



MATHS

BOOKS - JEE MAINS & ADVANCED MATHS (HINDI)

सतत्ता एवं अवकलनीयता

बहुविकल्पीय प्रश्न ।

1. एक वास्तविक संख्या y के लिए, माना $[y]$, y या y से से छोटे महत्तम पूर्णांक को

प्रदर्शित करता है। तब फलन $f(x) = \frac{\tan[\pi(x - \pi)]}{1 + [x]^2}$ है

A. किसी x पर असतत

B. सभी x के लिए सतत, परन्तु अवकलज $f'(x)$ कुछ x के लिए अस्तित्वविहीन है

C. $f'(x)$ का अस्तित्व है सभी x के लिए, परन्तु अवकलज $f''(x)$ कुछ x के लिए अस्तित्वहीन है

D. सभी x के लिए $f'(x)$ का अस्तित्व है

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

2. फलन $f(x) = \frac{\log(1 + ax) - \log(1 - bx)}{x}$, $x = 0$ के लिए परिभाषित

नहीं है। वह मान जो f के, $x = 0$ पर सतत होने के लिए f को निरूपित करेगा, है

A. $a - b$

B. $a + b$

C. $\log a + \log b$

D. इनमे से कोई नहीं

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

3. यदि $f(x) = x(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})$, तब

- A. $f(x)$, $x = 0$ पर सतत है परन्तु अवकलनीय नहीं है
- B. $f(x)$, $x = 0$ पर अवकलनीय है
- C. $f(x)$, $x = 0$ पर अवकलनीय नहीं है
- D. उपरोक्त में से कोई नहीं

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

4. उन सभी बिन्दुओ का समुच्चय, जहाँ $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$ अवकलनीय है, है

A. $(-\infty, \infty)$

B. $[0, \infty)$

C. $(0, \infty)$

D. इनमे से कोई नहीं

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

5. यदि $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$, तब अंतराल $[0, \pi]$ पर

A. $\tan[f(x)]$ और $1/f(x)$ दोनों सतत हैं

B. $\tan[f(x)]$ और $1/f(x)$ दोनों असतत हैं

C. $\tan[f(x)]$ और $f^{-1}(x)$ दोनों सतत हैं

D. $\tan[f(x)]$ सतत परन्तु $1/f(x)$ सतत नहीं है

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

6. फलन $f(x) = [x] \cos\left(\frac{2x - 1}{2}\right)\pi$, $[\cdot]$ महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है, असतत है

- A. सभी x के लिए
- B. सभी पूर्णांक बिन्दुओं के लिए
- C. किसी भी x के लिए नहीं
- D. x के लिए जोकि एक पूर्णांक नहीं है |

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

7. माना $[\cdot]$, महत्तम पूर्णांक फलन को प्रदर्शित करता है और $f(x) = [\tan^2 x]$,

तब

- A. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ अस्तित्वविहीन है
- B. $f(x)$, $x = 0$ पर सतत है
- C. $f(x)$, $x = 0$ पर अवकलनीय नहीं है
- D. $f'(0) = 1$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

8. फलन $f(x) = [x]^2 - [x^2]$ (जहाँ $[y]$, y या y से छोटे महत्तम पूर्णांक को प्रदर्शित करता है), असतत है

- A. सभी पूर्णांक के लिए

B. 0 और 1 को छोड़कर सभी पूर्णाकों के लिए

C. 0 को छोड़कर सभी पूर्णाकों के लिए

D. 1 को छोड़कर सभी पूर्णाकों के लिए

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

9. फलन $f(x) = (x^2 - 1)|x^2 - 3x + 2| + \cos|x|$ किस बिंदु पर अवकलनीय नहीं है ?

