

## MATHS

### ALLEN HINDI

#### सम्बन्ध

उदाहरण

1. माना कि A प्रथम दस प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है | यदि A में संबंध

R इस प्रकार परिभाषित किया गया है |

$(x, y) \in R \leftrightarrow x + 2y = 10$ , अर्थात्

$R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ तथा } x + 2y = 10\}$ . क्रमित युग्म के

समुच्चय के रूप में  $R$  व  $R^{-1}$  को ज्ञात करो | यह भी ज्ञात करो | (i)  $R$  व  $R^{-1}$  का प्रांत (ii)  $R$  व  $R^{-1}$  का परिसर



वीडियो उत्तर देखें

2. समुच्चय  $A = \{a, b, c\}$  में तीन संबंध  $R_1, R_2, R_3$  निम्न प्रकार परिभाषित किया गए हैं |

(i)

$$R_1 \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, b), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c)\}$$

$$(ii) R_2 \{(a, b), (b, a), (a, c), (c, a)\}$$

$$(iii) R_3 \{(a, b), (b, c), (c, a)\}$$

यह ज्ञात करो कि प्रत्येक  $R_1, R_2, R_3$  स्वतुल्य, सममित और संक्रामक होगा |



वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि पूर्णांक संख्याओं के समुच्चय  $\mathbb{Z}$  पर परिभाषित संबंध

$xRy \Leftrightarrow x - y, n$  से विभाजित होता है, एक तुल्यता संबंध है।



वीडियो उत्तर देखें

4. प्रदर्शित कीजिये कि एक समतल में स्थित सभी त्रिभुजों के समुच्चय में

परिभाषित संबंध सर्वागसम ( $\cong$ ) एक तुल्यता संबंध है।



वीडियो उत्तर देखें

Do Yourself 1

1. यदि  $A = \{2, 4, 6, 9\}$  तथा  $B = \{4, 6, 18, 27, 54\}$ ,  $a \in A, b \in B$  हो, तो क्रमित युग्म का समुच्चय ज्ञात करो जो इस प्रकार हो कि 'a', 'b' का गुणक हो तथा  $a < b$  हो ।



वीडियो उत्तर देखें

2. संबंध  $R$  का प्रांत तथा परिसर ज्ञात करो जो कि दिया जाता है

$$R = \left\{ (x, y) : y = x + \frac{6}{x}, \quad x, y \in \mathbb{N} \quad x < 6 \right\}$$



वीडियो उत्तर देखें

Do Yourself 2

1. दिखाएँ कि प्राकृत संख्याओं के समुच्य  $N$  पर सम्बन्ध  $R$ , जो

$$xRy \Leftrightarrow 2x^2 - 3xy + y^2 = 0$$

अर्थात्

$$R = \{(x, y) : x, y \in N \text{ तथा } 2x^2 - 3xy + y^2 = 0\} \text{ से}$$

परिभाषित है, समित नहीं है लेकिन यह सवतुल्य है।



वीडियो उत्तर देखें

## Exercise I

1. यदि संबंध  $R$ ,  $m$  अवयवों के परिमित समुच्य  $A$  से  $n$  अवयवों के परिमित समुच्य  $B$  में संबंधों की संख्या होगी है।

A.  $2^{mn}$

B.  $2^{mn} - 1$

C.  $2mn$

D.  $m^n$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

2. समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  में एक संबंध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है |  $R = \{(x, y) \mid x, y \in A \quad x < y\}$ . तब  $R$  होगा-

A. स्वतुल्य

B. सममित

C. संक्रामक

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

3. वास्तविक संख्याओं  $x$  और  $y$  के लिए हम लिख सकते हैं |

$xRy \leftrightarrow x - y + \sqrt{2}$  एक अपरिमेय संख्या है | तब संबंध R होगा-

A. स्वतुल्य

B. सममित

C. संक्रामक

D. इनमे से कोई नहीं

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

4. मानाकि  $X = \{1, 2, 3, 4\}$  और  $Y = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  निम्न में से  $X$  से  $Y$  में कौन सा संबंध है

