



MATHS

BOOKS - JEE MAINS & ADVANCED MATHS (HINDI)

अवकल समीकरण

बहुविकल्पीय प्रश्न ।

1. उस अवकल समीकरण की कोटि, जिसका व्यापक हल

$t = (C_1 + C_2)\cos(x + C_3) - C_4e^{x+C_5}$, है, जहाँ

C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 स्वेच्छ अचर हैं, है

A. 5

B. 4

C. 3

D. 2

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

2. अवकलन समीकरण $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - x\frac{dy}{dx} + y = 0$ का

एक हल है

A. $y = 2$

B. $y = 2x$

C. $y = 2x - 4$

D. $y = 2x^2 - 4$

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

3. यदि $y(t)$, $(1 + t) \frac{dy}{dt} - ty = 1$ का एक हल है और

$y(0) = -1$ तो, $y(1)$ बराबर है

A. $-\frac{1}{2}$

B. $e + \frac{1}{2}$

C. $e - \frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

4. यदि $y = y(x)$ और

$$\frac{2 + \sin x}{y + 1} \left(\frac{dy}{dx} \right) = -\cos x, y(0) = 1, \quad \text{तो,}$$

$y\left(\frac{\pi}{2}\right)$ बराबर है

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $-\frac{1}{3}$

D. 1

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

5. यदि $xdy = y(dx + ydy)$, $y(1) = 1$ और $y(x) > 0$, तो $y(-3)$ बराबर है

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

6. माना $f(x)$, अंतराल $(0, \infty)$ में अवकलनीय इस प्रकार

है कि $f(1) = 1$ और $\lim_{t \rightarrow x} \frac{t^2 f(x) - x^2 f(t)}{t - x} = 1$

प्रत्येक $x > 0$ के लिए। तब $f(x)$ है

A. $\frac{1}{3x} + \frac{2x^2}{3}$

B. $-\frac{1}{3x} + \frac{4x^2}{3}$

C. $-\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$

D. $\frac{1}{x}$

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

7. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{y}$, वृत्तों के उस कुल को ज्ञात करती है, जिसके लिए

A. त्रिज्या चर और निश्चित केन्द्र (0,1) पर है

B. त्रिज्या चर और निश्चित केन्द्र (0, - 1) पर है

C. निश्चित त्रिज्या 1 और चर केन्द्र, x - अक्षों के सापेक्ष है

D. निश्चित त्रिज्या 1 और चर केन्द्र, y - अक्षों के सापेक्ष है

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

8. वर्तमान में एक फर्म 2000 नग बना रही है | यह अनुमान लगाया गया है कि अतिरिक्त कामगारों की संख्या x की सापेक्ष उत्पादन P के परिवर्तन की दर $\frac{dP}{dx} = 100 - 12\sqrt{x}$ द्वारा प्रदत्त है यदि फर्म 25 कामगार अधिक लगती है, तो नगो के उत्पादन का नया स्तर क्या है ?

- A. 2500
- B. 3000
- C. 35000
- D. 4500

Answer: C



9. एक वक्र बिन्दु $\left(1, \frac{\pi}{6}\right)$ से गुजरता है | माना कि प्रत्येक बिन्दु (x, y) पर वक्र की प्रवणता $\frac{y}{x} + \sec\left(\frac{y}{x}\right)$, $x > 0$ है, तब वक्र का समीकरण है

A. $\sin\left(\frac{y}{x}\right) = \log x + \frac{1}{2}$

B. $\cos ec\left(\frac{y}{x}\right) = \log x + 2$

C. $\sec\left(\frac{2y}{x}\right) = \log x + 2$

D. $\cos\left(\frac{2y}{x}\right) = \log x + \frac{1}{2}$

Answer: A



10. माना कि $f: \left[\frac{1}{2}, 1 \right] \rightarrow R$ (सभी वास्तविक संख्याओं

का समुच्चय एक धनात्मक, अचरेतर तथा अवकलनीय फलन

है जिसके लिये $f'(x) < 2f(x)$ तथा $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ है,

तब $\int_{1/2}^1 f(x) dx$ का मान निम्न अन्तराल में है :

