

India's Number 1 Education App

MATHS

FOR IIT JEE ASPIRANTS OF CLASS 12 FOR MATHEMATICS

TRIGONOMETRIC EQUATIONS AND INEQUATIONS

Exercise 1 Special Dpp 1

1. समीकरण
$$an^2 lpha + 2\sqrt{3} an lpha = 1$$
 का व्यापक हल है

A.
$$lpha=rac{n\pi}{2}$$

B.
$$\alpha=(2n+1)rac{\pi}{2}$$

C.
$$\alpha=(6n+1)\frac{\pi}{12}$$

D.
$$\alpha=n\frac{\pi}{12}$$

Answer: C

2. समीकरण
$$\sin x + \sin 5x = \sin 2x + \sin 4x$$
 का व्यापक हल है

A.
$$2n\pi$$

जहाँ $n \in I$

B. $n\pi$

C.
$$n\pi/3$$

D.
$$2n\pi/3$$

Answer: C



- **3.** समीकरण $\cot x \cos x = 1 \cot x \cos x$ के मूल है
- (A) $n\pi+rac{\pi}{4}$ (B) $2n\pi+rac{\pi}{4}$ (C) $n\pi+rac{\pi}{4}$ या $2n\pi\pm\pi$
- (D) $(4n+1)rac{\pi}{4}$ या $(2n+1)\pi$ जहाँ $n\in I$

A.
$$n\pi+rac{\pi}{4}$$

B.
$$2n\pi + \frac{\pi}{4}$$

C. $n\pi+rac{\pi}{4}$ या $2n\pi\pm\pi$

D.
$$(4n+1)\frac{\pi}{4}$$
 या $(2n+1)\pi$

Answer: A



🕥 वीडियो उत्तर देखें

4. यदि समीकरण
$$x^2 + 4x \sin \theta + \tan \theta = 0 \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$$
 के मूल पुनरावृत है तो θ बराबर है : (A) $\frac{\pi}{12}$ (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{12}$ or $\frac{5\pi}{12}$ (D) $\frac{\pi}{6}$ or $\frac{\pi}{12}$

A.
$$\frac{\pi}{12}$$

B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{12}$ or $\frac{5\pi}{12}$

D. $\frac{\pi}{6}$ or $\frac{\pi}{12}$

Answer: C



5. अन्तराल $(0,2\pi)$ में समीकरण $2\sin^3x+6\sin^2x-\sin x-3=0$ के हलों की संख्या है : (i) 6 (ii) 4 (iii) 3 (iv) 2

A. 6

B. 4

C. 3

D. 2

Answer: B



🗖 वीडियो उत्तर देखें

6. समीकरण $\sin 7 heta = \sin heta + \sin 3 heta \qquad 0 < heta < rac{\pi}{2}$ के कुल हल बराबर होंगे।

(i) 1 (ii) 2 (iii) 3 (iv) 4

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

7. समीकरण
$$\tan x=rac{1+\sin\left(rac{\pi}{5}
ight)-\cos\left(rac{2\pi}{5}
ight)}{\cos\left(rac{\pi}{5}
ight)+\sin\left(rac{2\pi}{5}
ight)}$$
 को संतुष्ट करने वाले x का मुख्य

व्यापक मान है

A.
$$n\pi+rac{\pi}{5}$$

B.
$$n\pi-rac{\pi}{5}$$

C.
$$2n\pi+rac{\pi}{4}$$

D.
$$2n\pi-rac{\pi}{5}$$

Answer: A



8. अन्तराल $[0,2\pi]$ में समीकरण $4\cdot 16^{\sin^2x}=2^{6\sin x}$ के हल (हलों) की संख्या है :



9. समीकरण $a^2-2a+\sec^2(\pi(a+x))=0$ के [1,100] में स्थिर ${\sf x}$ में सभी हल/हलों का योगफल है

10. समीकरण $\cot rac{ heta}{2} = 1 + \cot heta$ को संतुष्ट करने वाले तथा अन्तराल (-6,3) में स्थिर

A. 100

. 100

B. 5050

C. 5049

D. 1

Answer: B



heta के मानों की संख्या होगी : (i) 2 (ii) 3 (iii) 8 (iv) 13

- A. 2
- B. 3
- C. 8
- D. 13

Answer: A



🕥 वीडियो उत्तर देखें

Exercise 1 Special Dpp 2

- **1.** प्राचल $lpha \in [0, 2\pi]$ के उन मानो की संख्या जिनके लिये द्विघात फलन $(\sin lpha)x^2+(2\cos lpha)x+rac{1}{2}(\cos lpha+\sin lpha)$ एक रेखीय फलन का वर्ग है होगी
 - A. 2