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

10. माना $f: R \rightarrow R$ कोई फलन है | $g: R \rightarrow R$ सभी x के लिए $g(x) = |f(x)|$ द्वारा परिभाषित है | तब g है

- A. आच्छादक, यदि f आच्छादक है |
- B. एकैकी, यदि f एकैकी है |
- C. सतत, यदि f सतत है |
- D. अवकलनीय, यदि f अवकलनीय है |

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

11. माना फलन $f: R \rightarrow R, f(x) = \max \{x, x^3\}$ द्वारा परिभाषित है | उन सभी बिन्दुओं का समुच्चय, जिन पर फलन अवकलनीय नहीं है, है

- A. $\{-1, 1\}$
- B. $\{-1, 0\}$
- C. $\{0, 1\}$
- D. $\{-1, 0, 1\}$

Answer: D

 वीडियो उत्तर देखें

12. $f(x) = [x]\sin(\pi x)$ का $x = k$ पर, जहाँ k एक पूर्णांक है, बायाँ अवकलज है

- A. $(-1)^k(k-1)\pi$
- B. $(-1)^{k-1}(k-1)\pi$

C. $(-1)^k k\pi$

D. $(-1)^{k-1} k\pi$

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

13. निम्न में से कौन-सा फलन $x = 0$ पर अवकलनीय है ?

A. $\cos(|x|) + |x|$

B. $\cos(|x|) - |x|$

C. $\sin(|x|) + |x|$

D. $\sin(|x|) - |x|$

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

14. फलन $f(x) = \begin{cases} \tan^{-1} x & , |x| \leq 1 \\ \frac{1}{2}(|x| - 1) & , |x| > 1 \end{cases}$ के अवकलज (derivative)

का प्रान्त है

A. $\mathbb{R} - \{0\}$

B. $\mathbb{R} - \{1\}$

C. $\mathbb{R} - \{-1\}$

D. $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

15. माना $f(x) = ||x| - 1|$, तब वह/वे बिंदु, जहाँ $f(x)$ अवकलनीय नहीं है/हैं

A. $0, \pm 1$

B. ± 1

C. 0

D. 1

Answer: A

 वीडियो उत्तर देखें

16. यदि f एक अवकलनीय फलन है, जो $f(1/n) = 0, n \geq 1, n \in I$ को संतुष्ट करता है, तब

A. $f(x) = 0, x \in (0, 1]$

B. $f'(0) = 0 = f(0)$

C. $f(0) = 0$ परन्तु $f'(0)$ का शून्य होना आवश्यक नहीं है

D. $|f(x)| \leq 1, x \in (0, 1]$

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

17. यदि f दो बार अवकलनीय फलन है, तथा $f(1) = 1$, $f(2) = 4$, $f(3) = 9$, तब

A. $f''(x) = 2$, सभी $x \in R$ के लिए

B. $f'(x) = 5 = f''(x)$, कुछ $x \in (1, 3)$ के लिए

C. x का $(1, 3)$ में कम-से-कम एक मान है जिसके लिए $f'(x) = 2$ है

D. उपरोक्त में से कोई नहीं

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

18. माना $g(x) = \frac{(x-1)^n}{\log \cos^m(x-1)}$, $0 < x < 2$, m व n पूर्णांक हैं,

$m \neq 0$, $n > 0$ तथा माना $x = 1$ पर $(x-1)$ का बायाँ अवकलज (left hand

derivative) p है |

यदि $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = p$, तब

A. $n = 1, m = 1$

B. $n = 1, m = -1$

C. $n = 2, m = 2$

D. $n > 2, m = n$

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

19. दिया है, $f(x) = \begin{cases} x^2 \left| \cos \frac{\pi}{x} \right| & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$, $x \in R$, तब f

A. $x = 0$ एवं $x = 2$ दोनों पर अवकलनीय है

B. $x = 0$ पर अवकलनीय है परन्तु $x = 2$ पर अवकलनीय नहीं है

C. $x = 0$ पर अवकलनीय नहीं है परन्तु $x = 2$ पर अवकलनीय है

D. $x = 0$ एवं $x = 2$ दोनों पर अवकलनीय नहीं है

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

20. यदि f तथा g , $[0, 1]$ में अवकलनीय फलन हैं जो $f(0) = 2 = g(1)$, $g(0) = 0$ और $f(1) = 6$ को संतुष्ट करते हैं, तो किसी $c \in [0, 1]$ के लिए

