



## MATHS

### BOOKS - ALOK BHARATI MATHS (HINDI)

#### वृत्त

#### उदाहरण

1. दो वृत्त एक-दूसरे को आन्तरिकतः बिन्दु पर स्पर्श करते हैं और P पर खींची गई उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा के बिन्दु T से दोनों वृत्तों पर स्पर्श रेखाएँ TQ, TR खींचे गए हैं। सिद्ध कीजिए कि  $TQ = TR$



 वीडियो उत्तर देखें

2.  $\Delta ABC$  का अन्तःवृत्त भुजाओं BC, CA तथा AB को क्रमशः

D, E तथा F पर स्पर्श करता है। सिद्ध कीजिए कि

$$AF + BD + CE = AE + CD + BF = \frac{1}{2}(\Delta ABC$$

की परिमाप)

 वीडियो उत्तर देखें

3. दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः 25 cm तथा 9 cm हैं, एक-

दूसरे को बाह्यतः स्पर्श करते हैं। इनके अनुस्पर्श रेखा (Direct

common tangent) की लम्बाई ज्ञात करें।

 वीडियो उत्तर देखें

4. दो वृत्तों जिनके केन्द्र क्रमशः X तथा Y की है, त्रिज्याएँ 9 cm एवं 2 cm हैं। यदि  $XY = 17$  cm हो तथा Z, : त्रिज्या वाले उस वृत्त का केन्द्र है जो दोनों वृत्तों को बाह्यतः स्पर्श करता है। यदि  $\angle XZY = 90^\circ$  हो तो ' ' का मान ज्ञात करें।



वीडियो उत्तर देखें

5. एक वृत्त  $C(O,r)$ ,  $\square ABCD$  की भुजाओं AB, BC, CD एवं DA को क्रमशः P,Q,R एवं S पर स्पर्श करता है। सिद्ध करें कि  $\square ABCD$  की सम्मुख भुजाओं द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोणों का योगफल सम्पूरक होता है।



वीडियो उत्तर देखें

6. वृत्त  $C(O,r)$  पर दो स्पर्श रेखाएँ  $BC$  एवं  $BD$  खींची गई हैं। जहाँ  $\angle DBC = 120^\circ$  है। सिद्ध करें कि  $BO = 2BC$



वीडियो उत्तर देखें

7.  $\triangle ABC$  में,  $AB = AC$  है तथा इस त्रिभुज का अन्तःवृत्त जिसका केन्द्र  $O$  है,  $BC$  भुजा को  $L$  बिन्दु पर स्पर्श करता है। सिद्ध करें कि  $L$  बिन्दु,  $BC$  भुजा को समद्विभाग करता है।



वीडियो उत्तर देखें

8. यदि एक समांतर चतुर्भुज की सभी भुजाएँ एक वृत्त को स्पर्श करे, तो सिद्ध करें कि वह समान्तर चतुर्भुज एक समचतुर्भुज होगा।



वीडियो उत्तर देखें

9. सिद्ध करें कि किसी वृत्त के व्यास के दोनों छोरों से होकर खींची गई स्पर्श रेखाएँ समान्तर होती हैं।



वीडियो उत्तर देखें

10. किसी त्रिभुज के अन्तःवृत्त की त्रिज्या 4 cm है तथा स्पर्श बिन्दु द्वारा त्रिभुज की एक भुजा जो दो खंडों में विभाजित होती है, वे 6 cm एवं 8 cm है। त्रिभुज की शेष दो भुजाएँ ज्ञात करें।

 वीडियो उत्तर देखें

11. दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 13 cm एवं 8 cm हैं। AB बड़े वृत्त का व्यास है तथा BD छोटे वृत्त की स्पर्श रेखा है जो वृत्त को D बिन्दु पर स्पर्श करती है। AD की लम्बाई ज्ञात करें।

 वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध करें कि किसी बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं के बीच बना कोण एवं इन स्पर्श रेखाओं द्वारा वृत्त के केन्द्र पर बना कोण आपस में सम्पूरक होता है।