B. 4

- C. 1
- D. 3

Answer: A



🕥 वीडियो उत्तर देखें

2. अन्तराल $[\,-2\pi,2\pi]\,$ में x के उन वास्तविक मानो की संख्या जिनके लिए व्यंजक

 $y = \sqrt{2 \sin x} - \sin x$ का मान अधिकतम है होगी :

(i) 0 (ii) 2 (iii) 4 (iv) 4 से अधिक

A. 0

B. 2

C. 4

D. 4 से अधिक

Answer: C



3. यदि $\sin(\sin x + \cos x) = \cos(\cos x - \sin x)$ हो, तो $\sin x$ का महत्तम संभावित

मान है

A.
$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

B. 1

C.
$$\frac{\sqrt{16-\pi^2}}{4}$$

D. $\frac{\pi}{4}$

Answer: D



4. समीकरण $4y^2+2\cos^2x=4y-\sin^2x$ को संतुष्ट करने वाले क्रमित युग्मों (x,y) की संख्या जहाँ x,y $\ \in [0,2\pi]$ है होगी

A. 1

B. 2

C. 3

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

- **5.** समीकरण $\sqrt{2}(2\cos 2x-1)+\sqrt{3-4\cos 2x+\cos 4x}=\sqrt{2}$ के अन्तराल $(0,5\pi)$ में हल/हलों की संख्या है/है :(i) 2 (ii) 6 (iii) 4 (iv) 5
 - A. 2
 - B. 6
 - C. 4
 - D. 5

Answer: C



- **6.** 1 : समीकरण $\sin(\cos x) = \cos(\sin x)$ का कोई वास्तविक हल नहीं है।
- 2 : व्यंजक $\sin x \pm \cos x$ अन्तराल $\left[\,-\sqrt{2},\sqrt{2}
 ight]$ में परिबद्ध है
 - A. कथन 1 सत्य है कथन 2 सत्य है कथन 2 कथन 1 का सही व्याख्या है
 - B. कथन 1 सत्य है कथन 2 सत्य है कथन 2 कथन 1 का सही व्याख्या नहीं है
 - C. कथन 1 सत्य है कथन 2 असत्य है।
 - D. कथन 1 असत्य है कथन 2 सत्य है |

Answer: A



7. समीकरणों $\sin x \cos 2y = \left(a^2-1\right)^2+1$ तथा $\cos x \sin 2y = a+1$ के निकाय पर ध्यान दें वास्तविक संख्याओं का क्रमित युग्म (x,y) दिए गये समीकरणों के निकाय को के सभी संभव मानो के लिए संतुष्ट करता है होगा -

A.
$$\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}\right)$$

$$\mathsf{B.}\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$$

C.
$$\left(\frac{3\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}\right)$$
D. $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$

Answer: A::C::D



8. यदि
$$\left(\cos^2x+\sec^2x
ight)\left(1+\tan^22y
ight)(3+\sin3z)=4$$
 तो

A. x, π का गुणज हो सकता है।

B. x, π का सम गुणज नहीं हो सकता।

C. y, π का गुणज हो सकता है।

D. $y, \frac{\pi}{2}$ का गुणज हो सकता है।

Answer: A::D



9. यदि lpha तथा eta समीकरण $a\cos heta+b\sin heta=c$ के मूल हो, तो निम्न स्तम्भों का सही

मिलान कीजिए।

$$(A)\sin \alpha + \sin \beta = (P)\frac{2b}{a+c}$$

$$(B)\sin \alpha. \sin \beta = (Q)\frac{c-a}{c+a}$$

$$(C) anrac{lpha}{2}+ anrac{eta}{2}= (R)rac{2bc}{a^2+b^2}$$

$$(D) anrac{lpha}{2}. anrac{eta}{2}=\qquad (S)rac{c^2-a^2}{a^2+b^2}$$



Lr@Hk-I

Lr**⊞k-II** (जहाँ n ∈ I)

- (A) समीकरण $\sin^2 x + \cos^2 3x = 1$ का व्यापक हल बराबर है
- (**P**) nπ
- (B) समीकरण $e^{\cot^2 \theta} + \sin^2 \theta 2\cos^2 2\theta + 4 = 4\sin \theta$
- $(Q) = \frac{n\pi}{4}$
- B) समीकरण $e^{\cot^2\theta} + \sin^2\theta 2\cos^22\theta + 4 = 4\sin\theta$ का व्यापक हल है
- (B) == ± =
- (C) 'a' के सभी वास्तविक मानों के लिए,
- (R) $\mathbf{n}\pi + \frac{\pi}{4}$
- समीकरण $\mathbf{a}^2 \sin \mathbf{x} \mathbf{a} \sin 2\mathbf{x} + \sin \mathbf{x} = 0$ का व्यापक हल है

10.



उत्तर देखें

1. अन्तराल [0, 314] में समीकरण $\cos 4x + 6 = 7\cos 2x$ के हलो का योग ज्ञात कीजिए।



2. समीकरण $5^{\frac{1}{2}}+5^{\frac{1}{2}+\log_5(\sin x)}=15^{\frac{1}{2}+\log_{15}\cos x}$ को ${\sf x}$ के लिये कीजिए।



3. θ के वह सभी मान ज्ञात कीजिए जो समीकरण $\sin \theta + \sin 5\theta = \sin 3\theta$ को संतुष्ट करते है जहाँ $0 \le \theta \le \pi$ है



4. अन्तराल 0 व π के मध्य heta के वह सभी मान ज्ञात कीजिए जो समीकरण $\cos heta.\cos2 heta.\cos3 heta=rac{1}{4}$ को संतुष्ट करते है।

5. समीकरण $\sin x - \sin 3x + \sin 5x = \cos x - \cos 3x + \cos 5x$ को संतुष्ट करने वाले x के मुख्य मानों की संख्या ज्ञात कीजिए।



6. 'c' के उन पूर्णांक मानों की संख्या ज्ञात कीजिये जिनके लिये समीकरण $\cos 2x + c \sin x = 2c - 7$ का हल हो।



7. समीकरण $\sin^3 x + \sin^3 2x + \sin^3 3x = (\sin x + \sin 2x + \sin 3x)^3$ को संन्तूष्ट करने वाला न्यूनतम धनात्मक कोण का मान डिग्री में ज्ञात कीजिए।



8. अन्तराल $[0,2\pi]$ में समीकरण $\sin(\pi-6x)+\sqrt{3}\sin\Big(\frac{\pi}{2}+6x\Big)=\sqrt{3}$ के हलों की संख्या ज्ञात कीजिये।

9. सिद्ध कीजिए की निम्न समीकरणों का कोई हल नहीं है।

$$\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x = 1$$



10. सिद्ध कीजिए की निम्न समीकरणों का कोई हल नहीं है। $\sin x \cdot \cos 4x \cdot \sin 5x = -1/2$

11. सिद्ध कीजिए की निम्न समीकरणों का कोई हल नहीं है।



 $\sin x \cos x \cos 2x + \frac{1}{2} = 0$

12. सिद्ध कीजिए की निम्न समीकरणों का कोई हल नहीं है।

 $4\sin 2x + \cos x = 5$



13. सिद्ध कीजिए की निम्न समीकरणों का कोई हल नहीं है।

$$\sin 3x - \cos x = 2$$



14. माना $f(x)=\sin^6x+\cos^6x+kig(\sin^4x+\cos^4xig)$, जहाँ k कोई वास्तविक

k के वह सभी वास्तविक मान ज्ञात कीजिये जिनके लिये f(x), x के सभी मानो के लिये अचर है



संख्या है तो

15. माना $f(x)=\sin^6x+\cos^6x+kig(\sin^4x+\cos^4xig)$, जहाँ $\,$ k कोई वास्तविक

संख्या है तो

k के वह सभी वास्तविक मान ज्ञात कीजिये जिनके लिये एक वास्तविक संख्या 'c' इस प्रकार विधमान है कि f(c) = 0 हो



16. माना $f(x)=\sin^6x+\cos^6x+kig(\sin^4x+\cos^4xig)$, जहाँ k कोई वास्तविक संख्या है तो

यदि k=-0.7 है तो समीकरण $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ = $\mathbf{0}$ के सभी हल ज्ञात कीजिये।



17. समीकरण : $\sin 5x = 16 \sin^5 x$ को x के लिये हल कीजिये।



18. समीकरण $4\cos^2 x \sin x - 2\sin^2 x = 3\sin x$ के सभी हल ज्ञात कीजिये



Exercise 3 Section A Jee Advanced Previous Year S Questions

1. अन्तराल $\left(\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ में θ के उन मानों की संख्या, जिनके लिये $\theta \neq \frac{n\pi}{5}$ जहाँ $n=0,\ \pm 1,\ \pm 2$ तथा $an \theta = \cot 5\theta$ तथा $\sin 2\theta = \cos 4\theta$ है, कितनी होगी



2. माना
$$P = \left\{ heta \colon \sin heta - \cos heta = \sqrt{2} \cos heta
ight\}$$
 और

$$Q=\left\{ heta\colon\!\sin heta+\cos heta=\sqrt{2}\sin heta
ight\}$$
 दो समुच्य है तो :

(i)
$$P\subset Q$$
 और $Q-P
eq\phi$ (ii) $Q
ot\subset P$ (iii) $P
ot\subset Q$ (iv) $P=Q$

A.
$$P\subset Q$$
 और $Q-P
eq \phi$

B.
$$Q \swarrow P$$

$$\mathsf{C}.P\mathscr{A}Q$$

D.P = Q

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

- $heta,\,\phiarepsilon[0,\,2\pi]$ इस प्रकार है कि 3. कि माना $2\cos heta(1-\sin\phi)=\sin^2 hetaigg(an.~rac{ heta}{2}+\cot.~rac{ heta}{2}igg)\cos\phi-1, an(2\pi- heta)>0$
- और $-1 < \sin heta < rac{\sqrt{3}}{2}$ तब ϕ निम्न में से किसको संतुष्ट नहीं कर सकता

A.
$$0$$

B.
$$\frac{\pi}{2}$$

C.
$$rac{4\pi}{3}$$

D.
$$rac{3\pi}{2}$$

Answer: A::C::D



4. $x \in (0,\pi)$, के लिये समीकरण $\sin x + 2\sin 2x - \sin 3x = 3$ के

A. अनन्त (infinitely many) हल है।

B. तीन (three) हल है।

C. एक (one) हल है |

D. कोई हल नहीं है (no solution)

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

- 5. अंतराल $[0,2\pi]$ में समीकरण $rac{5}{4} {\cos^2} 2x + {\cos^4} \, x + {\sin^4} \, x + {\cos^6} \, x + {\sin^6} \, x = 2$ के विभिन्न हलों (distinct
- solutions) की संख्या है।
 - 0

6. माना कि
$$S=\left\{x\in (\,-\pi,\pi), x
eq 0, \,\pm rac{\pi}{2}
ight\}$$
 है। समुच्चय S में समीकरण

$$\sqrt{3}\sec x + \csc \ x + 2(\tan x - \cot x) = 0$$
 के सभी भिन्न हलों (all distinct solutions) का योग (sum) है : (i) $\frac{-7\pi}{9}$ (ii) $\frac{-2\pi}{9}$ (iii) 0 (iv) $\frac{5\pi}{9}$

A.
$$\frac{-7\pi}{9}$$

B.
$$\frac{-2\pi}{9}$$

D.
$$\frac{5\pi}{9}$$

Answer: C



Exercise 3 Section B Jee Main Previous Year S Questions

1. यदि
$$A=\sin^2x+\cos^4x$$
 है तो सभी वास्तविक ${\sf x}$ के लिए

A.
$$\frac{3}{4} \leq A \leq 1$$

$$\operatorname{B.}\frac{13}{16} \leq A \leq 1$$

$$\mathsf{C.}\,1 \leq A \leq 2$$

D.
$$rac{3}{4} \leq A \leq rac{13}{16}$$

Answer: 1



🗖 वीडियो उत्तर देखें

2. यदि $0 \le x \le 2\pi$ है तो x के उन वास्तविक मानो की संख्या जो समीकरण $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x = 0$ को संतुष्ट करते है, है

- A. 9

C. 5

- B. 3
- D. 7

Answer: 4

Exercise 4 Potential Problems Based On Cbse

- **1.** समीकरण $\cot x = -\sqrt{3}$ के मुख्य एवं व्यापक हल ज्ञात कीजिये।
 - 🕞 वीडियो उत्तर देखें

2. निम्न समीकरणों के व्यापक हल ज्ञात कीजिये

 $\cos 4x = \cos 2x$



3. निम्न समीकरणों के व्यापक हल ज्ञात कीजिये

 $\sec^2 2x = 1 - \tan 2x$

 $\sin x + \sin 3x + \sin 5x = 0$

4. निम्न समीकरणों के व्यापक हल ज्ञात कीजिये



- **5.** निम्न समीकरणों के व्यापक हल ज्ञात कीजिये $an^2 x = 3 \; \operatorname{cosec}^2 x 1$
 - वीडियो उत्तर देखें

