \pi/2$$

 वीडियो उत्तर देखें

26. $z \in C$ में निम्नलिखित बिन्दुपथों का परिकलन कीजिए।

कोणांक $(z - a) = \pi/3$ जहाँ $a = 3 + 4i$.

 वीडियो उत्तर देखें

27. माना $A = \{a \in R \mid$ समीकरण
 $(1 + 2i)x^3 - 2(3 + i)x^2 + (5 - 4i)x + 2a^2 = 0\}$ का कम से कम एक वास्तविक
मूल है, तो $\sum_{a \in A} a^2$ का मान ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

28. त्रिघात समीकरण $2z^3 - (5 + 6i)z^2 + 9iz + 1 - 3i = 0$ का एक मूल वास्तविक
है। इस त्रिघातीय समीकरण के मूलों को सम्मिश्र तल में निरूपित करने से बने त्रिभुज का
क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

29. ABCD एक समचतुर्भुज है। विकर्ण AC एवं BD बिन्दु M पर प्रतिच्छेद करते हैं एवं सम्बन्ध $BD = 2AC$ को संतुष्ट करते हैं। यदि बिन्दु D तथा M क्रमशः सम्मिश्र संख्याओं $1 + i$ एवं $2 - i$ को निरूपित करते हैं एवं यदि $(x_1 + iy_1)$ तथा $(x_2 + iy_2)$ बिन्दुओं A तथा C को निरूपित करने वाली सम्मिश्र संख्यायें हैं, तो $\frac{x_1x_2}{y_1y_2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

30. माना $\alpha + i\beta$, $\alpha, \beta \in R$, समीकरण $x^3 + qx + r = 0$, $q, r \in R$ का एक मूल है। एक वास्तविक त्रिघात समीकरण ज्ञात कीजिये जो α तथा β से स्वतंत्र हो तथा जिसका एक मूल 2α हो।

 वीडियो उत्तर देखें

31. दिया गया है कि z_1, z_2 एवं z_3 सम्मिश्र संख्यायें हैं, जहाँ $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$, $z_1 + z_2 + z_3 = 1$ तथा $z_1z_2z_3 = 1$ है, तो $|(z_1 + 2)(z_2 + 2)(z_3 + 2)|$ ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

32. माना $z = x + iy$, जहाँ $x, y \in R$ तथा $i = \sqrt{-1}$ है। रेखा $4x + 3y = 12$ तथा $\frac{z^2 - 1}{z^2 + 1} \in R$ को संतुष्ट करने वाले $P(z)$ के बिन्दुपथ के द्वारा निर्मित त्रिभुज के अन्तःवृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

33. माना एक सम्मिश्र संख्या $z = \frac{2\omega + 1}{i\omega + 1}$ जहाँ $\omega = x + iy$ ($\omega \neq 1$, $x, y \in R$) है। यदि $Im(z) = -2$ है, तो ω का बिन्दुपथ एक रेखा है। उस रेखा का x -अन्तःखण्ड ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

34. यदि Z एक अवास्तविक सम्मिश्र संख्या है, तो $\frac{Im Z^5}{Im^5 Z}$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

35. $f(z)$ को $z-i$ से भाग देने पर, हमें शेषफल $1-i$ प्राप्त होता है तथा इसे $z+i$ से भाग देने पर हमें शेषफल $1+i$ प्राप्त होता है। $f(z)$ को $z^2 + 1$ से भाग देने पर प्राप्त शेषफल ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

36. यदि $z_1, z_2 \in C$ इस प्रकार है कि $z_1^2 + z_2^2 \in R$ है यदि $z_1(z_1^2 - 3z_2^2) = 10$ तथा $z_2(3z_1^2 - z_2^2) = 30$ है, तो $(z_1^2 + z_2^2)$ का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

37. यदि व्यंजक $z^5 - 32$ को रेखीय तथा द्विघात गुणनखण्डों में (जिसके गुणांक वास्तविक है) में व्यक्त किया गया है $(z^5 - 32) = (z - 2)(z^2 - pz + 4)(z^2 - qz + 4)$, तब $(p^2 + 2p)$ का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

38. यदि C_0, C_1, \dots, C_n , $(1 + x)^n$ के प्रसार में द्विपद गुणांक है, तो सिद्ध कीजिये कि -

$$C_0 + 3C_1 + 3^2C_2 + \dots + 3^nC_n = 4^n$$

 वीडियो उत्तर देखें

39. सर्वसमिका सिद्ध करो :

$$(C_0 - C_2 + C_4 - C_6 + \dots)^2 + (C_1 - C_3 + C_5 - C_7 + \dots)^2 = 2^n$$

 वीडियो उत्तर देखें

40. माना z_1, z_2, z_3, z_4 आर्गण्ड तल में बने हुये वर्ग के शीर्षों A, B, C, D जो कि वामावर्ती दिशा में लिये गये है, को व्यक्त करते है तो सिद्ध कीजिये -

$$2z_2 = (1 + i)z_1 + (1 - i)z_3$$

 वीडियो उत्तर देखें

41. माना z_1, z_2, z_3, z_4 आर्गण्ड तल में बने हुये वर्ग के शीर्षों A, B, C, D जो कि वामावर्ती दिशा में लिये गये हैं, को व्यक्त करते हैं तो सिद्ध कीजिये -

$$2z_4 = (1 - i)z_1 + (1 + i)z_3$$

 वीडियो उत्तर देखें

42. माना $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ एक त्रिघात बहुपद है जिसके गुणांक वास्तविक हैं, जो $f(i) = 0$ तथा $f(1 + i) = 5$ को संतुष्ट करते हैं, तो $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

43. एक कण बिन्दु P जो वक्र $C_1 : |z - 3 - 4i| = 5$ पर स्थित है से प्रारम्भ होता है, जहाँ $|z|$ अधिकतम है। P से कण $|z - 3 - 4i| = 5$ पर वामावर्त दिशा में कोण $\frac{\tan^{-1} 3}{4}$ से घुमता है तथा बिन्दु Q पर पहुँचता है। Q से काल्पनिक अक्ष के समान्तर नीचे की ओर दो इकाई आता है तथा R पर पहुँचता है। सम्मिश्र तल में बिन्दु R के संगत सम्मिश्र संख्या ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

44. $\sum_{p=1}^{32} (3p + 2) \left(\sum_{q=1}^{10} \left(\frac{\sin(2q\pi)}{11} - i \frac{\cos(2q\pi)}{11} \right) \right)^p$ का मान ज्ञात कीजिए।

 उत्तर देखें

Exercise 3 Section A Jee Advanced Previous Year 5 Questions

1. एक कण P बिन्दु $z_0 = 1 + 2i$ से शुरू होता है, जहाँ $i = \sqrt{-1}$ है। यदि वह पहले मूल बिन्दु से विपरित क्षैतिज दिशा में 5 इकाई तथा इसके बाद मूल बिन्दु से विपरीत उर्ध्वाधर दिशा में 3 इकाई जाता है तो बिन्दु z_1 पर पहुंचता है। z_1 से सदिश $\hat{i} + \hat{j}$ की दिशा में कण $\sqrt{2}$ इकाई दूरी तय करता है। तत्पश्चात् कण मूल बिन्दु को केन्द्र मानते हुये वामावृत्त दिशा में $\frac{\pi}{2}$ से घूर्णन करके z_2 पर पहुंचता है। बिन्दु z_2 है

- A. $6+7i$
- B. $-7 + 6i$
- C. $7 + 6i$
- D. $-6 + 7i$

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

2. माना A, B, C सम्मिश्र संख्याओं के तीन समुच्चय है जो निम्न प्रकार से परिभाषित है।

$$A = \{z: \text{Im}z \geq 1\}$$

$$B = \{z: |z - 2 - i| = 3\}$$

$$C = \{z: \text{Re}(1 - i)z = \sqrt{2}\}$$

समुच्चय $A \cap B \cap C$ में अवयवों की संख्या है

A. 0

B. 1

C. 2

D. ∞

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

3. माना A, B, C सम्मिश्र संख्याओं के तीन समुच्चय है जो निम्न प्रकार से परिभाषित है।

$$A = \{z: \text{Im}z \geq 1\}$$

$$B = \{z: |z - 2 - i| = 3\}$$

$$C = \{z: \text{Re}(1 - i)z = \sqrt{2}\}$$

माना z , $A \cap B \cap C$ का कोई एक बिन्दु है। तब $|z + 1 - i|^2 + |z - 5 - i|^2$ निम्न के बीच स्थित है

A. 25 और 29

B. 30 और 34

C. 35 और 39

D. 40 और 44

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

4. माना A, B, C सम्मिश्र संख्याओं के तीन समुच्चय है जो निम्न प्रकार से परिभाषित है।

$$A = \{z: \text{Im}z \geq 1\}$$

$$B = \{z: |z - 2 - i| = 3\}$$

$$C = \{z: \operatorname{Re}(1 - i)z = \sqrt{2}\}$$

माना z , $A \cap B \cap C$ में कोई एक बिन्दु है तथा w , $|w - 2 - i| < 3$ को संतुष्ट करने वाला कोई बिन्दु है। तब, $|z| - |w| + 3$ निम्न के बीच स्थित है

A. -6 तथा 3

B. -3 तथा 6

C. -6 तथा 6

D. -3 तथा 9

Answer: D

 उत्तर देखें

5. माना $z = \cos \theta + i \sin \theta$ है, तो $\theta = 2^\circ$ पर $\sum_{m=1}^{15} \operatorname{Im}(z^{2m-1})$ का मान है

A. (i) $\frac{1}{\sin 2^\circ}$

B. (ii) $\frac{1}{3\sin 2^\circ}$

C. (iii) $\frac{1}{2\sin 2^\circ}$

D. (iv) $\frac{1}{4\sin 2^\circ}$

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

6. माना $z = x + iy$ एक ऐसी सम्मिश्र संख्या है जिसमें x व y पूर्णांक हैं। उस आयत का क्षेत्रफल जिसके शीर्ष बिन्दु समीकरण $z\bar{z}^3 + \bar{z}z^3 = 350$ के मूल हैं, निम्न है: (i) 48 (ii) 32 (iii) 40 (iv) 80

A. 48

B. 32

C. 40

D. 80

Answer: A::C::D



वीडियो उत्तर देखें

7. माना z_1 तथा z_2 दो भिन्न-भिन्न सम्मिश्र संख्यायें हैं तथा $z = (1 - t)z_1 + tz_2$ है जहाँ t कोई वास्तविक संख्या है जिसमें $0 < t < 1$ है। यदि कोणांक (w) अशून्य सम्मिश्र संख्या w का मुख्य कोणांक दर्शाता है, तो