A. $2f'(c) = g'(c)$

B. $2f'(c) = 3g'(c)$

C. $f'(c) = g'(c)$

D. $f'(c) = 2g'(c)$

Answer: D

 वीडियो उत्तर देखें

21. यदि फलन $g(x) = \begin{cases} k\sqrt{x+1} & 0 \leq x \leq 3 \\ mx+2 & 3 < x \leq 5 \end{cases}$ अवकलनीय हो, तब $k + m$ का मान होगा

A. 2

B. $\frac{16}{5}$

C. $\frac{10}{3}$

D. 4

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

22. $x \in R$ के लिए $f(x) = |\log 2 - \sin x|$ तथा $g(x) = f(f(x))$ हैं, तो

A. $x = 0$ पर g अवकलनीय नहीं है

B. $g'(0) = \cos(\log 2)$ है

C. $g'(0) = -\cos(\log 2)$ है

D. $x = 0$ पर g अवकलनीय है तथा $g'(0) = -\sin(\log 2)$ है

Answer: A::B

 उत्तर देखें

बहुविकल्पीय प्रश्न ii

1. यदि $x + |y| = 2y$ तब y, x का फलन हे जो

A. सभी वास्तविक x के लिए परिभाषित है

B. $x = 0$ पर सतत है

C. सभी x के लिए अवकलनीय है

D. इस प्रकार है, कि $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3}$, $x < 0$ के लिए

Answer: A::B::D



वीडियो उत्तर देखें

2. फलन $f(x) = 1 + |\sin x|$

- A. किसी भी बिंदु पर सतत नहीं है
- B. सभी बिन्दुओ पर सतत है
- C. $x = 0$ पर अवकलनीय है
- D. अनंत बिन्दुओ पर अवकलनीय नहीं है

Answer: B::D



वीडियो उत्तर देखें

3. माना $[x]$, x या x से छोटे महत्तम पूर्णांक को प्रदर्शित करता है | यदि

$$f(x) = [x \sin \pi x], \text{ तो } f(x) \text{ है}$$

- A. $x = 0$ पर सतत
- B. $(-1, 0)$ में सतत
- C. $x = 1$ पर अवकलनीय
- D. $(-1, 1)$ में अवकलनीय

Answer: A::B::D

 उत्तर देखें

4. फलन $f(x) = \begin{cases} |x - 3|, & x \geq 1 \\ x^2/4 - 3x/2 + 13/4, & x < 1 \end{cases}$ है।

- A. $x = 1$ पर सतत है
- B. $x = 1$ पर अवकलनीय है

C. $x = 1$ पर असतत है

D. $x = 3$ पर अवकलनीय है

Answer: A::B

 वीडियो उत्तर देखें

5. निम्नलिखित फलन $(0, \pi)$ में सतत है

A. $\tan x$

B. $\int_0^x t \sin \frac{1}{t} dt$

C. $\begin{cases} 1, 0 \leq x \leq \frac{3\pi}{4} \\ 2 \sin \frac{2}{9}x, \frac{3\pi}{4} < x < \pi \end{cases}$

D. $\begin{cases} x \sin x, 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} \sin(\pi + x), \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$

Answer: B::C

 वीडियो उत्तर देखें

6. माना $h(x) = \min \{x, x^2\}$, प्रत्येक वास्तविक संख्या x के लिए, तब

- A. h , सभी x के लिए सतत है
- B. h , सभी x के लिए अवकलनीय है
- C. $h'(x) = 1$, सभी $x > 1$ के लिए
- D. h , x के दो मानों के लिए अवकलनीय नहीं है