- **6.** निम्न समीकरणों के व्यापक हल ज्ञात कीजिये $2\sin^2 x + \sin^2 2x = 2$
 - वीडियो उत्तर देखें

- 7. निम्न समीकरणों के व्यापक हल ज्ञात कीजिये
 - 🕞 वीडियो उत्तर देखें

 $7\cos^2 x + 3\sin^2 x = 4$

8. समीकरण $\sin \theta + \sin 5\theta = \sin 3\theta 0 \leq \theta \leq \pi$ को सन्तुष्ट करने वाले θ के सभी मान ज्ञात कीजिये।



9. समीकरण $\cos 6\theta + \cos 4\theta + \cos 2\theta + 1 = 0$ को सन्तुष्ट करने वाले θ के सभी मान ज्ञात कीजिये।



10. निम्न समीकरणों को हल कीजिये:

 $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$



11. निम्न समीकरणों को हल कीजिये :

 $\cos 6c + \cos 4x = \sin 3x + \sin x$



12. समीकरण $\cos 3x \cos^3 x + \sin 3x \cdot \sin^3 x = 0$ को हल कीजिये।



13. निम्न समीकरणों के व्यापक हल ज्ञात कीजिये।

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



14. निम्न समीकरणों के व्यापक हल ज्ञात कीजिये।

 $\cos x + \sqrt{3}\sin x = 1$



Exercise 5 Rank Booster

1. त्रिकोणमितीय समीकरण $3^{\left(\frac{1}{2}+\log_3(\cos x+\sin x)\right)}-2^{\log_2(\cos x-\sin x)}=\sqrt{2}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।



2. समीकरण $\log_{\frac{-x^2-6x}{10}}(\sin 3x + \sin x) = \log_{\frac{-x^2-6x}{10}}(\sin 2x)$ को हल कीजिये।



3. heta के वह व्यापक मान ज्ञात कीजिए जिनके लिए द्विघात फलन $(\sin heta)x^2 + (2\cos heta)x + \frac{\cos heta + \sin heta}{2}$ एक रेखीय फलन का वर्ग है।



4. समीकरण $1+\cos x+\cos 2x+\sin x+\sin 2x+\sin 3x=0$ के उन हलो की संख्या ज्ञात कीजिए जो प्रतिबन्ध $\frac{\pi}{2}<\left|3x-\frac{\pi}{2}\right|\leq\pi$ को सन्तुष्ट करते है।



5. यदि समीकरण $(\sin \theta - 1)(2\sin \theta - 1)(3\sin \theta - 1)\dots (n\sin \theta - 1) = 0$ (जहाँ $n \in N$) को सन्तुष्ट करने वाले हलों की संख्या अंतराल $[0,\pi]$ में 9 है ,तो समीकरण $3+\csc^2 x + 2^{\sin^2 y} = n$, जहाँ $0 \le x,y \le 4\pi$ को सन्तुष्ट करने वाले क्रमित युग्मों (x,y) की संख्या ज्ञात कीजिए।



6. समीकरण $\tan^2 x + \cot^2 x - 1 - \sin y = 0$ को सन्तुष्ट करने वाले क्रमित युग्मों (x,y) , जहाँ x असमिका $x^2 - \pi^2 \le 0$ को तथा y असमिका $0 \le y \le 4\pi$ को संतुष्ट करता है कि संख्या ज्ञात कीजिए।



8. यदि समीकरण
$$\log_{\frac{9x-x^2-14}{7}}(\sin 3x-\sin x)=\log_{\frac{9x-x^2-14}{7}}\cos 2x$$
 के सभी हलों का योग $\frac{k\pi}{6}$ है तो k का मान ज्ञात कीजिये।

7. समीकरण $an^2 2x + \cot^2 2x + 2 an 2x + 2 \cot 2x = 6$ को हल कीजिये |

9. समिका
$$\sin\Bigl(x-rac{\pi}{4}\Bigr)-\cos\Bigl(x+rac{3\pi}{4}\Bigr)=1$$
 तथा असमिका $rac{2\cos7x}{\cos3+\sin3}>2^{\cos2x}$ को संतुष्ट करने वाले के मानों का समुच्चय ज्ञात कीजिये।

10.

है तो समुच्चय $A\cap B$ में अवयवों की संख्या ज्ञात कीजिये।

 $A = \left\{ heta \in R \mid \cos^2(\sin heta) + \sin^2(\cos heta) = 1
ight\} \hspace{1cm} B = \left\{ heta \in R \mid \cos(\sin heta)
ight\}$

माना