A. $|z - z_1| + |z - z_2| = |z_1 - z_2|$

B. कोणांक $(z - z_1) =$ कोणांक $(z - z_2)$

C. $\begin{vmatrix} z - z_1 & \bar{z} - \bar{z}_1 \\ z_2 - z_1 & \bar{z}_2 - \bar{z}_1 \end{vmatrix} = 0$

D. कोणांक $(z - z_1)$ कोणांक $(z_2 - z_1)$

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

8. माना ω एक सम्मिश्र संख्या $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ है। तो विभिन्न सम्मिश्र संख्यायें

z जो $\begin{vmatrix} z + 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & z + \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & z + \omega \end{vmatrix} = 0$ को संतुष्ट करती है, की संख्या है।

 वीडियो उत्तर देखें

9. स्तम्भ-I का स्तम्भ-II से मिलान कीजिये।

LEHK-I

(A) $|z-i|z| = |z+i|z|$ को संतुष्ट करने वाले बिन्दु के समुच्चय बराबर हैं तथा निहित है

(B) $|z+4| + |z-4| = 10$

को संतुष्ट करने वाले बिन्दु किसमें निहित हैं एवं बराबर हैं

(C) यदि $|w| = 2$, तो समुच्चयों जिनके लिये

बिन्दु $z = w - \frac{1}{w}$ में निहित एवं बराबर हैं, होगा

(D) यदि $|w| = 1$, तो समुच्चयों जिनके लिये

बिन्दु $z = w + \frac{1}{w}$ में निहित एवं बराबर हैं

LEHK-II

(p) एक दीर्घवृत्त जिसकी उत्केन्द्रता $\frac{4}{5}$

(q) $\text{Im } z = 0$ को संतुष्ट करने वाले बिन्दु z का समुच्चय

(r) $|\text{Im } z| \leq 1$ को संतुष्ट करने वाले बिन्दु z का समुच्चय

(s) $|\text{Re } z| \leq 2$ को संतुष्ट करने वाले बिन्दु z का समुच्चय

(t) $|z| \leq 3$ को संतुष्ट करने वाले बिन्दु z का समुच्चय



वीडियो उत्तर देखें

10. माना $\omega \neq 1$ इकाई के घनमूल है तथा S निम्न रूप के सभी व्युत्क्रमणीय आव्यूहों का समुच्चय है

$$\begin{bmatrix} 1 & a & b \\ \omega & 1 & c \\ \omega^2 & \omega & 1 \end{bmatrix}$$

जहाँ प्रत्येक a, b तथा c या तो ω या ω^2 है, तो S में विभिन्न आव्यूहों की संख्या है : (i) 2(ii)

6(iii) 4(iv) 8

A. 2

B. 6

C. 4

D. 8

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

11. माना कि a, b और c ऐसी तीन वास्तविक संख्याएँ हैं जो

$$[a \quad b \quad c] \begin{bmatrix} 1 & 9 & 7 \\ 8 & 2 & 7 \\ 7 & 3 & 7 \end{bmatrix} = [0 \quad 0 \quad 0] \dots(E)$$

को संतुष्ट करती हैं।

यदि समीकरण (E) के संदर्भ में, बिन्दु $P(a, b, c)$ समतल $2x + y + z = 1$ पर स्थित है, तो

$7a + b + c$ का मान है : (i) 0 (ii) 12 (iii) 7 (iv) 6

A. 0

B. 12

C. 7

Answer: a

 वीडियो उत्तर देखें

12. माना कि a, b और c ऐसी तीन वास्तविक संख्याएँ है जो

$$[a \quad b \quad c] \begin{bmatrix} 1 & 9 & 7 \\ 8 & 2 & 7 \\ 7 & 3 & 7 \end{bmatrix} = [0 \quad 0 \quad 0] \dots (E)$$

को संतुष्ट करती हैं।

माना कि ω , समीकरण $x^3 - 1 = 0$ का हल है, जहाँ $Im(\omega) > 0$ है। यदि $a=2$ और संगत

संख्याएँ b और c समीकरण (E) को संतुष्ट करती हैं तो $\frac{3}{\omega^a} + \frac{1}{\omega^b} + \frac{3}{\omega^c}$ का मान है - (i)

- 2 (ii) 2 (iii) 3 (iv) - 3

A. - 2

B. 2

C. 3

D. - 3

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

13. माना कि a , b और c ऐसी तीन वास्तविक संख्याएँ है जो

$$[a \quad b \quad c] \begin{bmatrix} 1 & 9 & 7 \\ 8 & 2 & 7 \\ 7 & 3 & 7 \end{bmatrix} = [0 \quad 0 \quad 0] \dots (E)$$

को संतुष्ट करती हैं।

यदि $b = 6$ और संगत संख्याएं a और c समीकरण (E) को संतुष्ट करती हों, और α , β द्विघातीय

समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल हैं, तो $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right)^n$ का मान है : (i) 6 (ii)

7 (iii) $\frac{6}{7}$ (iv) ∞

A. 6

B. 7

C. $\frac{6}{7}$

D. ∞

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

14. मान लीजिए कि z कोई सम्मिश्र संख्या है जिसके लिए $|z - 3 - 2i| \leq 2$ सत्य है, तो $|2z - 6 + 5i|$ का न्यूनतम मान क्या है।

[▶ वीडियो उत्तर देखें](#)