वीडियो उत्तर देखें

13. दिया गया है कि दो संकेन्द्रीय वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ  $a$  एवं  $b$  जहाँ  $(a > b)$  हैं। बड़े वृत्त की एक जीवा, छोटे वृत्त के लिए स्पर्श रेखा है। जीवा की लम्बाई ज्ञात करें।



वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली Exercise 9

1. किसी बाह्य बिन्दु से एक वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा की लम्बाई ज्ञात करें जबकि वृत्त की त्रिज्या 5cm तथा बाह्य बिन्दु से केन्द्र की दूरी 13 cm है।



वीडियो उत्तर देखें

2. वृत्त के केन्द्र से 13 cm की दूरी पर एक बिन्दु P है एवं । बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा की लम्बाई 12 cm है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें।



वीडियो उत्तर देखें



3. किसी बाह्य बिन्दु से केन्द्र वाले वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ PA एवं PB खींची गई हैं। यदि CD वृत्त के E बिन्दु पर एक स्पर्श रेखा हो जो PA एवं PB को क्रमशः C एवं D बिन्दु पर काटती है एवं PA = 14 cm हो तो *DelapCD* की परिमाप ज्ञात करें।



उत्तर देखें

4.  $\triangle ABC$  के तीनों शीर्षों को केन्द्र मानते हुए तीन वृत्त खींचे गए हैं जिनमें से प्रत्येक दो वृत्त एक-दूसरे को बाह्यतः स्पर्श करते हैं। यदि  $\triangle ABC$  की भुजाएँ 4 cm, 6 cm एवं 8 cm हों तो तीनों वृत्त की त्रिज्याएँ ज्ञात करें।



उत्तर देखें

 वीडियो उत्तर देखें

5. दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ 3 cm एवं 5 cm हैं। बाहरी वृत्त की इस जीवा की लम्बाई ज्ञात करें जो आन्तरिक वृत्त को स्पर्श करती है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध करें कि किसी वृत्त के दो समान्तर स्पर्श रेखाओं के स्पर्श बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा वृत्त का व्यास होती है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध करें कि किसी वृत्त के परिधि पर स्थित एक बिन्दु से एक एवं केवल एक स्पर्श रेखा खींची जा सकती है।



वीडियो उत्तर देखें

8. किसी बाह्य बिन्दु P से एक वृत्त  $C(O,r)$  पर दो स्पर्श रेखाएँ खींची गई हैं जो वृत्त को A एवं B पर स्पर्श करती है। सिद्ध करें कि OP, जीवा AB का लम्ब समद्विभाजक है।



वीडियो उत्तर देखें

9. सिद्ध करें कि किसी बाह्य बिन्दु से किसी वृत्त की जीवा के दोनों छोरों पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ जीवा के साथ समान कोण बनाती हैं।



वीडियो उत्तर देखें

## साधित उदाहरण

1. दो वृत्तों की त्रिज्याएं क्रमशः 19 cm एवं 9 cm है। उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें जिसकी परिधि इन दोनों वृत्तों की परिधियों के योग के बराबर है।



वीडियो उत्तर देखें

2. दो वृत्तों की त्रिज्याएं क्रमशः 8cm एवं 6 cm हैं। उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें जिसका क्षेत्रफल इन दो दिए गए वृत्तों के क्षेत्रफल के बराबर है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. एक कार के प्रत्येक पहिए का व्यास 80 cm है। यदि यह कार 66 km/h की चाल से चल रही हो तो 10 मिनट में प्रत्येक पहिया कितने चक्कर लगाती है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. यदि एक वृत्त का परिमाप और क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से बराबर है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें।



वीडियो उत्तर देखें

5. 6 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त के एक त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात करें, जिसका कोण  $60^\circ$  है।



वीडियो उत्तर देखें

6. एक वृत्त के चतुर्थांश (quadrant) का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी परिधि 22 cm है।



वीडियो उत्तर देखें

7. एक घड़ी की मिनट की सुई की लम्बाई 14 cm है। इस सुई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल ज्ञात करें।