A. $(2e - 1, 2e)$

B. $(e - 1, 2e - 1)$

C. $\left(\frac{e - 1}{2}, e - 1 \right)$

D. $\left(0, \frac{e - 1}{2} \right)$

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

11. माना की समय t पर जीवित खरगोशों की जनसंख्या

समीकरण $\frac{d}{dt}p(t) = \frac{1}{2}p(t) - 200$ द्वारा नियंत्रित है |

यदि $p(0) = 100$ हो, तो $p(t) =$

A. $400 - 300e^{\frac{1}{2}}$

B. $300 - 200e^{-\frac{1}{2}}$

C. $600 - 500e^{\frac{1}{2}}$

D. $400 - 300e^{-\frac{1}{2}}$

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

12. फलन $y = f(x)$ निम्न अवकलनीय समीकरण
(differential equation)

$$\frac{dy}{dx} + \frac{xy}{x^2 - 1} = \frac{x^4 + 2x}{\sqrt{1 - x^2}} \text{ का अन्तराल } (-1, 1)$$

में हल है एवं $f(0) = 0$ को सन्तुष्ट करता है | तब,

$$\int_{-\sqrt{3}/2}^{\sqrt{3}/2} f(x) dx \text{ का मान है}$$

A. $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

13. माना $y(x)$ अवकल समीकरण

$$(x \log x) \frac{dy}{dx} + y = 2x \log x, (x \geq 1) \text{ का हल है |}$$

तब $y(e)$ बराबर होगा

A. e

B. 0

C. 2

D. $2e$

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

14. यदि एक वक्र $y = f(x)$ बिन्दु $(1, -1)$ से होकर जाता है तथा अवकलन समीकरण $y(1 + xy)dx = xdy$ को सन्तुष्ट करता है, तो $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ बराबर है

A. $-\frac{2}{5}$

B. $-\frac{4}{5}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

बहुविकल्पीय प्रश्न li

1. वह अवकल समीकरण, जो वक्र $y^2 = 2C(x + \sqrt{C})$,
जहाँ C एक प्राचल है, के कुल (family) को निरूपित करती है,
होगी

- A. कोटि 1 की
- B. कोटि 2 की
- C. घात 3 की
- D. घात 4 की

Answer: A::C



वीडियो उत्तर देखें

2. एक वक्र के किसी बिन्दु P पर एक स्पर्शी खींची जाती है, जोकि (1,1) से होकर जाती है और x - अक्ष और y - अक्ष को क्रमशः बिंदुओं A और B पर कटती है | यदि $AP:BP = 3:1$, तब

A. वक्र की सवकल समीकरण $3x \frac{dy}{dx} + y = 0$ है

B. वक्र की सवकल समीकरण $3x \frac{dy}{dx} - y = 0$ है

C. वक्र $\left(\frac{1}{8}, 2\right)$ से होकर जाता है

D. (1, 1) पर अभिलम्ब $x + 3y = 4$ है

Answer: A::C



वीडियो उत्तर देखें

3. यदि $y(x)$ अवकलन समीकरण $y' - y \tan x = 2x \sec x$ को सन्तुष्ट करती है और $y(0) = 0$, तब

A. $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi^2}{8\sqrt{2}}$

B. $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi^2}{18}$

C. $y\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi^2}{9}$

D. $y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{4\pi}{3} + \frac{2\pi^2}{3\sqrt{3}}$

Answer: A::D



वीडियो उत्तर देखें

4. माना की $y(x)$ अवकल समीकरण $(1 + e^x)y' + ye^x = 1$ का हल है। यदि $y(0) = 2$ तब निम्नलिखित कथनों में से कोण सा (से) सही है।

A. $y(-4) = 0$

B. $y(-2) = 0$

C. $y(x)$ का एक क्रान्तिक बिन्दु (critical point)

अन्तराल $(-1, 0)$ में है

D. $y(x)$ का कोई भी क्रान्तिक बिन्दु (critical point)

अन्तराल $(-1, 0)$ में नहीं है

Answer: A::C



वीडियो उत्तर देखें

5. उन सभी वृत्त-कुल (family of circles) पर विचार कीजिए जिनके केंद्र सरल रेखा $y = x$ पर स्थिति है। यदि इस वृत्त-कुल के सभी वृत्त, अवकल समीकरण $P y'' + Q y' + 1 = 0$ से निरूपित होते हैं , जहाँ P , Q इस प्रकार हैं कि वे x , y तथा y के फलन हैं (यहाँ $y' = \frac{dy}{dx}$, $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$) तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा कथन सही है।

$$A. P = y + x$$

$$B. P = y - x$$

$$C. P + Q = 1 - x + y + y' + (y')^2$$

$$D. P - Q = x + y - y' - (y')^2$$

Answer: B::C



वीडियो उत्तर देखें

6.

अवकल

समीकरण

$$(x^2 + xy + 4x + 2y + 4) \frac{dy}{dx} - y^2 = 0, x > 0$$

का हल वक्र, बिंदु (1, 3) से गुजरता है, तो हल वक्र है :

(a) ठीक एक बिंदु पर $y = x + 2$ को काटता है

(b) $y = (x + 2)^2$ को काटता है

(c) ठीक दो बिंदु पर $y = x + 2$ को काटता है

(d) $y = (x + 3)^2$ को नहीं काटता है

A. $y = x + 2$ को ठीक एक बिन्दु (exactly one point) पर प्रतिच्छेदित (intersect) करता है

B. $y = x + 2$ को ठीक दो बिन्दु (exactly two point) पर प्रतिच्छेदित करता है

C. $y = (x + 2)^2$ को प्रतिच्छेदित करता है

D. $y = (x + 3)^2$ को प्रतिच्छेदित नहीं करता है

Answer: A::D



वीडियो उत्तर देखें

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

1. एक गोलाकार बारिश की बूँद के किसी समय t पर वाष्पित होने की दर उसके वक्रपृष्ठ के अनुक्रमानुपाती है, बारिश की बूँद के आकार में परिवर्तन को प्रदर्शित करने वाली अवकल समीकरण _____ है।



वीडियो उत्तर देखें

दृढ़कथन कारण प्रकार

1. माना की अवकल समीकरण

$$x\sqrt{x^2 - 1}dy - y\sqrt{y^2 - 1}dx = 0 \quad \text{का हल}$$

$$y = y(x), y(2) = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ को संतुष्ट करता है}$$

कथन -1

$$\text{कथन -2 } y(x), \frac{1}{y} = \frac{2\sqrt{3}}{x} = \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} \text{ के द्वारा}$$

दिया गया है।

A. वक्तव्य I सत्य है, वक्तव्य II सत्य है, वक्तव्य III वक्तव्य I

का सही स्पष्टीकरण है

B. वक्तव्य । सत्य है, वक्तव्य ॥ सत्य है, वक्तव्य ॥ वक्तव्य ।

का सही स्पष्टीकरण नहीं है

C. वक्तव्य । सत्य है, वक्तव्य ॥ असत्य है

D. वक्तव्य । असत्य है, वक्तव्य ॥ सत्य है

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

विश्लेषणात्मक प्रश्न

1. यदि $(a + bx)e^{y/x} = x$, तब सिद्ध कीजिए कि

$$x^3 \frac{d^2y}{dx^2} = \left(x \frac{dy}{dx} - y \right)^2$$



वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिए $y = f(x)$ एक वक्र है, जो $(1,1)$ से होकर जाता है तथा इस प्रकार है कि वक्र के किसी बिन्दु पर खींची गई स्पर्शी तथा निर्देशांक अक्षों से बनने वाला त्रिभुज प्रथम चतुर्थांश में आता है तथा उसका क्षेत्रफल 2 है।



वीडियो उत्तर देखें

3. उस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो $y = f(x)$ के रूप में मुलबिन्दु से होकर जाता है और अवकल समीकरण

$$\frac{dy}{dx} = \sin(10x + 6y) \text{ को सन्तुष्ट करता है।}$$



वीडियो उत्तर देखें

4. A तथा B दो अलग-अलग टैंक हैं। टैंक A की क्षमता टैंक B की क्षमता की दोगुनी है। दोनों टैंक पानी से पूरे भरे हुए हैं तथा पानी का प्रवेश बंद कर दिया है। अब दोनों टैंक में से एक साथ पानी निकलता है। किसी भी क्षण पानी के बहने की दर, उस समय टैंक में पानी की मात्रा के समानुपाती होगी। पानी बहने के एक घण्टे पश्चात्, टैंक A में पानी की मात्रा, टैंक B के पानी

की मात्रा की 1.5 गुना है। माना V_A तथा V_B टैंक A तथा B की किसी समय t पर पानी के आयतन को दर्शाते हैं। उपरोक्त जानकारी के आधार पर, निम्न प्रश्न के उत्तर दीजिए:

कितने घण्टों पश्चात् दोनों टैंको में पानी की मात्रा समान होगी

 वीडियो उत्तर देखें

5. माना $u(x)$ और $v(x)$ अवकल समीकरणों

$$\frac{du}{dx} + p(x)u = f(x) \text{ और } \frac{dv}{dx} + p(x)v = g(x)$$

को सन्तुष्ट करते हैं, जहाँ $p(x)$, $f(x)$ और $g(x)$ सतत

फलन हैं | यदि कुछ x_1 के लिए, $u(x_1) > v(x_1)$ और

सभी $x > x_1$ के लिए $f(x) > g(x)$, सिद्ध कीजिए कि

कोई बिन्दु (x, y) , जहाँ $x > x_1$, समीकरणों $y = u(x)$

और $y = v(x)$ को सन्तुष्ट नहीं करेगा |



वीडियो उत्तर देखें

6. एक वक्र जो बिन्दु $(1,1)$ से गुजरता है, का गुणधर्म है कि मूलबिन्दु से वक्र के किसी बिन्दु पर अभिलम्ब की लम्बवत् दूरी, x -अक्ष से P की दूरी के बराबर होती है। वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

7. एक देश में 10% खाद्यान्न की कमी है। इसकी जनसंख्या में 3% प्रतिवर्ष वृद्धि होती है तथा अन्न उत्पादन में गत वर्ष की तुलना में प्रतिवर्ष वृद्धि 4% है। यदि प्रति व्यक्ति औसतन खाद्यान्न आवश्यकता समान है तो सि कीजिए कि n वर्षों पश्चात् देश, खाद्यान्न में पूर्णतया आत्म निर्भर हो जाएगा जहाँ n वह न्यूनतम पूर्णांक है जो कि $\frac{\ln 10 - \ln 9}{\ln(1.04) - 0.03}$ से अधिक या बराबर है।



वीडियो उत्तर देखें

8. 2 मीटर त्रिज्या का एक अंगोलाकार टैंक पानी से पूर्ण भरा हुआ है। जिसके तल भाग में 2 वर्ग सेमी अनुप्रस्थ काट वाली

एक टोंटी लगी है। टोंटी को कुछ समय के लिए खोल दिया जाता है। टोंटी से निकलने वाले पानी का रिसाव $V(t) = 0.6\sqrt{2gh(t)}$ नियम के अनुसार है, जहाँ $V(t)$ तथा $h(t)$ समय t पर क्रमशः टोंटी से निकलने वाले पानी का वेग तथा टोंटी से पानी के तल की ऊँचाई है तथा g गुरुत्वाकर्षण के कारण त्वरण है। टैंक के खाली होने में लगा समय ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

9. त्रिज्या R तथा ऊँचाई H के एक लम्बवृत्तीय शंकु में एक द्रव भरा है जिसके वाष्पित होने की दर उसके वायु के सम्पर्क वाले वक्र पृष्ठ के अनुक्रमानुपाती है, (अनुक्रमानुपाती नियतांक

$= k > 0$) | वह समय ज्ञात कीजिए, जिसके बाद शंकु खाली हो जायेगा |



वीडियो उत्तर देखें

10. यदि वक्र $y = f(x)$ के किसी बिन्दु पर खींची गई स्पर्शी के बिन्दु तथा x -अक्ष के बीच अन्तःखण्डित भाग की लम्बाई 1 है, तब वक्र का समीकरण होगा-



वीडियो उत्तर देखें

एकल पूर्णांक प्रश्न

1. माना की R (सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय) पर परिभाषित वास्तविक मानों वाला फलन f इस प्रकार का है की $f(1) = 1$ यदि वक्र $y = f(x)$ के बिंदु $P(x, y)$ पर खींची गयी स्पर्शी का y - अन्तः खंड P के भुज (abscissa) के घन के बराबर है ,तो $f(-3)$ का मान है



वीडियो उत्तर देखें

2. माना $f(x)$ R पर परिभाषित एक अचर अवकलनीय फलन (non constant differentiable function) R की

$$y'(x) + y(x)g'(x) = g(x)g'(x), y(0) = 0, x \in R$$

जहाँ $f(x) = \frac{dy(x)}{dx}$ और $g(x)$ एक अचर अवकलनीय

फलन (non constant differentiable function) R

पर परिभाषित है , जिसके लिए $g(0) = g(2) = 0$ है। तब

$y(2)$ का मान है



वीडियो उत्तर देखें