15. यदि ω इकाई का कल्पनिक (अवास्तविक) घनमूल हो , तो

$$\frac{a + b\omega + c\omega^2}{c + a\omega + b\omega^2} + \frac{a + b\omega + c\omega^2}{b + c\omega + a\omega^2} =$$

[▶ वीडियो उत्तर देखें](#)

16. List-I में दिये गये कथनों को List-II में दिये गये मानों के साथ सही सुमेलित कीजिए।

List-I

List-II

(A) यदि $\vec{a} = \hat{j} + \sqrt{3}\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{j} + \sqrt{3}\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 2\sqrt{3}\hat{k}$ एक त्रिभुज बनाते हैं।

(P) $\frac{\pi}{6}$

तो \vec{a} तथा \vec{b} के मध्य त्रिभुज का अन्तःकोण है।

(Q) $\frac{2\pi}{3}$

(B) यदि $\int_a^b (f(x) - 3x) dx = a^2 - b^2$ है, तो $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ का मान है

(R) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi^2}{\ln 3} \int_{\frac{1}{6}}^{\frac{5}{6}} \sec(\pi x) dx$ का मान है

(S) π

(D) $\left| \arg\left(\frac{1}{1-z}\right) \right|$, $|z| = 1$, $z \neq 1$ के लिए का अधिकतम मान है

(T) $\frac{\pi}{2}$

 वीडियो उत्तर देखें

17. List-I में दिये गये कथनों को List-II में दिये गये मानों के साथ सही सुमेलित कीजिए।

List-I

List-II

(A) यदि $\vec{a} = \hat{j} + \sqrt{3}\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{j} + \sqrt{3}\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 2\sqrt{3}\hat{k}$ एक त्रिभुज बनाते हैं।

(P) $\frac{\pi}{6}$

तो \vec{a} तथा \vec{b} के मध्य त्रिभुज का अन्तःकोण है।

(Q) $\frac{2\pi}{3}$

(B) यदि $\int_a^b (f(x) - 3x) dx = a^2 - b^2$ है, तो $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ का मान है

(R) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi^2}{\ln 3} \int_{\frac{1}{6}}^{\frac{5}{6}} \sec(\pi x) dx$ का मान है

(S) π

(D) $\left| \arg\left(\frac{1}{1-z}\right) \right|$, $|z| = 1$, $z \neq 1$ के लिए का अधिकतम मान है

(T) $\frac{\pi}{2}$

 वीडियो उत्तर देखें

18. माना कि z एक सम्मिश्र संख्या है जिसका काल्पनिक भाग शून्य नहीं है और

$a = z^2 + z + 1$ वास्तविक है। तब वह मान जो a नहीं ले सकता, निम्न है : (i) -1 (ii) $\frac{1}{3}$

(iii) $\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{3}{4}$

A. -1

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{3}{4}$

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

19. माना की सम्मिश्र संख्याएँ α तथा $\frac{1}{\alpha}$ क्रमशः वृत्त $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$ तथा

$(x - x_0)^2 + (y + y_0)^2 = 4r^2$ पर स्थित हैं। यदि $z_0 = x_0 + iy_0$ समीकरण

$2|z_0|^2 = r^2 + 2$ को सन्तुष्ट करता है, तब $|\alpha| =$

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{\sqrt{7}}$

D. $\frac{1}{3}$

Answer: C::D



वीडियो उत्तर देखें

20. माना कि $w = \frac{\sqrt{3} + i}{2}$ तथा $P = \{w^n : n = 1, 2, 3, \dots\}$. इसके अतिरिक्त $H_1 = \left\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > \frac{1}{2}\right\}$ तथा $H_2 = \left\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z < \frac{-1}{2}\right\}$, जहाँ \mathbb{C} सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय है। यदि $z_1 \in P \cap H_1$, $z_2 \in P \cap H_2$ तथा O मूलबिन्दु प्रदर्शित करता है, तब $\angle z_1 O z_2 =$

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{2\pi}{3}$

D. $\frac{5\pi}{6}$

Answer: B::C::D

 वीडियो उत्तर देखें

21. इकाई का एक सम्मिश्र घनमूल ω लीजिये, जहाँ $\omega \neq 1$ तथा $P = [p_{ij}]$ एक $n \times n$ आव्यूह लीजिये, जहाँ $p_{ij} = \omega^{i+j}$ तब, $P^2 \neq 0$, जब $n =$

A. 57

B. 55

C. 58

D. 56

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

22. माना कि $S = S_1 \cap S_2 \cap S_3$, जहाँ
 $S_1 = \{z \in C : |z| < 4\}$, $S_2 = \left\{ z \in C : \text{Im} \left[\frac{z - 1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i} \right] > 0 \right\}$ तथा

$$S_3 = \{z \in C : \operatorname{Re} z > 0\}$$

$$z \in S(\text{Min}) | 1 - 3i - z | =$$

A. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{3 - \sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

23. माना कि $S = S_1 \cap S_2 \cap S_3$, जहाँ

$$S_1 = \{z \in C : |z| < 4\}, S_2 = \left\{ z \in C : \operatorname{Im} \left[\frac{z - 1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i} \right] > 0 \right\} \quad \text{तथा}$$

$$S_3 = \{z \in C : \operatorname{Re} z > 0\}$$

S का क्षेत्रफल =

A. $\frac{10\pi}{3}$

B. $\frac{20\pi}{3}$

C. $\frac{16\pi}{3}$

D. $\frac{32\pi}{3}$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

24. माना कि $z_k = \cos\left(\frac{2k\pi}{10}\right) + i \sin\left(\frac{2k\pi}{10}\right)$, $k = 1, 2, \dots, 9$.