वीडियो उत्तर देखें

8. 15 m भुजा वाले एक वर्गाकार घास के मैदान के एक कोने पर लगे खूटे से एक घोड़े को 5 m लम्बी रस्सी से बांध दिया गया है। ज्ञात कीजिए। [ $\pi=3.14$  ]

(i) मैदान के उस भाग का क्षेत्रफल जहाँ घोड़ा चर सकता है।

(ii) यदि 5 m लंबी रस्सी के स्थान पर 10 m लंबी रस्सी से बांध दिया जाए तो चरे जा सकने वाले क्षेत्रफल में वृद्धि ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

9. एक वृत्ताकार ब्रूच (brooch) को चाँदी के तार से बनाया जाना है। जिसका व्यास 35 mm है। तार को वृत्त के 5 व्यासों को बनाने में भी प्रयुक्त किया गया है। जो उसे 10 समान त्रिज्यखंडों में विभाजित करता है। तो ज्ञात कीजिए : (i) कुल वांछित चाँदी के तार की लम्बाई  
(ii) ब्रूच के प्रत्येक त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल।



वीडियो उत्तर देखें



1. एक वृत्त जिसका केन्द्र O है, की एक जीवा AB की लम्बाई 10 cm है। यदि जीवा वृत्त के केन्द्र पर समकोण बनाये तो वृत्त के लघु वृत्तखंड का क्षेत्रफल ज्ञात करें ।

A.  $34.28 \text{ cm}^2$

B.  $14.28 \text{ cm}^2$

C.  $44.28 \text{ cm}^2$

D.  $15.28 \text{ cm}^2$

**Answer: B**



2. एक घोड़ा एक खूँटे से 13 m लम्बी रस्सी से बँधा हुआ है। यदि रस्सी की लम्बाई 22 m कर दी जाए तो बताएँ कि घोड़ा कितना अधिक क्षेत्रफल में चर सकता है?



वीडियो उत्तर देखें

3. एक त्रिभुजाकार मैदान की विमायें 20 m, 34m एवं 42m है। इसके तीनों शीर्षों पर तीन घोड़े 7m लम्बी रस्सी द्वारा बंधे हैं। तीनों घोड़ों द्वारा चरे गए मैदान के कुल भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें। मैदान के बिना चरे हुए भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



वीडियो उत्तर देखें

4. दो वृत्त एक-दूसरे को वाह्यतः स्पर्श करते हैं। यदि उनके क्षेत्रफलों का योगफल  $130\pi$  वर्ग सेमी तथा उनके केन्द्रों के बीच की दूरी 14 cm हो तो दोनों वृत्तों की त्रिज्याएं ज्ञात करें।

 वीडियो उत्तर देखें

5. दो वृत्त एक-दूसरे को आन्तरिकतः स्पर्श करते हैं। उनके क्षेत्रफलों का योगफल  $116\pi$  वर्ग सेमी तथा उनके केन्द्रों के बीच की दूरी 6 cm है। दोनों वृत्तों की त्रिज्याएं ज्ञात करें।

 वीडियो उत्तर देखें

6. 42 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त के दोनों वृत्तखंडों का क्षेत्रफल ज्ञात करें

जिसका केन्द्रीय कोण  $120^\circ$  है।  $[\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  तथा  $\sqrt{3} = 1.73]$



वीडियो उत्तर देखें

7. 6.5 cm त्रिज्या वाले वृत्त के एक त्रिज्यखंड का परिमाण 31 cm है। त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



वीडियो उत्तर देखें

8. 72cm भुजावाले एक समषट्भुज के क्षेत्रफल एवं इसके अन्तर्गत खींचे गए वृत्त के क्षेत्रफल का अन्तर ज्ञात करें।

 वीडियो उत्तर देखें

9. एक ट्रैक्टर के आगे एवं पीछे वाले पहियों का व्यास क्रमशः 80 cm एवं 2 m है। आगे वाले पहिए द्वारा 800 चक्करों में तय की गयी दूरी को पूरा करने में पीछे वाले पहिए का कुल कितने चक्कर पूरा करने पड़ेंगे?