Answer: A::C::D



वीडियो उत्तर देखें

7. यदि $f(x) = \min \{1, x^2, x^3\}$, तब

- A. $f(x)$, सभी जगह सतत है
- B. $f(x)$, सभी जगह सतत और अवकलनीय है

C. $f(x)$, दो बिन्दुओं पर अवकलनीय नहीं है

D. $f(x)$, एक बिंदु पर अवकलनीय नहीं है

Answer: A::D

 वीडियो उत्तर देखें

8. माना लीजिये $f: R \rightarrow R$ एक फलन है, जो समीकरण

$$f(x + y) = f(x) + f(y), \forall x, y \in R$$

को संतुष्ट करता है। यदि $x=0$ पर फलन $f(x)$ अवकलनीय (differentiable) है, तो -

A. $f(x)$ केवल एक ऐसे सिमित अंतराल में, जिसमें शून्य स्थित है, अवकलनीय है

B. $f(x)$, $\forall x \in R$ सतत है

C. $f'(x)$, $\forall x \in R$ एक अचर है

D. x के कुल सिमित मानों को छोड़कर, $f(x)$ सब जगह अवकलनीय है

Answer: A::B::C::D



वीडियो उत्तर देखें

9. यदि $f(x) = \begin{cases} -x - \frac{\pi}{2}, & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ -\cos x & -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ x - 1 & 0 < x \leq 1 \\ \ln x & x > 1 \end{cases}$ हो, तब-

- A. $f(x)$, $x = -\frac{\pi}{2}$ पर सतत है
- B. $f(x)$, $x = 0$ पर, अवकलनीय नहीं है
- C. $f(x)$, $x = 1$ पर, अवकलनीय है
- D. $f(x)$, $x = -\frac{3}{2}$ पर, अवकलनीय है

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

10. माना कि प्रत्येक पूर्णांक n के लिए a_n और b_n वास्तविक संख्याएँ हैं | फलन

$f: R \rightarrow R$ निम्न प्रकार से परिभाषित है

$$f(x) = \begin{cases} a_n + \sin \pi x & , x \in (2n, 2n + 1) \\ b_n + \cos \pi x & , x \in (2n - 1, 2n) \end{cases}, \text{ प्रत्येक पूर्णांक } n \text{ के लिए,}$$

यदि f सतत है, तब प्रत्येक n के लिए निम्न में से कौन-सा कथन सही है/हैं ?

A. $a_{n-1} - b_{n-1} = 0$

B. $a_n - b_n = 1$

C. $a_n - b_{n+1} = 1$

D. $a_{n-1} - b_n = -1$

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

11. माना $f: [a, b] \rightarrow [1, \infty)$ एक सतत फलन है तथा $g: R \rightarrow R$ निम्नानुसार

$$g(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \int_a^x f(t) dt & a \leq x \leq b, \text{ परिभाषित है, तब} \\ \int_a^b f(t) dt & x > b \end{cases}$$

A. a पर $g(x)$ सतत (continuous) है परन्तु अवकलनीय (differentiable)

नहीं है

B. R पर $g(x)$ अवकलनीय है

C. b पर $g(x)$ सतत है परन्तु अवकलनीय नहीं है

D. a या b पर $g(x)$ सतत एवं अवकलनीय है परन्तु दोनों पर नहीं

Answer: C

 उत्तर देखें

12. माना कि $f: R \rightarrow R, g: R \rightarrow R$ और $h: R \rightarrow R$ ऐसे अवकलनीय फलन (differentiable functions) हैं कि सभी $x \in R$ के लिए

$f(x) = x^3 + 3x + 2$, $g(f(x)) = x$ और $h(g(x)) = x$ हैं | तब

A. $g'(2) = \frac{1}{15}$

B. $h'(1) = 666$

C. $h(0) = 16$

D. $h(g(3)) = 36$

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

13. माना कि $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ एक अवकलनीय (differentiable) फलन ऐसा है

कि सभी $x \in (0, \infty)$ के लिए $f'(x) = 2 - \frac{f(x)}{x}$, और $f(1) \neq 1$ है | तब

A. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'\left(\frac{1}{x}\right) = 1$

B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x f\left(\frac{1}{x}\right) = 2$

C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 f'(x) = 0$

D. सभी $x \in (0, 2)$ के लिए, $|f(x)| \leq 2$

Answer: C

 उत्तर देखें

14. माना कि $a, b \in R$ और $f: R \rightarrow R, f(x) = a \cos(|x^3 - x|) + b|x|\sin(|x^3 + x|)$ से परिभाषित है | तब f

A. $x = 0$ पर अवकलनीय (differentiable) है, यदि $a = 0$ और $b = 1$

B. $x = 1$ पर अवकलनीय है, यदि $a = 1$ और $b = 0$

C. $x = 0$ पर अवकलनीय नहीं है, यदि $a = 1$ और $b = 0$

D. $x = 1$ पर अवकलनीय नहीं है, यदि $a = 1$ और $b = 1$

Answer: A

 उत्तर देखें

15. माना कि फलन

$$f: \left[-\frac{1}{2}, 2\right] \rightarrow \mathbb{R} \quad g: \left[-\frac{1}{2}, 2\right] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = [x^2 - 3]$$

और $g(x) = |x| f(x) + |4x-7| f(x)$ से परिभाषित है, जहाँ $y \in \mathbb{R}$ के लिए y से कम या y के बराबर के महत्तम पूर्णांक (greatest integer less than or equal to) को $[y]$ द्वारा दर्शाया गया है। तब

- A. $\left[-\frac{1}{2}, 2\right]$ में f ठीक तीन (exactly three) बिन्दुओं पर असतत (discontinuous) है
- B. $\left[-\frac{1}{2}, 2\right]$ में f ठीक चार (exactly four) बिन्दुओं पर असतत है
- C. $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ में g ठीक चार (exactly four) बिन्दुओं पर अवकलनीय (differentiable) नहीं है
- D. $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ में g ठीक पाँच (exactly five) बिन्दुओं पर अवकलनीय (differentiable) नहीं है

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

1. माना $f(x) = \begin{cases} (x^3 + x^2 - 16x + 20) / (x - 2)^2 & x \neq 2 \\ k & x = 2 \end{cases}$ यदि

$f(x)$, x के सभी मानों के लिए सतत है, तो $k = \dots$

A. 0

B. 1

C. 7

D. 10

Answer: C



वीडियो उत्तर देखें

2. माना $f(x) = \begin{cases} (x - 1)^2 \sin \frac{1}{(x-1)} - |x| & , x \neq 1 \\ -1 & , x = 1 \end{cases}$ एक वास्तविक

मान वाला फलन है | तब उन बिन्दुओ का समुच्चय, जिन पर फलन अवकलनीय नहीं है, होगा |

A. $x = 1$

B. $x = 0$

C. $x = 2$

D. $x = 4$

Answer: B



वीडियो उत्तर देखें

3. एक असतत फलन $y = f(x)$, समीकरण $x^2 + y^2 = 4$ को संतुष्ट करता है, तो

$f(x) = \dots\dots\dots$



वीडियो उत्तर देखें

4. फलन $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{1/x}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ के लिए, दायें अवकलज $f'(0^+) =$
..... और बायें अवकलज $f'(0^-) =$



वीडियो उत्तर देखें

5. माना $f(x) = x|x|$ उन बिन्दुओ का समुच्चय, जहाँ $f(x)$ दो बार अवकलनीय है,
..... है |



वीडियो उत्तर देखें

6. माना $f(x) = [x] \sin\left(\frac{\pi}{[x+1]}\right)$ जहाँ $[.]$ महत्म् पूर्णांक फलन को निरूपित करता है। f का प्रान्त और f के प्रान्त में असतत बिंदु क्रमशः होंगे



वीडियो उत्तर देखें

श्रृंखलात्मक बोधन प्रकार

1. दिया गया है कि प्रत्येक $a \in (0, 1)$ के लिए सीमा

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \int_h^{1-h} t^{-a}(1-t)^{a-1} dt \text{ वास्तव में है | माना यह सीमा } g(a) \text{ है इसके}$$

अतिरिक्त यह भी दिया गया है कि अंतराल (interval) $(0, 1)$ पर फलन $g(a)$

अवकलनीय है |

$g\left(\frac{1}{2}\right)$ का मान है

A. π

B. 2π

C. $\pi/2$

D. $\pi/4$

Answer: A



वीडियो उत्तर देखें

2. दिया गया है कि प्रत्येक $a \in (0, 1)$ के लिए सीमा

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \int_h^{1-h} t^{-a}(1-t)^{a-1} dt \text{ वास्तव में है | माना यह सीमा } g(a) \text{ है इसके}$$