A.  $R_1 = \{(x, y) \mid y = 2 + x, x \in X, y \in Y\}$

B.  $R_2 = \{(1, 1), (2, 1), (3, 3), (4, 3), (5, 5)\}$

C.  $R_3 = \{(1, 1), (1, 3), (3, 5), (3, 7), (5, 7)\}$

D.  $R_4 = \{(1, 3), (2, 5), (2, 4), (7, 9)\}$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

5. मानाकि  $L$  एक समतल में सभी सरल रेखाओं के समुच्चय को प्रदर्शित करता है माना कि एक संबंध  $R$  इस प्रकार परिभाषित किया गया है,  
 $\alpha R \beta \leftrightarrow \alpha \perp \beta, \alpha, \beta \in L$  तब  $R$  होगा-

A. स्वतुल्य

B. सममित

C. संक्रामक

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer: B**



उत्तर देखें

6. मानाकि संबंध  $R$  वास्तविक संख्याओं के समुच्चय में परिभाषित है।

$aRb \leftrightarrow 1 + ab > 0$ . तब  $R$  होगा-

A. एक तुल्यता संबंध

B. संक्रामक

C. सममित

D. प्रतिसममित

**Answer: C**



उत्तर देखें

7. निम्न में से कौन सा संबंध  $R$  में एक तुल्यता संबंध होगा-

A.  $xR_1y \leftrightarrow |x| = |y|$

B.  $xR_2y \leftrightarrow x \geq y$

C.  $xR_3y \leftrightarrow x \mid y$

D.  $xR_4y \leftrightarrow x < y$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

8. समतल में दो बिंदु P और Q इस प्रकार संबंधित हैं यदि  $OP = OQ$  जहाँ O एक स्थिर बिंदु है | यह संबंध है |

A. स्वतुल्य लेकिन सममित

B. सममित लेकिन संक्रामक नहीं

C. एक तुल्यता संबंध

D. इनमें से कोई भी नहीं

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

9. समुच्चय  $A = \{1, 2, 3\}$  में एक संबंध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है |

$|a^2 - b^2| \leq 5$ . निम्न में कौन सा असत्य है |

A.

$R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 2)\}$

B.  $R^{-1} = R$

C.  $R$  का प्रांत =  $\{1, 2, 3\}$

D.  $R$  का परिसर =  $\{5\}$

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

10. माना संबन्ध  $R$  प्राकृत संख्याओं के समुच्चय पर इस प्रकार परिभाषित है,  $(x, y) \Leftrightarrow x^2 - 4xy + 3y^2 = 0 \forall x, y \in N$ , तब संबन्ध  $R$  है

A. स्वतुल्य

B. सममित

C. संक्रामक

D. एक तुल्यता संबंध

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

11. मानाकि  $A = \{2, 3, 4, 5\}$  तथा  $R = \{(2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (2, 3), (3, 2), (3, 5), (5, 3)\}$ ,  $A$  में एक संबंध है, तब  $R$  है-

- A. स्वतुल्य और संक्रामक
- B. स्वतुल्य और सममित
- C. स्वतुल्य और प्रतिसममित
- D. इनमें से कोई नहीं

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

12. यदि  $A = \{2, 3\}$  और  $B = \{1, 2\}$ , तब  $A \times B$  होगा-

A.  $\{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$

B.  $\{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3)\}$

C.  $\{(2, 1), (3, 2)\}$

D.  $\{(1, 2), (2, 3)\}$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

13. मानाकि  $R$  समुच्य  $N \times N$  में एक संबंध है | और इस प्रकार परिभाषित किया गया है |  $(a, b)R(c, d) \Rightarrow a + d = b + c$  तब  $R$

होगा-

- A. स्वतुल्य
- B. केवल सममित
- C. केवल संक्रामक
- D. एक तुल्यता संबंध

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

14. मानाकि  $R$  समुच्चय  $N \times N$  में एक संबंध है | और इस प्रकार परिभाषित किया गया है |  $(a, b)R(c, d) \Rightarrow a + d = b + c$  तब  $R$  होगा-

A. केवल सममित

B. केवल स्वतुल्य

C. केवल संक्रामक

D. एक तुल्यता संबंध

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

15. यदि  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, 4, 6, 9\}$  और संबंध  $R$ ,  $A$  से  $B$  में इस प्रकार परिभाषित है | 'x बड़ा है y से' तब  $R$  का परिसर होगा-

A.  $\{1, 4, 6, 9\}$

B.  $\{4, 6, 9\}$

C. {1}

D. इनमे से कोई नहीं

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

16. मानाकि  $L$  युक्लेडियन तल में सभी रेखाओं का समुच्चय है दो रेखाओं  $l_1$  और  $l_2$  संबंध  $R$  के द्वारा संबंधित कहलाएगी यदि  $l_1, l_2$  के समांतर है तब संबंध  $R$  हो-

A. स्वतुल्य

B. सममित

C. संक्रामक

D. तुल्यता

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

17. A और B दो समुच्चय हैं जिनमें अवयवों की संख्या क्रमशः 3 और 4 हैं। और दोनों में 2 अवयव उभयनिष्ठ हैं। तब A से B संबंधों की संख्या किस प्रकार परिभाषित हैं?

A.  $2^5$

B.  $2^{10} - 1$

C.  $2^{12} - 1$

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

18.  $n, m \in \mathbb{N}$  के लिए  $n|m$  का अर्थ है कि  $n, m$  का एक गुणनखण्ड है, तब संबंध है-

- A. स्वतुल्य और सममित
- B. संक्रामक और सममित
- C. स्वतुल्य, संक्रामक और सममित
- D. स्वतुल्य, संक्रामक और सममित नहीं

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

19. मानाकि  $R = \{(x, y) : x, y \in A, x + y = 5\}$  जहाँ  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  तब

A. R स्वतुल्य नहीं है सममित और ना ही संक्रामण

B. R एक तुल्यता संबंध है।

C. R स्वतुल्य सममित है लेकिन संक्रामक नहीं

D. R ना तो स्वतुल्य ना सममित संक्रामक है।

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

20. माना समुच्चय A में संबंध R इस प्रकार है  $R = R^{-1}$  तब R है-

A. स्वतुल्य

B. सममित

C. संक्रामक

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

21. माना कि  $x, y \in I$  और मानाकि  $I$  में एक संबंध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है  $x R y$  यदि और केवल यदि  $x \leq y$  तब

A.  $R$  आंशिक क्रम संबंध

B.  $R$  एक तुल्यता संबंध

C.  $R$  स्वतुल्य और सममित

D.  $R$  सममित और संक्रामक

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

22. मानाकि समुच्चय  $A$  से समुच्चय  $B$  में एक संबंध  $R$  है | तब-

A.  $R = A \cup B$

B.  $R = A \cap B$

C.  $R \subseteq A \times B$

D.  $R \subseteq B \times A$

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

**23.** समुच्चय  $A = \{1, 2, 3\}$  में संबंध  $R = \{(1, 2), (2, 3)\}$  दिया हुआ है |  $R$  में कम संख्या के क्रमित युग्म जिससे बढ़ा हुआ संबंध एक तुल्यता संबंध है

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें



24. मानाकि  $P = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1, x, y \in R\}$  तब P है-

A. स्वतुल्य

B. सममित

C. संक्रामक

D. प्रति सममित

**Answer: B**



25. मानाकि  $X$  समुच्चयों का परिवार है और  $X$  में एक संबंध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है | 'A भिन्ना है B से' तब  $R$  होगा-

A. स्वतुल्य

B. सममित

C. प्रति सममित

D. संक्रामक

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

26. अरिक्त समुच्चय  $A$  में परिभाषित एक संबंध के  $R$  के तुल्यता संबंध होने के लिए पर्याप्त होगा-

A. स्वतुल्य है

B. सममित है

C. संक्रामक है

D. उपरोक्त तीनों गुण रखता है।

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

27. यदि संबंध  $R <$ , अतः  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  से  $B = \{1, 3, 5\}$  इस प्रकार है कि  $(a, b) \in R$  यदि और केवल यदि  $a < b$  तब  $ROR^{-1}$  है-

A.  $\{(1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 5), (4, 5)\}$

B.  $\{(3, 1), (5, 1), (3, 2), (5, 2), (5, 3), (5, 4)\}$

C.  $\{(3, 3), (3, 5), (5, 3), (5, 5)\}$

D.  $\{(3, 3), (3, 4), (4, 5)\}$

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

28. यदि  $R$  समुच्चय  $A$  में एक तुल्यता संबंध है तब  $R^{-1}$  है-

A. स्वतुल्य लेकिन सममित नहीं

B. सममित लेकिन संक्रामक नहीं

C. एक तुल्यता संबंध

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

**29.** मानाकि  $R$  और  $S$  से समुच्चय  $A$  में दो तुल्यता संबंध हैं तब-

A.  $R \cup S$ ,  $A$  में एक तुल्यता संबंध है।

B.  $R \cap S$ ,  $A$  में एक तुल्यता संबंध है।

C.  $R - S$ ,  $A$  में एक तुल्यता संबंध है।

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

30. मानाकि  $A = \{P, q, r\}$  निम्न में से कौन सा A में तुल्यता संबंध है ?

A.  $R_1 = \{(p, q), (q, r), (p, r), (p, p)\}$

B.  $R_2 = \{(r, q), (r, p), (r, r), (q, q)\}$

C.  $R_3 = \{(p, p), (q, q), (r, r), (p, q)\}$

D. इनमें से कोई नहीं

**Answer: D**



वीडियो उत्तर देखें

Exercise 1

1. मानाकि  $R = \{(1, 3), (4, 2), (2, 4), (2, 3), (3, 1)\}$  समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  में एक संबंध है, तब संबंध  $R$  होगा-

A. संक्रामक

B. सममित नहीं

C. स्वतुल्य

D. एक फलन

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

2. मानाकि  $R = \{(3, 3), (6, 6), (9, 9), (12, 12), (6, 12), (3, 9), (3, 12), (3, 6)\}$  समुच्चय  $A = \{3, 6, 9, 12\}$  में एक संबंध है-

A. स्वतुल्य और संक्रामक

B. केवल स्वतुल्य

C. एक तुल्यता संबंध

D. केवल स्वतुल्य और सममित

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

3. मानाकि  $W$  अंग्रेजी शब्द कोष के शब्दों को प्रदर्शित करता है | तब संबंध

इस प्रकार परिभाषित है  $R = \{(x, y) \in W \times W |$  शब्द  $x$  और  $y$  में  
कम से कम एक अक्षर उभयनिष्ठ है} तब  $R$  है-

A. स्वतुल्य सममित किन्तु संक्रामक नहीं

B. स्वतुल्य सममित और संक्रामक

C. स्वतुल्य सममित नहीं किंतु संक्रामक

D. स्वतुल्य नहीं सममित और संक्रामक

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

**4. निम्नलिखित संबंधो को लीजिए :**

$R = \{(x, y) \mid x, y \text{ वास्तविक संख्याएँ हैं तथा किसी परिमेय संख्या}$

$w$  लिए  $x = wy$  है\}

$S = \left\{ \left( \frac{m}{n}, \frac{p}{q} \right) \mid m, n, p \text{ एवं } q \text{ ऐसे पूर्णांक हैं कि } n, q \neq 0 \text{ and } qm = pn \right\}$ . तो :

A.  $R$  एक तुल्यता संबंध है लेकिन  $S$  एक तुल्यता संबंध नहीं है।

B. न तो R और नहीं S एक तुल्यता संबंध है |

C. S एक तुल्यता संबंध है लेकिन R एक तुल्यता संबंध नहीं है |

D. R तथा S दोनों ही तुल्यता संबंध है |

**Answer: C**



वीडियो उत्तर देखें

5. माना R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है

कथन-1 :  $A = \{(x, y) \in R \times R : y - x \text{ एक पूर्णांक है}\}$  R पर  
एक तुल्यता संबंध है |

कथन-2 :  $B = \{(x, y) \in R \times R : x = \alpha y \text{ किसी परिमेय संख्या } \alpha \text{ के लिए}\}$  R पर एक तुल्यता संबंध है |

A. कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है |

B. कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है |

C. कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है | कथन-2, कथन-1 की सही

व्याख्या है |

D. कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है | कथन-2, कथन-1 की सही

व्याख्या नहीं है |

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

6. निम्न सम्बन्ध  $R$  को कोटि 3 के वर्ग आव्यूहों पर विचारित कीजिए |

$R = \{(A, B) \mid A = p^{-1}BP$ , किसी व्युत्क्रमणीय आव्यूहों  $M$

तथा  $N$  के  $R = \{(A, B) \mid A = P^{-1}BP$ , किसी व्युत्क्रमणीय

आव्यूह  $P$  के लिए }

वक्तव्य | R एक तुल्यता सम्बन्ध है

वक्तव्य || किन्हीं दो व्युत्क्रमणीय  $3 \times 3$  आव्यूहों M तथा N के लिए

$$(MN)^{-1} = N^{-1}M^{-1}$$

A. कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है |

B. कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है | कथन-2, कथन-1 की सही

व्याख्या है |

C. कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है | कथन-2, कथन-1 की सही

व्याख्या नहीं है |

D. कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है |

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें