



# MATHS

## BOOKS - JEE MAINS & ADVANCED MATHS (HINDI)

### दीर्घवृत्त

बहुविकल्पीय प्रश्न । केवल एक विकल्प सही है

1. यदि  $P = (x, y)$ ,  $F_1 = (3, 0)$ ,  $F_2 = (-3, 0)$

और  $16x^2 + 25y^2 = 400$  हो, तो  $PF_1 + PF_2$

बराबर है-

A. 8

B. 6

C. 10

D. 12

**Answer: C**



**वीडियो उत्तर देखें**

2.  $c$  के उन मानों की संख्या, जिनके लिए रेखा

$y = 4x + c$ , वक्र  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  को स्पर्श करती है, हैं

A. 0

B. 2

C. 1

D. अनंत

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

3. यदि  $a > 2b > 0$ , तो  $m$  का वह धनात्मक मान, जिसके लिए  $y = mx - b\sqrt{1 + m^2}$ ,  $x^2 + y^2 = b^2$  और  $(x - a)^2 + y^2 = b^2$  की उभयनिष्ठ स्पर्शी हैं, हैं

A.  $\frac{2b}{\sqrt{a^2 - 4b^2}}$

B.  $\frac{\sqrt{a^2 - 4b^2}}{2b}$

C.  $\frac{2b}{a - 2b}$

D.  $\frac{b}{a - 2b}$

**Answer: A**



वीडियो उत्तर देखें

4. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{27} + y^2 = 1$ , के बिंदु  $(3\sqrt{3} \cos \theta, \sin \theta)$  जहाँ  $\theta \in (0, \pi/2)$  पर स्पर्शी खींची जाती है।  $\theta$  का वह मान जिसके लिए स्पर्शी द्वारा अक्षों पर काटे गए अन्तः खण्डों का योग न्यूनतम है, है

A.  $\frac{\pi}{3}$

B.  $\frac{\pi}{6}$

C.  $\frac{\pi}{8}$

D.  $\frac{\pi}{4}$

**Answer: B**



वीडियो उत्तर देखें

5. दीर्घवृत्त  $x^2 + 4y^2 = 16$  के किसी बिन्दु P पर खींचा गया अभिलम्ब x-अक्ष को बिन्दु Q पर मिलता है। यदि रेखाखण्ड PQ का मध्य बिन्दु M हो, तो Mका बिन्दुपथ दिए गए दीर्घवृत्त के नाभिलंबो को निम्न में से किन बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करता है?

- A.  $\left( \pm \frac{3\sqrt{5}}{2}, \pm \frac{2}{7} \right)$
- B.  $\left( \pm \frac{3\sqrt{5}}{2}, \pm \frac{\sqrt{19}}{4} \right)$
- C.  $\left( \pm 2\sqrt{3}, \pm \frac{1}{7} \right)$
- D.  $\left( \pm 2\sqrt{3}, \pm \frac{4\sqrt{3}}{7} \right)$

**Answer: C**



**वीडियो उत्तर देखें**

6. दीर्घवृत्त  $x^2 + 9y^2 = 9$  के दीर्घ-अक्षके सिरा  $A$  तथा लघु अक्ष के सिरा  $B$  से जाने वाली रेखा सहायक-वृत्त को बिन्दु  $M$  पर काटती है। शीर्ष-बिन्दुओं  $A, M$  व मूल बिन्दु  $O$  से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल है

A.  $\frac{31}{10}$  वर्ग इकाई

B.  $\frac{29}{10}$  वर्ग इकाई

C.  $\frac{21}{10}$  वर्ग इकाई

D.  $\frac{27}{10}$  वर्ग इकाई

**Answer: D**



**वीडियो उत्तर देखें**

7. आयत R जिसकी भुजायें निर्देशांक अक्षों के समांतर हैं के अंदर दीर्घवृत्त:  $\frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{4} = 1$  को उत्कीर्णित (inscribe) किया गया है। एक अन्य दीर्घवृत्त  $E_2$ , जो बिन्दु (0, 4) से गुजरता है और आयत को परिगत (circumscribe) करता है, की उत्केन्द्रता (eccentricity) निम्न है।



A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{3}{4}$

**Answer: C**



**वीडियो उत्तर देखें**

8. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ , की नाभियों से होकर जाने

वाले उस वृत्त, जिसका केंद्र  $(0, 3)$  है, का समीकरण है

A.  $x^2 + y^2 - 6y - 7 = 0$

B.  $x^2 + y^2 - 6y + 7 = 0$

C.  $x^2 + y^2 - 6y - 5 = 0$

D.  $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$

**Answer: A**



**वीडियो उत्तर देखें**

9. दीर्घवृत्त  $x^2 + 3y^2 = 6$  के केंद्र से इसकी किसी स्पर्श रेखा पर खींचे गए लम्ब के पाद का बिन्दुपथ है

A.  $(x^2 - y^2)^2 = 6x^2 + 2y^2$

B.  $(x^2 - y^2)^2 = 6x^2 - 2y^2$

C.  $(x^2 + y^2)^2 = 6x^2 + 2y^2$

D.  $(x^2 + y^2)^2 = 6x^2 - 2y^2$

**Answer: C**



**वीडियो उत्तर देखें**

10. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$  के नाभिलम्ब के सिरों पर

स्पर्श रेखाओ द्वारा बनाए गये चतुर्भुज का क्षेत्रफल है -

A.  $\frac{27}{4}$

B. 18

C.  $\frac{27}{2}$

D. 27

**Answer: D**



**वीडियो उत्तर देखें**

**बहुविकल्पीय प्रश्न | एक से अधिक विकल्प सही हैं**

1. माना दीर्घवृत्त  $x^2 + 4y^2 = 4$  के नाभिलम्ब के अन्तिम बिन्दु  $P(x_1, y_1)$  व  $Q(x_2, y_2)$ ,  $y_1 < 0, y_2 < 0$ , हैं।  
PQ नाभिलम्ब वाले परवलयों के समीकरण निम्न हैं

A.  $x^2 + 2\sqrt{3}y = 3 + \sqrt{3}$

B.  $x^2 - 2\sqrt{3}y = 3 + \sqrt{3}$

C.  $x^2 + 2\sqrt{3}y = 3 - \sqrt{3}$

D.  $x^2 - 2\sqrt{3}y = 3 - \sqrt{3}$

**Answer: B::C**



वीडियो उत्तर देखें

2. माना कि  $E_1$  और  $E_2$  दो दीर्घवृत्त हैं जिनके केन्द्र मूलबिन्दु हैं |  $E_1$  और  $E_2$  की दीर्घ अक्षायें क्रमशः x-अक्ष और y-अक्ष पर स्थित हैं | माना कि  $S: x^2 + (y - 1)^2 = 2$  एक वृत्त है | सरल रेखा  $x + y = 3$ , वक्रों  $S, E_1$  और  $E_2$  को क्रमशः P, Q और R पर स्पर्श करती है | माना कि  $PQ = PR = \frac{2\sqrt{2}}{3}$  हैं | यदि  $e_1$  और  $e_2$  क्रमशः  $E_1$  और  $E_2$  उत्केन्द्रता (eccentricities) हैं, तब सही कथन है (हैं)

A.  $e_1^2 + e_2^2 = \frac{43}{40}$

B.  $e_1 e_2 = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{10}}$

C.  $|e_1^2 - e_2^2| = \frac{5}{8}$

$$D. e_1 e_2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

**Answer: A::B**

 वीडियो उत्तर देखें

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

1. माना P, दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  जिसकी नाभि  $F_1$  और  $F_2$  हैं, पर एक बिंदु है। यदि A, त्रिभुज  $PF_1F_2$  का क्षेत्रफल है, तो A का अधिकतम मान ..... है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. एक दीर्घवृत्त कि उत्केन्द्रता  $\frac{1}{2}$  और एक नाभि बिन्दु  $P\left(\frac{1}{2}, 1\right)$  है | इसकी एक नियता वृत्त  $x^2 + y^2 = 1$  और अतिपरवलय  $x^2 - y^2 = 1$  की बिन्दु P के निकट स्थित उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा है | दीर्घवृत्त का मानक रूप में समीकरण होगा

 वीडियो उत्तर देखें

3. एक दीर्घवृत्त की अर्ध लघु अक्ष (semi minor axis) OB हैं| F और F' नाभि हैं तथा कोण  $FBF'$  एक समकोण हैं,



तो दीर्घवृत्त की उत्केन्द्रता ..... हैं।



वीडियो उत्तर देखें

## श्रृंखलाबद्ध बोधन प्रकार

1. बिंदु  $P(3,4)$  से दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  पर स्पर्शियां डाली जाती हैं जो दीर्घवृत्त को बिंदुओं A एवं B पर स्पर्श करती हैं।

A तथा B के निर्देशांक निम्न हैं

A.  $(3,0)$  और  $(0,2)$

- B.  $\left(-\frac{8}{5}, \frac{2\sqrt{161}}{15}\right)$  और  $\left(-\frac{9}{5}, \frac{8}{5}\right)$
- C.  $\left(-\frac{8}{5}, \frac{2\sqrt{161}}{15}\right)$  और  $(0, 2)$
- D.  $(3, 0)$  और  $\left(-\frac{9}{5}, \frac{8}{5}\right)$

**Answer: D**

 वीडियो उत्तर देखें

2. बिन्दु  $P(3, 4)$  से दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  पर खींची गई स्पर्श रेखाएं इस दीर्घवृत्त को A एवं B बिन्दुओं पर स्पर्श करती हैं।

त्रिभुज PAB का लम्बकेन्द्र है ।

A.  $\left(5, \frac{8}{7}\right)$

B.  $\left(\frac{7}{5}, \frac{25}{8}\right)$

C.  $\left(\frac{11}{5}, \frac{8}{5}\right)$

D.  $\left(\frac{8}{25}, \frac{7}{5}\right)$

**Answer: c**



**वीडियो उत्तर देखें**

3. बिन्दु  $P(3, 4)$  से दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  पर खींची

गई स्पर्श रेखाएं इस दीर्घवृत्त को A एवं B बिन्दुओं पर स्पर्श

करती है।

उस बिन्दु के बिन्दुपथ का समीकरण, जिसकी बिन्दु P तथा सरल रेखा AB से दूरियाँ बराबर हैं, होगा

A.

$$9x^2 + y^2 - 6xy - 54x - 62y + 241 = 0$$

B.

$$x^2 + 9y^2 + 6xy - 54x + 62y - 241 = 0$$

C.

$$9x^2 + 9y^2 - 6xy - 54x - 62y - 241 = 0$$

D.  $x^2 + y^2 - 2xy + 27x + 31y - 120 = 0$

**Answer: A**



**वीडियो उत्तर देखें**

4. माना कि  $F_1(x_1, 0)$  और  $F_2(x_2, 0)$ , जिसमें  $x_1 < 0, x_2 > 0$  दीर्घवृत्त (ellipse)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$  की नाभियाँ (Foci) है | माना कि एक परवलय (parabola) जिसका शीर्ष (vertex) मूलबिन्दु (origin) पर और नाभि (focus)  $F_2$  पर है, दीर्घवृत्त को प्रथम चतुर्थांश (first quadrant) में M पर और चतुर्थ चतुर्थांश (fourth quadrant) में N पर प्रतिच्छेदित करता है |

त्रिभुज  $F_1MN$  का लम्बकेन्द्र (orthocenter) है

A.  $\left(-\frac{9}{10}, 0\right)$

B.  $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$

C.  $\left(\frac{9}{10}, 0\right)$

D.  $\left(\frac{2}{3}, \sqrt{6}\right)$

**Answer: A**



**वीडियो उत्तर देखें**

5. यदि दीर्घवृत्त के बिंदुओं M और N पर स्पर्श रेखाएं (tangents) R पर मिलती हैं और परवलय के बिंदु M पर अभिलम्ब x-अक्ष को Q पर मिलता है, तब  $\Delta MQR$  के

क्षेत्रफल और चतुर्भुज (quadrilateral)  $MF_1NF_2$  के क्षेत्रफल का अनुपात (ratio) हैं

A. 3:4

B. 4:5

C. 5:8

D. 2:3

**Answer: c**



उत्तर देखें

1. माना दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  के केन्द्र से, दीर्घवृत्त के बिन्दु P पर बनी स्पर्श रेखा की लम्बवत् दूरी d है। यदि  $F_1$  तथा  $F_2$  दीर्घवृत्त की दो नाभियाँ हैं, तो प्रदर्शित कीजिए कि  $(PF_1 - PF_2)^2 = 4a^2 \left[ 1 - \frac{b^2}{d^2} \right]$  होगा।



वीडियो उत्तर देखें

2. दीर्घवृत्त  $x^2 + 4y^2 = 4$  की स्पर्श रेखा, दीर्घवृत्त  $x^2 + 2y^2 = 6$  को P व Q बिन्दुओं पर मिलती है। सिद्ध कीजिए कि P व Q पर दीर्घवृत्त  $x^2 + 2y^2 = 6$  की स्पर्श रेखायें लम्बवत् होंगी।





वीडियो उत्तर देखें

3. माना कि दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  जिसका केन्द्र 'O' है,

जहाँ  $a > b > 0$  है। दीर्घवृत्त पर स्थिति किसी बिन्दु P से स्पर्श

रेखा निर्देशांक अक्षों को X एवं Y पर मिलती है एवं N मूल

बिन्दु से स्पर्श रेखा के ऊपर डाले गया लम्बपाद है। XY की

न्यूनतम लम्बाई 36 तथा PN की अधिकतम लम्बाई 4 है।

त्रिभुज OPN का अधिकतम क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।



वीडियो उत्तर देखें

4. ABC एक समबाहु त्रिभुज है जो वृत्त  $x^2 + y^2 = a^2$  के

अन्दर स्थित है। माना कि दीर्घवृत्त

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b)$  के दीर्घाक्ष पर, बिन्दुओं A, B

व C डाले गए अभिलम्ब, दीर्घवृत्त को क्रमशः P, Q, R पर

मिलते हैं, ताकि P, Q, R दीर्घअक्ष के एक ही ओर स्थित हों।

सिद्ध कीजिए कि, बिन्दुओं P, Q, R पर बने अभिलम्ब संगामी

हैं।



वीडियो उत्तर देखें

5. माना बिन्दु P दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  पर है। माना P से होकर जाने वाली y अक्ष के समान्तर रेखा वृत्त  $x^2 + y^2 = a^2$  को बिन्दु पर इस प्रकार मिलती है कि P तथा Ox-अक्ष के एक ही ओर स्थित हैं। दो धनात्मक वास्तविक संख्याओं  $v$  के लिए, PO पर का बिन्दुपथ क्या होगा? जो PQ पर इस प्रकार है कि  $PR:RQ = r:s$

 वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्त में नाभि से किसी स्पर्श रेखा पर डाला गया लम्ब, दीर्घवृत्त के केन्द्र वसम्पर्क छिको जोड़ने

वाली रेखा, संगत नियता पर मिलती है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. प्रथम चतुर्थांश में वृत्त  $x^2 + y^2 = 16$  तथा  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$  की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। निर्देशी अक्षों के मध्य स्पर्श रेखा के अन्तःखण्ड की लम्बाई भी ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

एकल पूर्णांक प्रश्न

1. बिन्दु  $(h, 0)$  से गुजरने वाली एक ऊर्ध्वाधर रेखा दीर्घवृत्त

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$$
 को बिन्दुओं P तथा Q पर काटती है।

माना कि बिन्दुओं P तथा Q पर दीर्घवृत्त की स्पर्शरेखाएँ बिन्दु

R पर मिलती हैं। यदि  $\Delta(h) =$  त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल,

$$\Delta_1 = \max_{1/2 \leq h \leq 1} \Delta(h) \quad \text{और}$$

$$\Delta_2 = \min_{1/2 \leq h \leq 1} \Delta(h) \quad \text{है तब} \quad \frac{8}{\sqrt{5}} \Delta_1 - 8\Delta_2 =$$



वीडियो उत्तर देखें