hwph-I

hwph-II

P. प्रत्येक z_k के लिये एक ऐसा z_j है जिसके लिये $z_k \cdot z_j = 1$

1. सत्य

Q. $\{1, 2, \dots, 9\}$ में एक ऐसा k है कि $z_1 \cdot z = z_k$ का कोई हल z सम्मिश्र संख्याओं (complex numbers) में नहीं है

2. असत्य

R. $\frac{|1-z_1| |1-z_2| \dots |1-z_9|}{10}$ का मान है

3. 1

S. $1 - \sum_{k=1}^9 \cos\left(\frac{2k\pi}{10}\right)$ का मान है

4. 2

Codes:

	P	Q	R	S
(A)	1	2	4	3
(B)	2	1	3	4
(C)	1	2	3	4
(D)	2	1	4	3



उत्तर देखें

Column-I

Column-II

- (A) माना कि \mathbb{R}^2 में, यदि सदिश $\alpha \hat{i} + \beta \hat{j}$ का सदिश $\sqrt{3} \hat{i} + \hat{j}$ पर प्रक्षेप सदिश (projection vector) का परिमाण (magnitude) $\sqrt{3}$ हो और यदि $\alpha = 2 + \sqrt{3} \beta$ हो, तो $|\alpha|$ के संभव मान हैं (हैं)
- (B) माना कि वास्तविक संख्याएँ a और b इस प्रकार हैं कि फलन $f(x) = \begin{cases} -3ax^2 - 2, & x < 1 \\ bx + a^2, & x \geq 1 \end{cases}$ सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए अवकलनीय हैं। तो a के संभव मान हैं (हैं)
- (C) माना कि $\omega \neq 1$, इकाई (unity) का एक सम्मिश्र घनमूल है। यदि $(3 - 3\omega + 2\omega^2)^{4n-3} + (2 + 3\omega - 3\omega^2)^{4n-3} + (-3 - 2\omega + 3\omega^2)^{4n-3} = 0$, तो n के संभव मान हैं (हैं)
- (D) माना कि दो धनात्मक वास्तविक संख्याएँ a और b का हरात्मक माध्य 4 है। यदि एक धनात्मक वास्तविक संख्या q इस प्रकार है कि $a, 5, q, b$ एक समानांतर श्रेणी है। तो $|q - a|$ का (के) मान है (हैं)
- (P) 1
- (Q) 2
- (R) 3
- (S) 4
- (T) 5

25.

 उत्तर देखें

26. किसी भी पूर्णांक k के लिए, $\alpha_k = \cos\left(\frac{k\pi}{7}\right) + i \sin\left(\frac{k\pi}{7}\right)$, जहाँ $i = \sqrt{-1}$ है।

तब व्यंजक $\frac{\sum_{k=1}^{12} |\alpha_{k+1} - \alpha_k|}{\sum_{k=1}^3 |\alpha_{4k-1} - \alpha_{4k-2}|}$ का मान है

 वीडियो उत्तर देखें

27. माना कि $z = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ है, जहाँ $i = \sqrt{-1}$ और $r, s \in \{1, 2, 3\}$ है माना कि

$P = \begin{bmatrix} (-z)^r & z^{2s} \\ z^{2s} & z^r \end{bmatrix}$ और I दो कोटि (order 2) का तत्समक आव्यूह (identity

matrix) है। तब वे सभी क्रमित युग्म (ordered pairs) (r, s) , जिनके लिए $P^2 = -I$ है,

की कुल संख्या क्या है?

 वीडियो उत्तर देखें

28. माना कि $a, b, \in R$ और $a^2 + b^2 \neq 0$ है। मान लीजिए कि $S = \left\{ z \in C : z = \frac{1}{a + ibt}, t \in R, t \neq 0 \right\}$, जहाँ $i = \sqrt{-1}$ है। यदि $z = x + iy$ और $z \in S$ है, तब (x, y)

A. उस वृत्त पर है जिसकी त्रिज्या $\frac{1}{2a}$ और केन्द्र बिन्दु $\left(\frac{1}{2a}, 0 \right)$ है जब $a > 0, b \neq 0$

B. उस वृत्त पर है जिसकी त्रिज्या $-\frac{1}{2a}$ और केन्द्र बिन्दु $\left(-\frac{1}{2a}, 0 \right)$ है जब

$$a < 0, b \neq 0$$

C. x-अक्ष पर है जब $a \neq 0, b = 0$

D. y-अक्ष पर है जब $a = 0, b \neq 0$

Answer: A::D

 वीडियो उत्तर देखें

29. माना कि a, b, x और y इस प्रकार की वास्तविक संख्यायें (real numbers) हैं कि $a-b = 1$ और $y \neq 0$ हैं। यदि सम्मिश्र संख्या (complex number) $z = x + iy$, $\operatorname{Im} \left(\frac{az + b}{z + 1} \right) = y$ को संतुष्ट करती है, तब निम्न में से कौन सा(से) x का(के) सम्भावित मान है(हैं)?

(i) $-1 + \sqrt{1 - y^2}$ (ii) $1 - \sqrt{1 + y^2}$ (iii) $1 + \sqrt{1 + y^2}$ (iv) $-1 - \sqrt{1 - y^2}$

A. $-1 + \sqrt{1 - y^2}$

B. $1 - \sqrt{1 + y^2}$

C. $1 + \sqrt{1 + y^2}$

D. $-1 - \sqrt{1 - y^2}$

Answer: A:D

 वीडियो उत्तर देखें

30. किसी शून्येतर (non-zero) सम्मिश्र संख्या (complex number) z के लिए, माना की $\arg(z)$ इसके मुख्य कोणांक (principal argument) को दर्शाता है, जहाँ $-\pi < \arg(z) \leq \pi$ तब निम्नलिखित में से कौन-सा (से) कथन असत्य है (हैं)?

A. $\arg(-1-i) = \frac{\pi}{4}$ जहाँ $i = \sqrt{-1}$

B. फलन (function) $f: R \rightarrow (-\pi, \pi]$ जो सभी $t \in R$ के लिये $f(t) = \arg(-1 +$

$it)$ के द्वारा परिभाषित है, R के सभी बिन्दुओं पर संतत (continuous) है, जहाँ

$$i = \sqrt{-1}$$

C. किन्ही भी दो शून्येत्तर सम्मिश्र संख्याओं z_1 और z_2 के लिए

$\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) - \arg(z_1) + \arg(z_2)2\pi$ का एक पूर्णांक गुणज (integer multiple) है

D. किन्ही भी तीन दी गयी भिन्न (distinct) सम्मिश्र संख्याओं z_1, z_2 और z_3 के लिये,

प्रतिबंध (condition) $\arg\left(\frac{(z - z_1)(z_2 - z_3)}{(z - z_3)(z_2 - z_1)}\right) = \pi$, को संतुष्ट करने वाले

बिन्दु z का बिन्दुपथ (locus) एक सरल रेखा (straight line) पर स्थित है।

Answer: A::C::D



वीडियो उत्तर देखें

31. माना कि s, t, r शून्येत्तर (non-zero) सम्मिश्र संख्यायें (complex numbers) हैं और L

समीकरण (equation) $sz + t\bar{z} + r = 0$ के हलों (solutions)

$z = x + iy$ ($x, y \in R, i = \sqrt{-1}$) का समुच्चय है, जहाँ $\bar{z} = x - iy$, तब निम्नलिखित में से कौनसा(से) कथन सत्य है(हैं) ?

- A. यदि L में ठीक एक अवयव (element) है, तब $|s| \neq |t|$
- B. यदि $|s| = |t|$, तब L में अनन्त (infinitely many) अवयव हैं
- C. $L \cap \{z: |z - 1 + i| = 5\}$ में अवयवों की अधिकतम संख्या 2 है
- D. यदि L में एक से ज्यादा अवयव हैं, तब L में अनन्त अवयव हैं

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

Exercise 3 Section B Jee Main Previous Year 5 Questions

1. एक सम्मिश्र संख्या का संयुग्मी $\frac{1}{i-1}$ है तब वह सम्मिश्र संख्या है

A. $\frac{1}{i+1}$

B. $\frac{-1}{i+1}$

C. $\frac{1}{i-1}$

D. $\frac{-1}{i-1}$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

2. माना A एवं B निम्न कथनों को प्रदर्शित करते हैं

$$A: \cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 0$$

$$B: \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0$$

यदि $\cos(\beta - \gamma) + \cos(\gamma - \alpha) + \cos(\alpha - \beta) = -\frac{3}{2}$ है, तो

A. A असत्य है B सत्य है

B. A व B दोनों ही सत्य हैं

C. A व B दोनों असत्य हैं

D. A सत्य है एवं B असत्य है

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

3. यदि $\left| z - \frac{4}{z} \right| = 2$ है, तो $|z|$ का अधिकतम मान है : (i) $\sqrt{5} + 1$ (ii) 2 (iii) $2 + \sqrt{2}$
 (iv) $\sqrt{3} + 1$

A. $\sqrt{5} + 1$

B. 2

C. $2 + \sqrt{2}$

D. $\sqrt{3} + 1$

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

4. उन सम्मिश्र संख्याओं z की संख्या, जो इस प्रकार है कि $|z-1| = |z+1| = |z-i|$ है, बराबर है:

(i) 0 (ii) 1 (iii) 2 (iv) ∞

A. 0

B. 1

C. 2

D. ∞

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

5. यदि α, β समीकरण $x^2 - x + 1 = 0$ के मूल हैं तो $\alpha^{2009} + \beta^{2009}$ बराबर है -

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

6. माना α, β वास्तविक एवं z सम्मिश्र संख्या है। यदि $z^2 + \alpha z + \beta = 0$ के रेखा $\text{Re } z = 1$ पर दो भिन्न मूल है, तो यह आवश्यक है कि: (i) $\beta \in (0, 1)$ (ii) $\beta \in (-1, 0)$ (iii) $|\beta| = 1$ (iv) $\beta \in (1, \infty)$

A. $\beta \in (0, 1)$

B. $\beta \in (-1, 0)$

C. $|\beta| = 1$

D. $\beta \in (1, \infty)$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

7. यदि $\omega (\neq 1)$ इकाई का घनमूल है तथा $(1 + \omega)^7 = A + B\omega$ तब A व B का मान ज्ञात कीजिए।

A. (0, 1)

B. (1, 1)

C. (2,0)

D. (-1, 1)

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

8. यदि $z \neq 1$ तथा $\frac{z^2}{z-1}$ वास्तविक है, तो z द्वारा निरूपित सम्मिश्र संख्या वाला बिन्दु

A. वास्तविक अक्ष पर है या एक वृत्त पर है जो मूल बिन्दु से होकर नहीं जाता।

B. काल्पनिक अक्ष पर है।

C. वास्तविक अक्ष पर है या मूल बिन्दु से होकर जाने वाले वृत्त पर है।

D. एक वृत्त पर है जिसका केन्द्र मूल बिन्दु पर है।

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

9. यदि z एक ऐसी सम्मिश्र संख्या है जिसका मापांक एक इकाई है तथा कोणांक θ है, तो कोणांक $\left(\frac{1+z}{1+\bar{z}}\right)$ बराबर है: (i) $\frac{\pi}{2} - \theta$ (ii) θ (iii) $\pi - \theta$ (iv) $-\theta$

A. $\frac{\pi}{2} - \theta$

B. θ

C. $\pi - \theta$

D. $-\theta$

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

10. यदि z एक ऐसी सम्मिश्र संख्या है कि $|z| \geq 2$ है, तो $\left|z + \frac{1}{2}\right|$ का न्यूनतम मान है

A. (i) $\frac{3}{2}$ से निरंतर बढ़ा है परन्तु $\frac{5}{2}$ से कम है।

B. (ii) $\frac{5}{2}$ के बराबर है।

C. (iii) अन्तराल $(1, 2)$ में स्थित है।

D. (iv) $\frac{5}{2}$ से निरंतर बढ़ा है।

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

11. एक सम्मिश्र संख्या z एक मापांकीय कहा जाता है, यदि $|z|=1$ हो। माना z_1 एवं z_2 सम्मिश्र संख्याएँ इस प्रकार है कि $\frac{z_1 - 2z_2}{2 - z_1\bar{z}_2}$ एक मांपांकीय है तथा z_2 एक मापांकीय नहीं है, तो z_1 निम्न में से किस पर स्थित है

- A. त्रिज्या 2 के वृत्त पर
- B. त्रिज्या $\sqrt{2}$ के वृत्त पर
- C. x-अक्ष के समान्तर सरल रेखा पर
- D. y-अक्ष के समान्तर सरल रेखा पर

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

12. θ का वह एक मान जिसके लिए $\frac{2 + 3i \sin \theta}{1 - 2i \sin \theta}$ पूर्णतः काल्पनिक है, है

A. $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{6}$

D. $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

13. माना ω एक सम्मिश्र संख्या ऐसी है कि $2\omega + 1 = z$ जहाँ $z = \sqrt{-3}$ है। यदि

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\omega^2 - 1 & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega^7 \end{vmatrix} = 3k \text{ है, तो } k \text{ बराबर है: (i) } -z \text{ (ii) } z \text{ (iii) } -1 \text{ (iv) } 1$$

A. $-z$

B. z

C. -1

D. 1

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

14. यदि $\alpha, \beta \in C$ समीकरण $x^2 - x + 1 = 0$ के भिन्न मूल हैं, तब $\alpha^{101} + \beta^{107}$ बराबर है

 वीडियो उत्तर देखें

Exercise 4 Potential Problems Based On Cbse

1. निम्नलिखित व्यंजक को $a + ib$ के रूप में व्यक्त कीजिए:

$$\frac{(3 + i\sqrt{5})(3 - i\sqrt{5})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2}i) - (\sqrt{3} - i\sqrt{2})}$$

 वीडियो उत्तर देखें

2. $\left[i^{18} + \left(\frac{1}{i} \right)^{25} \right]^3$ का मान ज्ञात कीजिये

 वीडियो उत्तर देखें

3. किन्ही दो सम्मिश्र संख्याओं z_1 एवं z_2 के लिये सिद्ध कीजिये कि $Re(z_1 z_2) = (Re z_1)(Re z_2) - (Im z_1)(Im z_2)$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. यदि $x - iy = \sqrt{\frac{a - ib}{c - id}}$ तो सिद्ध कीजिए कि $x^2 + y^2 = \frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2}$

 वीडियो उत्तर देखें

5. यदि $z_1 = 2 - i$, $z_2 = 1 + i$ हो, तो $\left| \frac{z_1 + z_2 + 1}{z_1 - z_2 + 1} \right|$ का मान ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

6. माना $z_1 = 2 - i$, $z_2 = -2 + i$ है, तो निम्न को ज्ञात कीजिये।

$$\operatorname{Re}\left(\frac{z_1 z_2}{\bar{z}_1}\right)$$

 वीडियो उत्तर देखें

7. माना $z_1 = 2 - i$, $z_2 = -2 + i$ है, तो निम्न को ज्ञात कीजिये।

$$\operatorname{Im}\left(\frac{1}{\bar{z}_1 \bar{z}_2}\right)$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. $\frac{1+i}{1-i} - \frac{1-i}{1+i}$ का मापांक ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

9. यदि $(x + iy)^3 = u + iv$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{u}{x} + \frac{v}{y} = 4(x^2 - y^2)$

 वीडियो उत्तर देखें

10. यदि $(a + ib)(c + id)(e + if)(g + ih) = A + iB$ है, तो प्रदर्शित कीजिये कि $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)(e^2 + f^2)(g^2 + h^2) = A^2 + B^2$

 वीडियो उत्तर देखें

Exercise 5 Rank Booster

1. दर्शाइये $\left[1 + \left(\frac{1+i}{2}\right)\right] \left[1 + \left(\frac{1+i}{2}\right)^2\right] \left[1 + \left(\frac{1+i}{2}\right)^{2^2}\right] \dots \left[1 + \left(\frac{1+i}{2}\right)^{2^n}\right]$ की गुणनफल, का मान $\left(1 - \frac{1}{2^{2^n}}\right)(1+i)$ के बराबर है, जहाँ $n \geq 2$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. माना $z = x + iy$ एक सम्मिश्र संख्या है जहाँ x तथा y वास्तविक है। माना A तथा B समुच्चय द्वारा परिभाषित है $A = \{z \mid |z| \leq 2\}$ तथा $B = \{z \mid (1-i)z + (1+i)\bar{z} \geq 4\}$ क्षेत्र $A \cap B$ द्वारा दर्शाया गया क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

3. सभी वास्तविक संख्याओं x के लिये, माना प्रतिचित्रण $f(x) = \frac{1}{x - i}$, जहाँ $i = \sqrt{-1}$ है। यदि वास्तविक संख्याएँ a, b, c तथा d जिनके लिये $f(a), f(b), f(c)$ तथा $f(d)$ सम्मिश्र तल में एक वर्ग का निर्माण करते हैं। वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

4. सभी वास्तविक संख्याओं x के लिये, माना फलन $f(x) = \frac{1}{2x - i}$, जहाँ $i = \sqrt{-1}$ है। यदि वास्तविक संख्यायें $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ जिनके लिये $f(a_1), f(a_2), f(a_3), f(a_4), f(a_5)$ तथा $f(a_6)$ सम्मिश्र तल में एक समबाहु षट्भुज का निर्माण करते हैं, जिसका क्षेत्रफल $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ ($a, b, c \in N$) है। $(a + b + c)$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

5. एक द्विघात समीकरण $z^2 + (p + ip')z + q + iq' = 0$ जहाँ p, p', q, q' सभी वास्तविक है, तो सिद्ध कीजिए।

यदि समीकरण के दो समान मूल हैं तो $p^2 - p'^2 = 4q \& x p p' = 2q'$. इसके अतिरिक्त ये बताइये कि ये समान मूल वास्तविक हैं या सम्मिश्र।

 वीडियो उत्तर देखें

6. एक द्विघात समीकरण $z^2 + (p + ip')z + q + iq' = 0$ जहाँ p, p', q, q' सभी वास्तविक हैं, तो सिद्ध कीजिए।

यदि समीकरण के दो समान मूल हैं तो $p^2 - p'^2 = 4q \& x p p' = 2q'$. इसके अतिरिक्त ये बताइये कि ये समान मूल वास्तविक हैं या सम्मिश्र।

 वीडियो उत्तर देखें

7. माना $Z = 18 + 26i$, जहाँ $Z_0 = x_0 + iy_0 (x_0, y_0 \in R)$ का घनमूल है जिसका कोणांक न्यूनतम धनात्मक है तो $(x_0, y_0 \in R)$ का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

8. माना की विकर्ण आव्यूह $A_n = \text{dia}(d_1, d_2, d_3, \dots, d_n)$ जिसकी कोटि n है, जहाँ

$$d_i = \alpha^{i-1}, 1 \leq i \leq n \text{ तथा } \alpha = e^{\frac{i2\pi}{n}}, i = \sqrt{-1} \text{ इकाई } n \text{ वें मूल है।}$$

माना $L, Tr. (A_7)^7$ के मान को दर्शाता है तथा M , सारणिक $(A_{2n+1}) +$ सारणिक (A_{2n})

के मान को दर्शाता है।

तो $(L+M)$ का मान ज्ञात करो।

 उत्तर देखें

9. यदि z इकाई का 7वाँ काल्पनिक मूल है, तो वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल

$$(z + z^4 + z^2) \text{ एवं } (z^6 + z^3 + z^5) \text{ हैं।}$$

 वीडियो उत्तर देखें

10. माना α, β नियत सम्मिश्र संख्यायें हैं तथा z एक चर सम्मिश्र संख्या इस प्रकार है कि

$$|z - \alpha|^2 + |z - \beta|^2 = k. k \text{ का सीमान्त मान ज्ञात कीजिए जबकि } z \text{ का बिन्दुपथ एक}$$

वृत्त है। साथ ही वृत्त की त्रिज्या एवं केन्द्र भी ज्ञात कीजिये।

 वीडियो उत्तर देखें

11. C एक सम्मिश्र संख्या है, फलन $f: C \rightarrow R, f(z) = |z^3 - z + 2|$ के द्वारा परिभाषित है। $f(z)$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिये यदि $|z| = 1$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. माना a, b, c भिन्न-भिन्न पूर्णांक हैं तथा w, w^2 इकाई के काल्पनिक घन मूल हैं। यदि $|a + bw + cw^2| + |a + bw^2 + cw|$ का न्यूनतम मान $n^{\frac{1}{4}}$ है, जहाँ $n \in N$ है, तो n का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

13. यदि चतुर्थत घातीय समीकरण $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a, b, c, d \in R)$ के 4 अवास्तविक मूल हैं जिनमें दो का योग $3 + 4i$ है तथा अन्य दो का गुणनफल $13 + i$ है, तो b का मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें