doubtnut
India's Number 1 Education App

MATHS

BOOKS - JEE MAINS & ADVANCED MATHS (HINDI)

सम्मिश्र संख्याएँ

बहुविकल्पीय प्रश्न I

1. सबसे छोटा धन पूर्णांक (positive integer) 'n' जिसके लिए $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = 1$ होगा, है

A. 8

B. 16

C. 12

D. इनमें से कोई नहीं

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

2. सम्मिश्र संख्या $z = x + iy$, जो समीकरण $\left|\frac{z-5i}{z+i}\right| = 1$ को सन्तुष्ट करेगी, स्थित होगी

A. x - अक्ष पर

B. सरल रेखा y = 5 पर

C. मुलबिन्दु से जाने वाले वृत्त पर

D. उपरोक्त में से कोई नहीं

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

3. यदि $z = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^5 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^5$, तब

A. $Re(z) = 0$

B. $Im(z) = 0$

C. $Re(z) > 0, Im(z) > 0$

D. $Re(z) > 0, Im(z) < 0$

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

4. निम्नलिखित में कौन - सा क्षेत्र असमीका $|z - 4| < |z - 2|$ द्वारा प्रदर्शित होगा ?

A. $Re(z) \geq 0$

B. $Re(z) < 0$

C. $Re(z) > 0$

D. इनमें से कोई नहीं

Answer: C

वीडियो उत्तर देखें

5. यदि $z = x + iy$ और $w = \frac{(1 - iz)}{(z - i)}$, तब `|w|=1 सम्मिश्र तल में इंगित करता है कि

A. z काल्पनिक अक्ष पर स्थित है

B. z वास्तविक अक्ष पर स्थित है

C. z इकाई वृत्त पर स्थित है

D. उपरोक्त में से कोई नहीं

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

6. बिन्दु z_1, z_2, z_3, z_4 क्रम से लेने पर सम्मिश्र तल में एक समान्तर चतुर्भुज के शीर्ष होंगे, यदि और केवल यदि

A. $z_1 + z_4 = z_2 + z_3$

B. $z_1 + z_3 = z_2 + z_4$

C. $z_1 + z_2 = z_3 + z_4$

D. इनमें से कोई नहीं

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

7. यदि सम्मिश्र संख्याएँ a,b,c और u,v,w दो त्रिभुजों के शीर्षों को प्रदर्शित करती है, जो इस प्रकार है कि $c = (1-r)a + rb$ और $w = (1-r)u + rv$, जहाँ r एक सम्मिश्र संख्या है, तब दोनों त्रिभुज

A. समान क्षेत्रफल वाले होंगे

B. समरूप (similar) होंगे

C. सर्वांगसम (congruent) होंगे

D. उपरोक्त में से कोई नहीं

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

8. $\sum_{k=1}^{6}\left(\sin\frac{2\pi k}{7} - i\cos\frac{2\pi k}{7}\right)$ का मान है -

A. -1

B. 0

C. $-i$

D. i

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

9. यदि z_1 व z_2 दो अशून्य (non - zero) सम्मिश्र संख्याएँ इस प्रकार है कि

$|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$, तब

कोणांक $(z_1) -$ कोणांक (z_2) का मान होगा

A. π

B. $-\frac{\pi}{2}$

C. 0

D. $\frac{\pi}{2}$

Answer: C

वीडियो उत्तर देखें

10. x के किस मान के लिए सम्मिश्र संख्याएँ $\sin x + i \cos 2x$ और $\cos x - i$ एक - दूसरे की संयुग्मी (conjugate) होंगी ?

A. $x = n\pi$

B. x = 0

C. $x = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$

D. x के किसी भी मान के लिए नहीं

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

11. यदि $\omega(\neq 1)$ इकाई का घनमूल है और $(1+\omega)^7 = A + B\omega$ हो, तो A और B क्रमशः होंगे

A. 0,1

B. 1,1

C. 1,0

D. $-1, 1$

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

12. माना z और w दो अशून्य सम्मिश्र संख्याएँ इस प्रकार है कि $|z| = |w|$ और कोणांक (z) + कोणांक $(w) = \pi$, तब z बराबर होगा |

A. w

B. $-w$

C. $\overline{w}$

D. $-\overline{w}$

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

13. माना z व w दो सम्मिश्र संख्यायें इस प्रकार हैं कि |z| $\leq$ 1, |w| $\leq$ 1 तथा $|z - iw| = |z - i\overline{w}| = 2$, तब z का मान है

A. 1 या i

B. i या -i

C. 1 या -i

D. i या -1

Answer: C

वीडियो उत्तर देखें

14. घन पूर्णांक n_1 व n_2 के लिए व्यंजक

$(1+i)^{n_1}+\left(1+i^3\right)^{n_1}+\left(1-i^5\right)^{n_2}+\left(1+i^7\right)^{n_2}$, जहाँ $i=\sqrt{-1}$, का मान वास्तविक होगा, यदि और केवल यदि

A. $n_1=n_2+1$

B. $n_1=n_2-1$

C. $n_1 = n_2$

D. $n_1 > 0, n_2 > 0$

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

15. यदि ω इकाई का एक काल्पनिक घनमूल है, तो $\left(1+\omega-\omega^2\right)^7$ का मान होगा

A. 128ω

B. -128ω

C. $128\omega^2$

D. $-128\omega^2$

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

16. $\sum_{n=1}^{13}\left(i^{n}+i^{n+1}\right)$, जहाँ $i=\sqrt{-1}$, का मान होगा

A. i

B. $i-1$

C. $-i$

D. 0

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

17. यदि $\begin{vmatrix} 6i & -3i & 1 \\ 4 & 3i & -1 \\ 20 & 3 & i \end{vmatrix}=x+iy$, तब

A. x = 3, y = 1

B. x = 1, y = 1

C. x = 0, y = 3

D. x = 0, y = 0

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

18. यदि $I = \sqrt{-1}$, तब $4 + 5\left(-\frac{1}{2} + \frac{I\sqrt{3}}{2}\right)^{334} + 3\left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^{365}$ का मान होगा

A. $1 - i\sqrt{3}$

B. $-1 + i\sqrt{3}$

C. $i\sqrt{3}$

D. $-i\sqrt{3}$

Answer: C

वीडियो उत्तर देखें

19. यदि कोणांक $(z) < 0$, तब कोणांक $(-z)$ - कोणांक (z) बराबर होगा

A. π

B. $-\pi$

C. $-\pi/2$

D. $\pi/2$

Answer: A

वीडियो उत्तर देखें

20. यदि z_1, z_2 और z_3 सम्मिश्र संख्याएँ इस प्रकार है कि $|z_1| = |z_2| = |z_3| = \left|\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}\right| = 1$ तब $|z_1 + z_2 + z_3|$ है

A. 1 के बराबर

B. 1 से छोटा

C. 3 से बड़ा

D. 3 के बराबर

Answer: A

वीडियो उत्तर देखें

21. माना z_1 व z_2 इकाई के n वें मूल है, जोकि मुलबिन्दु पर समकोण बनाते है, तब n निम्न प्रकार का होना चाहिए |

A. $4k+1$

B. $4k+2$

C. $4k+3$

D. 4k

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

22. सम्मिश्र संख्या z_1, z_2 और z_3 संतुष्ट करता है। $\frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3} = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2}$ जो उस त्रिभुज के शीर्ष है जो कि:

A. शून्य क्षेत्रफल वाला होगा

B. समकोण समद्विबाहु होगा

C. समबाहु होगा

D. अधिक कोण समद्विबाहु होगा

Answer: C

वीडियो उत्तर देखें

23. माना $\omega = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, तो सारणिक $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1-\omega^2 & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{vmatrix}$ का मान है

A. 3ω

B. $3\omega(\omega - 1)$

C. $3\omega^2$

D. $3\omega(1 - \omega)$

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

24. सभी सम्मिश्र संख्याओं $z_1, z_2,$ जो $|z_1| = 12$ और $|z_2 - 3 - 4i| = 5$ को सन्तुष्ट करती है, के लिए $|z_1 - z_2|$ का न्यूनतम मान है

A. 0

B. 2

C. 7

D. 17

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

25. यदि $|z| = 1$ और $w = \frac{z-1}{z+1}$ (जहाँ $z \neq -1$), तब Re (w) है

A. 0

B. $\frac{1}{|z+1|^2}$

C. $\left|\frac{1}{z+1}\right| . \frac{1}{|z+1|^2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{|z+1|^2}$

Answer: A

वीडियो उत्तर देखें

26. यदि $\omega(\neq 1)$ इकाई का एक घनमूल है और $(1+\omega^2)^n = (1+\omega^4)^n$, तब n का सबसे छोटा मान है

A. 2

B. 3

C. 5

D. 6

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

27. यदि ω इकाई का घनमूल हो लेकिन 1 के बराबर हो, तब $\left|a+b\omega+c\omega^2\right|$ का न्यूनतम मान (जहाँ a, b, c पूर्णांक है लेकिन सभी बराबर नहीं) है:

A. $\sqrt{3}$

B. $1/2$

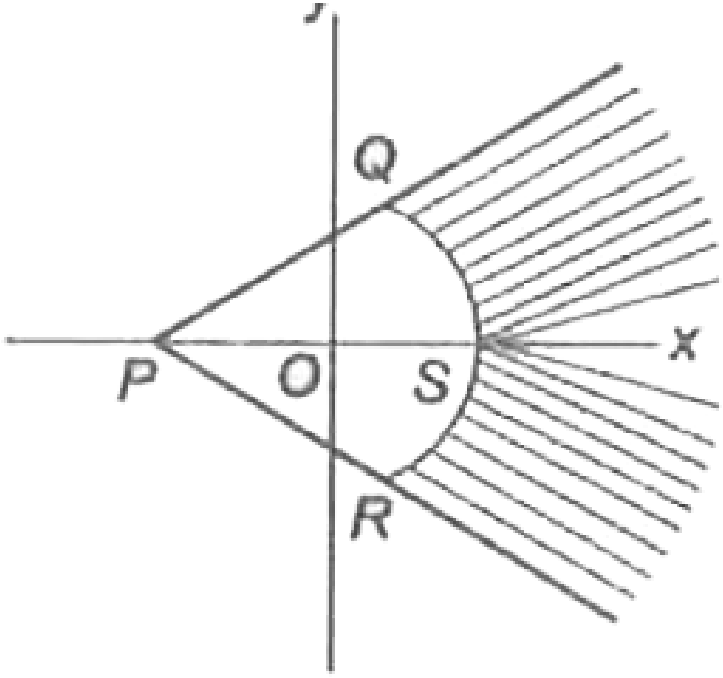
C. 1

D. 0

Answer: C

वीडियो उत्तर देखें

28. छायांकित क्षेत्र, जहाँ $P = (-1, 0), Q = (-1+\sqrt{2}, \sqrt{2}), R = (-1+\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ तथा S = (1,0) को निम्न में से किसके द्वारा प्रदर्शित क्र सकते है ?



A. $|z+1| > 2, |$ कोणांक $(z+1)| < \frac{\pi}{4}$

B. $|z+1| < 2, |$ कोणांक $(z+1)| < \frac{\pi}{2}$

C. $|z+1| > 2, |$ कोणांक $(z+1)| > \frac{\pi}{4}$

D. $|z-1| < 2, |$ कोणांक $(z+1)| > \frac{\pi}{2}$

Answer: A

वीडियो उत्तर देखें

29. यदि $w = \alpha + i\beta$ जहाँ $\beta \neq 0$ तथा $z \neq 1$ हैं तथा $\left(\frac{w - \overline{w}z}{1-z}\right)$ पूर्णतः वास्तविक हैं तब z के मानों का समुच्चय है

A. $|z| = 1, z \neq 2$

B. $|z| = 1, z \neq 1$

C. z = z

D. इनमें से कोई नहीं

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

30. एक व्यक्ति, मूलबिन्दु से उत्तरपूर्व (N 45° E) दिशा में 3 इकाई की दूरी तक चलता है। तत्पश्चात् उत्तर पश्चिम दिशा (N 45°W) में 4 इकाई की दूरी तक चलकर बिन्दु P पर पहुँचता है। आर्गण्ड समतल में बिन्दु P की स्थिति है

A. $3e^{i\pi/4} + 4i$

B. $(3 - 4i)e^{i\pi/4}$

C. $(4 + 3i)e^{i\pi/4}$

D. $(3 + 4i)e^{i\pi/4}$

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

31. यदि $|z| = 1$ और $z \neq \pm 1$, तब $\frac{z}{1 - z^2}$ के सभी मान स्थिति है

A. रेखा पर, जो मूलबिन्दु से नहीं गुजरती है

B. $|z| = \sqrt{2}$ पर

C. x - अक्ष पर

D. y - अक्ष पर

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

32. एक कण P, बिन्दु $z_0 = 1 + 2i$ से प्रारंभ होता है, जहाँ $i = \sqrt{-1}$ सर्वप्रथम यह मूल बिन्दु से क्षैतिज में 5 इकाई दूर जाता है तत्पश्चात् मूल बिन्दु से

ऊर्ध्वाधर 3 इकाई की दूरी पर बिन्दु z_1 पर पहुँचता है। अब कण, z_1 से सदिश $\hat{i}+\hat{j}$ की दिशा में $\sqrt{2}$ इकाई जाता है तथा तब ये एक वृत्त जिसका केन्द्र मूल बिन्दु है, पर वामावर्त दिशा में $\frac{\pi}{2}$ कोण से घूम जाता है और एक बिन्दु z_2 पर पहुँचता है, तब बिन्दु z_2 है।

A. $6+7i$

B. $-7+6i$

C. $7+6i$

D. $-6+7i$

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

33. माना $z=\cos\theta+i\sin\theta$है, तो $\theta=2^\circ$ पर $\sum_{m=1}^{15} Im\left(z^{2m-1}\right)$ का मान है

A. $\frac{1}{\sin 2^\circ}$

B. $\frac{1}{3\sin 2^\circ}$

C. $\frac{1}{2\sin 2^\circ}$

D. $\frac{1}{4\sin 2^\circ}$

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

34. माना $z = x + iy$ एक ऐसी सम्मिश्र संख्या है जिसमें x व y पूर्णांक है। उस आयत का क्षेत्रफल जिसके शीर्ष बिन्दु समीकरण $z\bar{z}^3 + \bar{z}z^3 = 350$ के मूल है, निम्न है

A. 48 वर्ग इकाई

B. 32 वर्ग इकाई

C. 40 वर्ग इकाई

D. 80 वर्ग इकाई

Answer: A

वीडियो उत्तर देखें

35. माना z एक सम्मिश्र संख्या है, जिसका काल्पनिक भाग शून्य नहीं है और $a = z^2 + z + 1$ वास्तविक है | तब वह मान, जो a नहीं ले सकता निम्न है

A. -1

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{3}{4}$

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

36. यदि z एक ऐसी सम्मिश्र संख्या है जिसका मापक एक इकाई है तथा कोणांक θ है, कोणांक $\left(\frac{1+z}{1+\bar{z}}\right)$ बराबर है

A. $-\theta$

B. $\frac{\pi}{2}-\theta$

C. θ

D. $\pi-\theta$

Answer: C

वीडियो उत्तर देखें

37. माना कि सम्मिश्र संख्याऐं α तथा $\frac{1}{\alpha}$ क्रमशः वृत्त $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$ तथा $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=4r^2$ पर स्थित हैं। यदि $z_0=x_0+iy_0$ समीकरण $2|z_0|^2=r^2+2$ को संतुष्ट करता है तब $|\alpha|=$

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{\sqrt{7}}$

D. $\frac{1}{3}$

Answer: C

वीडियो उत्तर देखें

38. मानाकि $w = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$ तथा $P = \{w^n : n = 1, 2, 3, ..\}$. इसके अतिरिक्त $H_1 = \left\{z \in C : Rez > \frac{1}{2}\right\}$ तथा $H_2 = \left\{z \in C : Rez < \frac{1}{2}\right\}$, जहाँ C सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय है। यदि $z_1 \in P \cap H_1, z_2 \in P \cap H_2$ तथा O मूलबिन्दु प्रदर्शित करता है, तब $\angle z_1 O z_2$=

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{2\pi}{3}$

C. $\frac{5\pi}{6}$

D. A, B व C

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

39. यदि z एक ऐसी सम्मिश्र संख्या है कि $|z| \geq 2$ है, तो $\left|z+\frac{1}{2}\right|$ का न्यूनतम मान है

A. $\frac{5}{2}$ से निरन्तर बड़ा है

B. अन्तराल (1, 2) में स्थित है

C. $\frac{5}{2}$ के बराबर है

D. $\frac{3}{2}$ से निरन्तर बड़ा है परन्तु $\frac{5}{2}$ से कम है

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

40. एक सम्मिश्र संख्या z को एकांक मापांक कहेगे, यदि $|z| = 1$ हो। माना z_1 तथा z_2 सम्मिश्र संख्याएँ इस प्रकार है की $\frac{z_1 - 2z_2}{2 - z_1\bar{z}_2}$ एकांक मापक है एवं z_2 एकांक मापांक नहीं। तब बिंदु z_1 स्थित होगा

A. X - अक्ष से समान्तर सरल रेखा पर

B. Y - अक्ष से समान्तर सरल रेखा पर

C. त्रिज्या (2) के वृत्त पर

D. त्रिज्या $(\sqrt{2})$ के वृत्त पर

Answer: C

वीडियो उत्तर देखें

41. θ का वह एक मान जिसके लिए $\dfrac{2+3i\sin\theta}{1-2i\sin\theta}$ पूर्णतः काल्पनिक है, है

A. $\dfrac{\pi}{3}$

B. $\dfrac{\pi}{6}$

C. $\sin^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)$

D. $\sin^{-1}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

बहुविकल्पीय प्रश्न Ii

1. यदि $z_1 = a + ib$ तथा $z_2 = c + id$ सम्मिश्र संख्याएँ इस प्रकार है कि $|z_1| = |z_2| = 1$ तथा $Re(z_1\bar{z}_2) = 0$, तब सम्मिश्र संख्याओं $w_1 = a + ic$ तथा $w_2 = b + id$ का युग्म निम्न में से किसे संतुष्ट करेगा

A. $|w_1| = 1$

B. $|w_2| = 1$

C. $Re(w_1\overline{w}_2) = 0$

D. इनमें से कोई नहीं

Answer: A::B::C

वीडियो उत्तर देखें

2. माना सम्मिश्र संख्याएँ z_1 और z_2 इस प्रकार है कि $z_1 \neq z_2$ और $|z_1| = |z_2|$ है | यदि z_1 का वास्तविक भाग धनात्मक है और z_2 का काल्पनिक भाग ऋणात्मक है, तो $\frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2}$ है

A. शून्य

B. वास्तविक और धनात्मक

C. वास्तविक और ऋणात्मक

D. शुद्ध काल्पनिक

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

3. माना कि z_1 तथा z_2 दो भिन्न सम्मिश्र संख्याऐं हैं तथा किसी वास्तविक संख्या t जहां $0 < t < 1$, के लिए $z = (1-t)z_1 + tz_2$ है। यदि किसी शून्येत्तर सम्मिश्र संख्या w के लिए $Arg(w)$, w के प्रमुख कोणांक को दर्शाता है तो

A. $|z - z_1| + |z - z_2| = |z_1 - z_2|$

B. $arg(z - z_1) = arg(z_2 - z_1)$

C. $\begin{vmatrix} z - z_1 & \bar{z} - \bar{z}_1 \\ z_2 - z_1 & \bar{z}_2 - \bar{z}_1 \end{vmatrix} = 0$

D. A::B::C

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

4. माना कि $a, b, \in R$ और $a^2 + b^2 \neq 0$ है। मान लीजिए कि S = $\left\{z \in C : z = \frac{1}{a + ibt}, t \in R, t \neq 0\right\}$, जहाँ $i = \sqrt{-1}$ है। यदि z = x + iy और $z \in S$ है, तब (x, y)

A. उस वृत्त पर है जिसकी त्रिज्या $\frac{1}{2a}$ और केन्द्र बिन्दु $\left(\frac{1}{2a}, 0\right)$ है जब $a > 0, b \neq 0$

B. Y - अक्ष पर है, जब $a = 0, b \neq 0$

C. X - अक्ष पर है, जब $a \neq 0, b = 0$

D. A::B::C

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

1. यदि व्यंजक (expression) $\frac{\left[\sin\left(\frac{x}{2}\right)+\cos\left(\frac{x}{2}\right)-i\tan x\right]}{\left[1+2i\sin\left(\frac{x}{2}\right)\right]}$

वास्तविक है, तो x के सभी सम्भव मानों का समुच्चय _____ होगा |

A. $x = 2n\pi + 2\alpha, \alpha = \tan^{-1} k,$ जहाँ $k \in (1, 2)$

B. $x = 2n\pi + 2\alpha, \alpha = \tan^{-1} k,$ जहाँ $k \in (1, 3)$

C. $x = 2n\pi + \alpha, \alpha = \tan^{-1} k,$ जहाँ $k \in (1, 2)$

D. $x = 2n\pi + \alpha, \alpha = \tan^{-1} k,$ जहाँ $k \in (1, 3)$

Answer: A

वीडियो उत्तर देखें

2. सम्मिश्र संख्याओं z_1 व z_2 तथा वास्तविक संख्याओं a व b के लिए

$|az_1 - bz_2|^2 + |bz_1 + az_2|^2 =$ _____

वीडियो उत्तर देखें

3. यदि वास्तविक संख्यायें a तथा b,0 तथा 1 के मध्य इस प्रकार है कि बिंदु $z_1 = a + i, z_2 = 1 + bi$ तथा $z_3 = 0$ समबाहं त्रिभुज बनाते है तो a तथा b बराबर होंगे

वीडियो उत्तर देखें

4. सचतुर्भुज (rhombus) ABCD के विकर्ण AC और BD एक - दूसरे को बिन्दु M पर काटते है और BD = 2AC को सन्तुष्ट करते है | यदि बिन्दु D और M क्रमशः सम्मिश्र संख्याओं $1 + i$ और $2 - i$ को प्रदर्शित करते है, तो A सम्मिश्र संख्या _____ या _____ को प्रदर्शित करेगा |

वीडियो उत्तर देखें

5. माना z_1, z_2 व z_3 वृत्त $|z| = 2$ के अन्दर स्थित समबाहु त्रिभुज के शीर्ष (vertex) है | यदि $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$, तो $z_2 =$ _____, $z_3 =$ _____

वीडियो उत्तर देखें

6. In a survey of 60 people, it was found that 25 people read newspaper H. 26 read newspaper T, 26 read newspaper 1, 9 read both H and I. 11 read both H and T, 8 read both T and I, 3 read all three newspapers. Find: (i) the number of people who read at least one of the newspapers. (ii) the number of people who read exactly one newspaper

वीडियो उत्तर देखें

सत्य असत्य

1. सम्मिश्र संख्याओं $z_1 = x_1 + iy_1$ और $z_2 = x_2 + iy_2$ के लिए हम $z_1 \cap z_2$ लिखते है, यदि $x_1 \leq x_2$ और $y_1 \leq y_2$, तब सभी सम्मिश्र संख्याओं z, जिनके लिए $1 \cap z$ दिया है, हमें $\frac{1-z}{1+z} \cap 0$ मिलेगा |

वीडियो उत्तर देखें

2. यदि सम्मिश्र संख्याएँ z_1, z_2 व z_3 एक समबाहु त्रिभुज के शीर्षों को प्रदर्शित करती है तथा $|z_1| = |z_2| = |z_3|$, तो $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ होगा |

वीडियो उत्तर देखें

3. जब इकाई के घनमूलों को आर्गेण्ड चित्र (argand diagram) द्वारा प्रदर्शित किया जाता है, तो वे एक समबाहु त्रिभुज के शीर्ष बनाते है |

वीडियो उत्तर देखें

श्रृंखलाबद्ध बोधन प्रकार

1. माना A, B, C सम्मिश्र संख्याओं के तीन समुच्चय है जो निम्न प्रकार से परिभाषित है।

$A = \{z : Imz \geq 1\}$

$B = \{z : |z - 2 - i| = 3\}$

$C = \{z : Re(1 - i)z) = \sqrt{2}\}$

समुच्चय $A \cap B \cap C$ में अवयवों की संख्या है

A. 0

B. 1

C. 2

D. अनन्त

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

2. माना A, B, C सम्मिश्र संख्याओं के तीन समुच्चय है जो निम्न प्रकार से परिभाषित है।

$A = \{z : Imz \geq 1\}$

$B = \{z : |z - 2 - i| = 3\}$

$C = \{z : Re(1 - i)z) = \sqrt{2}\}$

माना $z, A \cap B \cap C$ का कोई एक बिन्दु है। तब $|z + 1 - i|^2 + |z - 5 - i|^2$ निम्न के बीच स्थित है

A. 25 व 29 के मध्य

B. 30 व 34 के मध्य

C. 35 व 39 के मध्य

D. 40 व 44 के मध्य

Answer: C

वीडियो उत्तर देखें

3. माना A,B,C सम्मिश्र संख्याओं के तीन समुच्चय है जो निम्न प्रकार से परिभाषित हैं

$A = \{z : Imz \geq 1\}$

$B = \{z : |z - 2 - i| = 3\}$

$C = \{z : Re((1 - i)z) = \sqrt{2}\}$

माना z, $A \cap B \cap C$ में कोई एक बिंदु है तथा ω, $|\omega - 2 - i| < 3$ को संतुष्ट करने वाला कोई वाला कोई बिंदु है। तब $|z| - |\omega| + 3$ निम्न के बीच स्थित है

A. -6 व 3 के मध्य

B. -3 व 6 के मध्य

C. -6 व 3 के मध्य

D. -3 व 9 के मध्य

Answer: D

वीडियो उत्तर देखें

4. माना कि a, b और c ऐसी तीन वास्तविक संख्याएँ है जो

$$[a \quad b \quad c]\begin{bmatrix}1 & 9 & 7\\ 8 & 2 & 7\\ 7 & 3 & 7\end{bmatrix} = [0 \quad 0 \quad 0] \text{ ....(E)}$$

को संतुष्ट करती हैं।

माना कि ω, समीकरण $x^3 - 1 = 0$ का हल है, जहाँ $Im(\omega) > 0$ है। यदि a=2 और संगत संख्याऐं b और c समीकरण (E को संतुष्ट करती हैं तो $\frac{3}{\omega^a} + \frac{1}{\omega^b} + \frac{3}{\omega^c}$ का मान है - (i) -2 (ii) 2 (iii) 3 (iv) -3

A. -2

B. 2

C. 3

D. -3

Answer: A

वीडियो उत्तर देखें

5. माना कि $S = S_1 \cap S_2 \cap S_3$, जहाँ $S_1 = \{z \in C : |z| < 4\}$, $S_2 = \left\{z \in C : Im\left[\frac{z - 1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i}\right] > 0\right\}$ तथा $S_3 = \{z \in C : Rez > 0\}$

S का क्षेत्रफल =

A. $\frac{10\pi}{3}$

B. $\frac{20\pi}{3}$

C. $\frac{16\pi}{3}$

D. $\frac{32\pi}{3}$

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

6. माना कि $S = S_1 \cap S_2 \cap S_3$, जहाँ $S_1 = \{z \in C : |z| < 4\}$, $S_2 = \left\{z \in C : Im\left[\frac{z - 1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i}\right] > 0\right\}$ तथा $S_3 = \{z \in C : Rez > 0\}$

$\underline{z \in S}(\text{Min})|1 - 3i - z| =$

A. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{3 - \sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$

Answer: B

वीडियो उत्तर देखें

मैट्रिक्स सुमेल प्रकार

1. कॉलम I में दिए गए वक्तव्यों का कॉलम II में दिए वक्तव्यों से सुमेल करें |

[नोट : z सम्मिश्र तल में मान लेता है एवं Im (z) तथा Re (z) क्रमशः z के काल्पनिक एवं वास्तविक भागों को दर्शाते है |]

	कॉलम I		कॉलम II
A.	$\|z - i\|z\|\| = \|z + i\|z\|\|$ को सन्तुष्ट करने वाले z का समुच्चय अन्तर्विष्ट या बराबर है	p.	उत्केन्द्रता 4/5 वाला दीर्घवृत्त
B.	$\|z + 4\| + \|z - 4\| = 10$ को सन्तुष्ट करने वाले z का समुच्चय अन्तर्विष्ट या बराबर है	q.	$\text{Im}(z) = 0$ को सन्तुष्ट करने वाले सभी z का समुच्चय
C.	यदि $\|w\| = 2$, तो ऐसे सभी z का समुच्चय कि $z = w - \frac{1}{w}$ अन्तर्विष्ट या बराबर है	r.	$\|\text{Im}\, z\| \leq 1$ को सन्तुष्ट करने वाले सभी z का समुच्चय
D.	यदि $\|w\| = 1$, तो $z = w + \frac{1}{w}$ को सन्तुष्ट करने वाले सभी z का समुच्चय अन्तर्विष्ट या बराबर है	s.	$\|\text{Re}\, z\| \leq 2$ को सन्तुष्ट करने वाले सभी z का समुच्चय
		t.	$\|z\| \leq 3$ को सन्तुष्ट करने वाले सभी z का समुच्चय

उत्तर देखें

2. माना $z_k = \cos\left(\frac{2k\pi}{10}\right) + i\sin\left(\frac{2k\pi}{10}\right), k = 1, 2, \ldots, 9$

	सूची I	सूची II
P.	प्रत्येक z_k के लिए एक ऐसा z_j है जिसके लिए $z_k \cdot z_j = 1$	1. सत्य
Q.	$\{1, 2, \ldots, 9\}$ में एक ऐसा k है कि $z_1 \cdot z = z_k$ का कोई हल z सम्मिश्र संख्याओं (complex numbers) में नहीं है	2. असत्य
R.	$\frac{\lvert 1-z_1\rvert\lvert 1-z_2\rvert\ldots\lvert 1-z_9\rvert}{10}$ का मान है	3. 1
S.	$1-\sum_{k=1}^{9}\cos\left(\frac{2k\pi}{10}\right)$ का मान है	4. 2

A. P-1, Q-2, R-4, S-3

B. P-2, Q-1, R-3, S-4

C. P-1, Q-2, R-3, S-4

D. P-2, Q-1, R-4, S-3

Answer: C

वीडियो उत्तर देखें

विश्लेषणात्मक प्रश्न

1. यदि n, 3 से बड़ा एक विषम पूर्णांक है, लेकिन n, 3 का गुणज नहीं है | तब सिद्ध कीजिए कि $x^3 + x^2 + x, (x+1)^n - x^n - 1$ का एक गुणनखण्ड है |

वीडियो उत्तर देखें

2. x और y के वे वास्तविक मान ज्ञात कीजिए, जो समीकरण $\frac{(1+i)x - 2i}{3+i} + \frac{(2-3i)y + i}{3-i} = i$ को सन्तुष्ट करते है |

वीडियो उत्तर देखें

3. माना सम्मिश्र संख्याएँ z_1, z_2 और z_3 एक समबाहु त्रिभुज के शीर्ष है तथा z_0 त्रिभुज का परिकेन्द्र (circumcentre) है, तो सिद्ध कीजिए कि $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 3z_0^2$

वीडियो उत्तर देखें

4. सम्मिश्र संख्याओं के समुच्चय पर एक सम्बन्ध $z_1 R z_2$ द्वारा परिभाषित है यदि और केवल यदि $(z_1 - z_2)/(z_1 + z_2)$ वास्तविक है , तब सम्बन्ध R है

वीडियो उत्तर देखें

5. सिद्ध कीजिए कि सम्मिश्र संख्याएँ z_1, z_2 और मुलबिन्दु एक समबाहु त्रिभुज बनाते है, यदि $z_1^2 + z_2^2 - z_1 z_2 = 0$

वीडियो उत्तर देखें

6. यदि $1, a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}$ इकाई के n मूल है, तो दिखाइए कि $(1-a_1)(1-a_2)(1-a_3)\ldots(1-a_{n-1}) = n$

वीडियो उत्तर देखें

7. दिखाइए कि सम्मिश्र संख्याओं z, iz और $z+iz$ द्वारा बने त्रिभुज के आर्गेण्ड चित्र का क्षेत्रफल $\frac{1}{2}|z|^2$ है |

वीडियो उत्तर देखें

8. सम्मिश्र संख्याएँ z_1, z_2, z_3 क्रमशः एक समकोण त्रिभुज, जोकि C पर समकोण है, के शीर्ष A, B व C है | दिखाइए कि $(z_1-z_2)^2 = 2(z_1-z_3)(z_3-z_2)$

वीडियो उत्तर देखें

9. माना $z_1 = 10 + 6i$ और $z_2 = 4 + 6i$ यदि सम्मिश्र संख्या z इस प्रकार है कि $\frac{(z - z_1)}{(z - z_2)}$ का कोणांक $\frac{\pi}{4}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $|z - 7 - 9i| = 3\sqrt{2}$.

वीडियो उत्तर देखें

10. यदि $iz^3 + z^2 - z + i = 0$ हो ,तो दर्शाइए कि $|z| = 1$

वीडियो उत्तर देखें

11. यदि $|z| \leq 1, |w| \leq 1,$ तो दिखाइए कि $|z - w|^2 \leq (|z| - |w|)^2$+ $\{ \quad (z) - \quad (w)\}$^(2)`

वीडियो उत्तर देखें

12. सभी अशून्य सम्मिश्र संख्याओं को ज्ञात कीजिए, जो $\bar{z} = iz^2$ को सन्तुष्ट करती है |

वीडियो उत्तर देखें

13. z_1 व z_2 समीकरण $z^2 + pz + q = 0$ के मूल हैं जहाँ गुणांक p व q सम्मिश्र संख्याएँ हो सकती हैं। A तथा B सम्मिश्र तल में z_1 व z_2 को प्रदर्शित करते हैं। यदि $\angle AOB = a \neq 0$ तथा $OA = OB$ जहाँ O मूलबिन्दु है, तब कौन-सा कथन सत्य है?

वीडियो उत्तर देखें

14. माना $\bar{b}z + b\bar{z} = c, b \neq 0$, सम्मिश्र तल में एक रेखा है, जहाँ $\bar{b}, b$ का सम्मिश्र संयुग्मी है | यदि बिन्दु z_1, बिन्दु z_2 का रेखा द्वारा बनाया गया प्रतिबिम्ब हो, तो दिखाइए कि $c = \bar{z}_1 b + z_2 \bar{b}$.

वीडियो उत्तर देखें

15. सम्मिश्र संख्याओं z तथा ω के लिए सिद्ध कीजिए कि $|z|^2\omega - |\omega|^2 z = z - \omega$ होगा यदि $z = \omega$ या $z\overline{\omega} = 1$ हो।

वीडियो उत्तर देखें

16. माना सम्मिश्र संख्या $\alpha, \alpha \neq 1$ समीकरण $z^{p+q} - z^p - z_q + 1 = 0$ का मूल है जहां p,q असमान अभाज्य संख्यायें हैं दर्शाइए कि या तो $1 + \alpha + \alpha^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots = \alpha^{p-1} = 0$ या $1 + \alpha + \alpha^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \alpha^{q-1} = 0$ परंतु दोनों एक साथ नहीं है।

वीडियो उत्तर देखें

17. यदि दो सम्मिश्र संख्याएँ z_1 और z_2 इस प्रकार है कि $|z_1| < 1 < |z_2|$, तो सिद्ध कीजिए कि $\left|\frac{1 - z_1\bar{z}_2}{z_1 - z_2}\right| < 1.$

उत्तर देखें

18. सिद्ध कीजिए कि ऐसी कोई सम्मिश्र संख्या सम्भव नहीं है, जिसके लिए $|z| < \frac{1}{3}$ और $\sum_{r=1}^{n} a_r z^r = 1,$ जहाँ $|a_r| < 2$ हो |

वीडियो उत्तर देखें

19. $\frac{|z - \alpha|}{|z - \beta|} = K(K1 = 1)$ जहां α और β अचर सम्मिश्र संख्यायें इस प्रकार है कि $\alpha = \alpha_1 + i\alpha_2$ तथा $\beta = \beta_1 + i\beta_2$ है तो $z = x + iy,$ के द्वारा प्रदर्शित संबंध का केंद व त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

वीडियो उत्तर देखें

20. यदि वृत्त $|z-1|=\sqrt{2}$ के परिगत खींचे गए वर्ग का एक शीर्ष $2+\sqrt{3}i$ हो तो वर्ग के अन्य शीर्ष ज्ञात कीजिए।

वीडियो उत्तर देखें

एकल पूर्णांक प्रश्न

1. मान लीजिए कि z कोई सम्मिश्र संख्या (complex number) है जिसके लिए $|z-3-2i| \leq 2$ सत्य है, तो $|2z-6+5i|$ का न्यूनतम मान है _____

वीडियो उत्तर देखें

2. मान लीजिए $\omega = e^{\iota\frac{\pi}{3}}$ और a,b,c,x,y,z शून्येतर (non-zero) सम्मिश्र (complex) संख्याएँ है जिनके लिये

a+b+c=x

$$a + b\omega + c\omega^2 = y$$

$$a + b\omega^2 + c\omega = z$$

मान्य है, तो $\frac{|x|^2 + |y|^2 + |z|^2}{|a|^2 + |b|^2 + |c|^2}$ का मान है

वीडियो उत्तर देखें

3. किसी भी पूर्णांक k के लिए $a_k = \cos\left(\frac{k\pi}{7}\right) + i\sin\left(\frac{k\pi}{7}\right)$, जहाँ $i = \sqrt{-1}$ है। तब व्यंजक $\frac{\sum_{k=1}^{12} |\alpha_{k+1} - \alpha_k|}{\sum_{k=1}^{3} |\alpha_{4k-1} - \alpha_{4k-2}|}$ का मान है

वीडियो उत्तर देखें