अतिरिक्त यह भी दिया गया है कि अंतराल (interval) $(0, 1)$ पर फलन $g(a)$

अवकलनीय है |

$g'(1/2)$ का मान है

A. $\frac{\pi}{2}$

B. π

C. $-\frac{\pi}{2}$

D. 0

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें

मैट्रिक्स सुमेल प्रकार

1. स्तम्भ I में दिए गए फलनों का स्तम्भ II में दिए गए गुणों के साथ सुमेल कराये।

| I | II |
|-------------------------|-------------------|
| (a) $x x $ | (p) $(-1, 1)$ |
| (b) $\sqrt{ x }$ | (q) $(-1, 1)$ |
| (c) $x + [x]$ | (r) $(-1, 1)$ |
| (d) $ x - 1 + x + 1 $ | (s) $(-1, 1)$ - - |

 उत्तर देखें

वृद्धकथन कारण प्रकार

1. कथन - 1 : $\sin x$ एवं $\cos x$ दोनों अंतराल $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ में ह्रासमान है

कथन - 2 : यदि एक अवकलनीय फलन अंतराल (a, b) में ह्रासमान है, तब इस फलन का अवकलन गुणांक भी अंतराल (a, b) में ह्रासमान है।

A. वक्तव्य I सत्य है, वक्तव्य II सत्य है, वक्तव्य III वक्तव्य IV का सही स्पष्टीकरण है

B. वक्तव्य I सत्य है, वक्तव्य II सत्य है, वक्तव्य II, वक्तव्य I का सही स्पष्टीकरण नहीं है

C. वक्तव्य I सत्य है, वक्तव्य II असत्य है

D. वक्तव्य I असत्य है, वक्तव्य II सत्य है

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

2. माना वास्तविक मानों वाले फलन f और g अंतराल $(-1,1)$ पर इस प्रकार परिभाषित है कि $g''(x)$ संतत है, $g(0) \neq 0$, $g'(0)$, $g''(0) \neq 0$ तथा $f(x) = g(x) \sin x$

$$\text{वक्तव्य : 1 } \lim_{x \rightarrow 0} [g(x) \cot x - g(0) \operatorname{cosec} x] = f''(0)$$

तथा

$$\text{वक्तव्य - 2 : } f'(0) = g(0)$$

A. वक्तव्य I सत्य है, वक्तव्य II सत्य है, वक्तव्य II, वक्तव्य I का सही स्पष्टीकरण है

B. वक्तव्य I सत्य है, वक्तव्य II सत्य है, वक्तव्य II, वक्तव्य I का सही स्पष्टीकरण नहीं है

C. वक्तव्य I सत्य है, वक्तव्य II असत्य है

D. वक्तव्य I असत्य है, वक्तव्य II सत्य है

Answer: B

 वीडियो उत्तर देखें

विक्षेपणात्मक प्रश्न

1. माना $f(x + y) = f(x) + f(y)$, सभी x और y के लिए | यदि $f(x)$, $x = 0$ पर सतत है, दिखाइए कि $f(x)$ सभी x के लिए सतत है |

 वीडियो उत्तर देखें

2. a, b, c के वे मान ज्ञात कीजिए, जिनके लिए फलन

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x} & x < 0 \\ c & x = 0 \\ \frac{(x+bx^2)^{1/2} - x^{1/2}}{bx^{3/2}} & x > 0 \end{cases} \quad x = 0 \text{ पर सतत है।}$$

 वीडियो उत्तर देखें

3. माना $f(x) = \begin{cases} 1+x & 0 \leq x \leq 2 \\ 3-x & 2 < x \leq 3 \end{cases}$ $g(x) = f[f(x)]$ का रूप ज्ञात कीजिए तथा साथ ही g के असततता के बिंदु यदि हैं, ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

4. माना $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} & 0 \leq x < 1 \\ 2x^2 - 3x + \frac{3}{2} & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ f, f' और f'' की सततता

$[0, 2]$ पर ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

5. माना $f(x) = x^3 - x^2 + x + 1$ और

$$g(x) = \begin{cases} \max \{f(t), 0 \leq t \leq x\} & 0 \leq x \leq 1 \\ 3 - x & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

फलन $g(x)$ की सततता तथा अवकलनीयता अंतराल $(0, 2)$ पर ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

6. माना $f(x)$, अंतराल $[-2, 2]$ पर इस प्रकार परिभाषित है, कि

$$f(x) = \begin{cases} -1 & -2 \leq x \leq 0 \\ x - 1 & 0 < x \leq 2 \end{cases} \text{ और } g(x) = f(|x|) + |f(x)| \text{ की } (-2,$$

2) में अवकलनीयता की जाँच कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

7. माना $g(x)$ एक कोटि का बहुपद है तथा

$$f(x), f(x) = \begin{cases} g(x) & x \leq 0 \\ \left(\frac{1+1}{2+x}\right)^{1/x} & x > 0 \end{cases} \text{ द्वारा परिभाषित है संतत् फलन } f(x)$$

ज्ञात कीजिए जो $f'(1) = f(-1)$ को सन्तुष्ट करता है।



वीडियो उत्तर देखें

8. माना $f(x)$ एक सतत और $g(x)$ एक असतत फलन है | सिद्ध कीजिए कि $f(x) + g(x)$ एक असतत फलन है |



वीडियो उत्तर देखें

9. माना $f(x)$ एक फलन है, जो $f(-x) = f(x)$ को x के सभी मानों के लिए संतुष्ट करता है | यदि $f'(0)$ का अस्तित्व है, तो इसका मान ज्ञात कीजिए |



वीडियो उत्तर देखें

10. माना R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है तथा $f: R \rightarrow R$ इस प्रकार है कि सभी x और y जोकि R में हैं, के लिए $|f(x) - f(y)|^2 \leq (x - y)^3$ सिद्ध कीजिए कि $f(x)$ अचर है |



वीडियो उत्तर देखें

11. $y = [x] + |1 - x|$, $-1 \leq x \leq 3$ का लेखाचित्र बनाइए | वह बिंदु, जहाँ यह फलन अवकलनीय नहीं है, यदि है, तो ज्ञात कीजिए |

 उत्तर देखें

12. a और b के वे मान ज्ञात कीजिए, जिनके लिए फलन

$$f(x) = \begin{cases} x + a\sqrt{2}\sin x & 0 \leq x \leq \pi/4 \\ 2x \cot x + b & \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ a \cos 2x - b \sin x & \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases} \quad 0 \leq x \leq \pi \text{ में सतत है |}$$

 वीडियो उत्तर देखें

13. एक फलन $f: R \rightarrow R$ सभी $x, y \in R$, $f(x) \neq 0$ के लिए समीकरण $f(x + y) = f(x)f(y)$ को संतुष्ट करता है। मान लीजिए कि यह फलन $x = 0$ पर अवकलनीय है तथा $f'(0) = 2$ है। सिद्ध कीजिए कि $f'(x) = 2f(x)$ है।

A. $\log x$

B. e^x

C. e^{2x}

D. इनमे से कोई नहीं है

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

14. माना $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 4x}{x^2} & x < 0 \\ a & x = 0 \\ \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{16 + \sqrt{x}} - 4} & x > 0 \end{cases}$

यदि सम्भव हो, तो a का मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए फलन $x = 0$ पर सतत है।

 वीडियो उत्तर देखें

$$15. \text{ माना } f(x) = \begin{cases} \{1 + |\sin x|\}^{a/|\sin x|} & \frac{\pi}{6} < x < 0 \\ b & x = 0 \\ e^{\tan 2x / \tan 3x} & 0 < x < \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

a और b के मान ज्ञात कीजिए, जिनके लिए $f(x)$, $x = 0$ पर सतत हो |

 वीडियो उत्तर देखें

16. माना $f\left[\frac{(x+y)}{2}\right] = \left\{\frac{f(x) + f(y)}{2}\right\}$, सभी वास्तविक x और y के लिए, यदि $f'(0)$ का अस्तित्व है तथा '-1' के बराबर है और $f(0) = 1$, तब $f(2)$ ज्ञात कीजिए |

 वीडियो उत्तर देखें

$$17. \text{ माना } f(x) = \begin{cases} xe^{-\left(\frac{1}{|x|} + \frac{1}{x}\right)} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \text{ है तो } F(x) \text{ है.}$$

A. $x = 0$ पर $f(x)$ अवकलनीय है

B. $x = 0$, पर $f(x)$ सतत है

C. $x = 0$, पर $f(x)$ सतत है परंतु अवकलनीय नहीं

D. $x = 0$, पर $f(x)$ न तो सतत है न ही अवकलनीय

Answer: C

 वीडियो उत्तर देखें

18. x के वे मान ज्ञात कीजिए, जिनके लिए निम्न फलन सतत या अवकलनीय नहीं है

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x & x < 1 \\ (1 - x)(2 - x) & 1 \leq x \leq 2 \\ 3 - x & x > 2 \end{cases}$$

 वीडियो उत्तर देखें

19. माना $\alpha \in R$ सिद्ध कीजिए कि फलन $f: R \rightarrow R$, α पर अवकलनीय है, यदि और केवल यदि एक फलन $g: R \rightarrow R$ मिलता है, जोकि α पर सतत है तथा

$f(x) - f(\alpha) = g(x)(x - \alpha)$ को सभी $x \in R$ के लिए संतुष्ट करता है।

 वीडियो उत्तर देखें

20. माना $f(x) = \begin{cases} x + a & x < 0 \\ |x - 1| & x \geq 0 \end{cases}$ और

$$g(x) = \begin{cases} x + 1 & x < 0 \\ (x - 1)^2 + b & x \geq 0 \end{cases}$$

जहाँ a और b अक्रणात्मक वास्तविक संख्याएँ हैं।

संयुक्त फलन $g \circ f$ ज्ञात कीजिए। यदि सभी वास्तविक x के लिए फलन $(g \circ f)(x)$

सतत है, तो a और b ज्ञात कीजिए। साथ ही ज्ञात कीजिए कि क्या a और b के उक्त

मानों के लिए $g \circ f, x = 0$ पर अवकलनीय है? अपने उत्तर को सत्यापित कीजिए।

 उत्तर देखें

21. $f(x) = \begin{cases} b \sin^{-1}\left(\frac{x+c}{2}\right) & -\frac{1}{2} < x < 0 \\ \frac{1}{2} & x = 0 \\ \frac{e^{\frac{ax}{2}} - 1}{x} & 0 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$ यदि $f(x), x = 0$ पर

अवकलनीय है और $|c| < \frac{1}{2}$, तो a का मान ज्ञात कीजिए और सिद्ध कीजिए कि

$$64b^2 = (4 - c^2)$$



वीडियो उत्तर देखें

22. यदि $f: [-1, 1] \rightarrow R$ और $f'(0) = \lim_{n \rightarrow \infty} nf(1/n)$ और $f(0) = 0$

तब $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{\pi}(n+1)\cos^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) - n$ का मान ज्ञात कीजिए, जब

$$0 < \left| \lim_{n \rightarrow \infty} \cos^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) \right| < \frac{\pi}{2}$$



उत्तर देखें

एकल पूर्णांक प्रश्न

1. माना $f, g: [-1, 2] \rightarrow R$ सतत फलन हैं जोकि अंतराल $(-1, 2)$ में दो बार अवकलनीय (twice differentiable) है | माना f और g के मान, बिन्दुओ $-1, 0$ और 2 पर निम्न सारणी में दर्शाए गए हैं

यदि प्रत्येक अंतराल $(-1, 0)$ और $(0, 2)$ में फलन $(f - 3g)''$ कभी भी शून्य का मान

नहीं लेता है, तब सही कथन है (हैं)

| | | | |
|--------|----------|---------|---------|
| | $x = -1$ | $x = 0$ | $x = 2$ |
| $f(x)$ | 3 | 6 | 0 |
| $g(x)$ | 0 | 1 | -1 |

- A. $(-1, 0) \cup (0, 2)$ में, $f'(x) - 3g'(x) = 0$ के तीन ही हल (exactly three solutions) हैं
- B. $(-1, 0)$ में, $f'(x) - 3g'(x) = 0$ के एक ही हल (exactly one solution) है
- C. $(0, 2)$ में, $f(x) - 3g(x) = 0$ के एक ही हल (exactly one solution) है
- D. $f'(x) - 3g'(x) = 0$ को $(-1, 0)$ में दो ही हल (exactly two solutions) हैं और $(0, 2)$ में दो ही हल हैं

Answer: D



वीडियो उत्तर देखें