 वीडियो उत्तर देखें

10. एक समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा की लम्बाई 12 cm है। इसके अन्दर एक वृत्त खींचा गया है जो त्रिभुज की भुजाओं को स्पर्श करता है। वृत्त को छोड़कर त्रिभुज के शेष भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें। [ $\sqrt{3} = 1.73$  एवं  $\pi = 3.14$ ]



वीडियो उत्तर देखें

## समतल आकृतियों के संयोजनों के क्षेत्रफल

1. AB और CD केन्द्र O तथा त्रिज्याओं 21 cm एवं 7 cm वाले दो संकेन्द्रीय वृत्तों के क्रमशः दो चाप हैं।  $\angle AOB = 30^\circ$  है, तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

 वीडियो उत्तर देखें

2. नीचे दी गई आकृति में  $ABCQ$  त्रिज्या  $14\text{ cm}$  वाले एक वृत्त का चतुर्थांश है तथा  $AC$  को व्यास मानकर एक अर्द्धवृत्त खींचा गया है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

 वीडियो उत्तर देखें

## प्रश्नावली 10 2

1. किसी विषमबाहु त्रिभुज की भुजाएँ क्रमशः  $6\text{ cm}$ ,  $5\text{ cm}$  एवं  $3\text{ cm}$  है। इस त्रिभुज के अन्तःवृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



वीडियो उत्तर देखें

2. दो वृत्तों की त्रिज्याओं का योगफल 140 cm है तथा उनकी परिधियों का अन्तर 88 cm है। दोनों वृत्तों की त्रिज्याएँ ज्ञात करें।



वीडियो उत्तर देखें

3. दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 19 cm एवं 9 cm है। उस वृत्त की परिधि एवं त्रिज्या ज्ञात करें जिसकी परिधि दोनों परिधियों के योगफल के बराबर है।



वीडियो उत्तर देखें



4. तीन संकेन्द्रीय (concentric) वृत्ताकार क्षेत्रों के व्यास 1:2:3 के अनुपात में हैं। उनके संगत क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात करें।



वीडियो उत्तर देखें

5. एक आयताकार लोहे की चादर की लम्बाई एवं चौड़ाई क्रमशः 49 cm एवं 15 cm है। इससे 3 cm त्रिज्या वाले वृत्ताकार डिस्क काटे गए हैं। ज्ञात करें :

- (i) पूर्ण रूप से काटे गए डिस्क की संख्या
- (ii) बर्बाद हुए चादर का क्षेत्रफल
- (iii) काटे गए कुल डिस्क का क्षेत्रफल



वीडियो उत्तर देखें

## अतिलघु उत्तरीय प्रश्न एव उत्तर रिक्त स्थानों की पूर्ति करें

1. एकवृत्त की कितनी स्पर्श रेखाएँ हो सकती है?



वीडियो उत्तर देखें

2. a. किसी वृत्त की स्पर्श रेखा उसे .....बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करती है।

b. वृत्त को दो बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को .....कहते हैं।

c. एक वृत्त की .....समांतर स्पर्श रेखाएं हो सकती हैं।

d. वृत्त तथा उसको स्पर्श के उभयनिष्ठ बिंदु को .....कहते हैं



वीडियो उत्तर देखें

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न एवं उत्तर सही उत्तर चुनें

1. 5 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त के बिंदु पर स्पर्श रेखा PQ केंद्र से जाने वाली एक रेखा से बिंदु पर इस प्रकार मिलती है कि  $OQ = 12$  cm. PQ की लंबाई है-

A. 12cm

B. 13cm

C. 8.5cm

D.  $\sqrt{119}cm$

**Answer: D**



**वीडियो उत्तर देखें**

2. एक बिंदु Q से एक वृत्त पर स्पर्श रेखा की लंबाई 24cm तथा Q की केंद्र से दूरी 25 cm है। वृत्त की त्रिज्या है-

A. 7cm

B. 12cm

C. 15cm

D. 24.5cm

**Answer: A**



**वीडियो उत्तर देखें**

3. यदि एक बिन्दु P से O केंद्र वाले किसी वृत्त पर PA, PB स्पर्श रेखाएं परस्पर  $80^\circ$  के कोण पर झुकी हो, तो  $\angle POA$  बराबर है

A.  $50^\circ$

B.  $60^\circ$

C.  $70^\circ$

D.  $80^\circ$

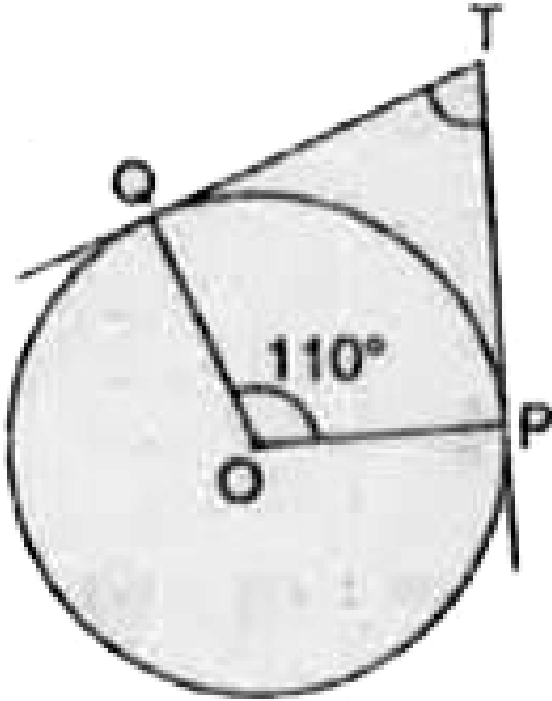
**Answer: A**



**वीडियो उत्तर देखें**

4. आकृति में यदि TP, TQ केंद्र O वाले किसी वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएं इस प्रकार हैं की

$$\angle POQ = 110^\circ, \quad \angle PTQ$$



A.  $60^\circ$

B.  $70^\circ$

C.  $80^\circ$

D.  $90^\circ$

**Answer: B**



**वीडियो उत्तर देखें**

**लघु उत्तरीय प्रश्न एव उत्तर लघु उत्तरीय प्रश्न**

1. सिद्ध कीजिए कि दो सकेन्द्रिय वृत्तों में बड़े वृत्त की जीवा जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती है, स्पर्श बिन्दु पर समद्विभाजित होती है



**वीडियो उत्तर देखें**



2. केंद्र O वाले वृत्त पर बाह्य बिंदु T से दो स्पर्श रेखाएं TP तथा TQ खींची गई हैं। सिद्ध कीजिए कि  $\angle PTQ = 2\angle OPQ$  है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध करे की किसी वृत्त के किसी व्यास के सिरों पर खींची गयी स्पर्श रेखाएं समांतर होती हैं

 वीडियो उत्तर देखें

4. एक बिन्दु A से, जो एक वृत्त के केन्द्र से 5 cm दूरी पर है, वृत्त पर स्पर्शरेखा की लंबाई 4 cm है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें।



वीडियो उत्तर देखें

5. दो संकेद्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ 5 cm तथा 3 cm हैं। बड़े वृत्त की उस जीवा की लम्बाई ज्ञात करें जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती हो।



वीडियो उत्तर देखें

6. एक वृत्त के परिगत एक चतुर्भुज ABCD खींचा गया है (आकृति में)। सिद्ध करें  $AB + CD = AD + BC$



वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध करें कि किसी बाह्य बिन्दु से किसी वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण स्पर्श बिन्दुओं को मिलाने वाले रेखा खण्ड द्वारा केंद्र पर अंतरित कोणक संपूरक होता है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध करें कि किसी वृत्त के परिगत समांतर चतुर्भुज समचतुर्भुज है।

 वीडियो उत्तर देखें