



MATHS

BOOKS - SCIENCE PUBLICATION

MATHS (HINDI)

अवकलज के अनुप्रयोग

पाठ्यपुस्तक के उदाहरण

1. एक गोले के आयतन में परिवर्तन की दर, इसके पृष्ठीय क्षेत्रफल के सापेक्ष ज्ञात कीजिए, जबकि गोले की त्रिज्या 2

सेमी है।



वीडियो उत्तर देखें

2. एक 10 मीटर लम्बी सीढ़ी दीवार के सहारे झुकी हुई है। यदि सीढ़ी के पाँव को 1.2 मीटर/सैकण्ड की दर से जमीन के सारे दीवार से दूर खींचा जाता है तब ज्ञात कीजिए कि सीढ़ी का ऊपरी सिरा किस गति से दीवार पर नीचे की ओर फिसल रहा है, जबकि सीढ़ी का पाद दीवार से 6 मीटर दूर है।



उत्तर देखें

3. एक घन का आयतन $9 \text{ सेमी}^3/\text{सेकण्ड}$ की दर से बढ़ रहा है। यदि इसके कोर की लम्बाई 10 सेमी. है तब ज्ञात कीजिए कि इसके पृष्ठ का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. एक गोल बुलबुले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $2 \text{ }^2/\text{सै.}$ की दर से बढ़ रहा है। यदि बुलबुले की त्रिज्या 6 सेमी. है तब ज्ञात कीजिए कि बुलबुले का आयतन किस दर से बढ़ रहा है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. यदि किसी आयत की लम्बाई x 3 सेमी./मि, की दर से घट रही है तथा इसकी चौड़ाई $y=2$ सेमी./मि. की दर से बढ़ रही है। जब $x=12$ सेमी. तथा $y=6$ सेमी. है तब आयत के परिमाण तथा क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

6. शंकु की आकृति के कीप के आधार में शीर्ष पर सूक्ष्म छिद्र से $4 \text{ cm}^2/\text{सै.}$ की एक समान दर से पानी बूंद-बूंद टपक रहा है। पानी के शंकु की तिर्यक ऊँचाई घटने की दर ज्ञात करो, जबकि पानी की तिर्यक ऊँचाई 4 सेमी. है तथा कीप का ऊर्ध्वाधर अर्द्ध शीर्ष कोण 60° है।

 उत्तर देखें

7. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 30, \text{ वर्धमान है।}$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 3, \text{ समान है।}$$

 वीडियो उत्तर देखें

9. सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$,
समस्त वास्तविक संख्याओं के लिए निरंतर वर्धमान फलन
है।

 वीडियो उत्तर देखें

10. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन
 $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + 25$ वर्धमान है।

 वीडियो उत्तर देखें

11. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + 25 \text{ हासमान है।}$$

 वीडियो उत्तर देखें

12. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन

$$f(x) = \sin x - \cos x \text{ वर्धमान या हासमान हो जबकि}$$

$$x \in (0, \pi)$$

 वीडियो उत्तर देखें

13. x के किन मानों के लिए फलन $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

वर्धमान तथा हासमान है।



वीडियो उत्तर देखें

14. अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन वर्धमान या हासमान है -

$$x^2 + 2x + 5$$



वीडियो उत्तर देखें

15. अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन वर्धमान या हासमान है -

$$10 - 6x - 2x^2$$



वीडियो उत्तर देखें

16. अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन वर्धमान या हासमान है -

$$(x + 1)^3(x - 3)^3$$



वीडियो उत्तर देखें

17. सिद्ध कीजिए कि अन्तराल $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ में

$$y = \frac{4 \sin \theta}{2 + \cos \theta} - \theta \text{ वर्धमान फलन है।}$$

 वीडियो उत्तर देखें

18. सिद्ध कीजिए कि अन्तराल $(-1,1)$ में फलन

$$f(x) = x^2 - x + 1 \text{ न तो वर्षमान है ओर न ही}$$

हासमान है।

 वीडियो उत्तर देखें

19. a के वह मान समूह ज्ञात कीजिए जिसके लिए अन्तराल $[1, 2]$ में $f(x) = x^2 + ax + 1$, वर्धमान है।

 वीडियो उत्तर देखें

20. वक्र $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}}$ के बिन्दु $(1, 1)$ पर स्पर्श रेखा तथा अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

21. वक्र $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ स्पर्श रेखा x-अक्ष के समान्तर हो ।

 वीडियो उत्तर देखें

22. वक्र $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ स्पर्श रेखा x-अक्ष के लम्बवत हो ।

 उत्तर देखें

23. वक्र $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ स्पर्श रेखा दोनों अक्षों से समान कोण बनाती है।



उत्तर देखें

24. वक्र $y = x^3 - 11x + 5$ पर उस बिन्दु को ज्ञात कीजिए जिस पर स्पर्श रेखा $y = x - 11$ है।



वीडियो उत्तर देखें

25. शून्य प्रवणता वाली सभी रेखाओं का समीकरण ज्ञात

कीजिए जो वक्र $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}$ को स्पर्श करती है।

 वीडियो उत्तर देखें

26. वक्र $2x^3 - y^2 = 14$ पर सरल रेखा $x + 3y = 6$ के

समान्तर अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

 उत्तर देखें

27. वक्र $y = x^2 - 2x + 7$ की स्पर्श रेखा की समीकरण

ज्ञात कीजिये जो रेखा $2x - y + 9 = 0$ के समांतर है ।



वीडियो उत्तर देखें

28. वक्र $y = x^2 - 2x + 7$ की स्पर्श रेखा की समीकरण

ज्ञात कीजिये जो रेखा $5y - 15x + 13$ लम्बवत है ।



वीडियो उत्तर देखें

29. अवकलज का प्रयोग करके $\sqrt{26}$ का सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

30. $(66)^{\frac{1}{3}}$ का सन्निकटन करते के लिए अवकलज का प्रयोग कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

31. अवकलज का प्रयोग करके निम्न का सन्निकटन ज्ञात कीजिए -

$$\log_{10}(10.2) \quad \log_{10} e = (0.4343)$$

 वीडियो उत्तर देखें

32. अवकलज का प्रयोग करके निम्न का सन्निकटन ज्ञात कीजिए -

$$\log_e(4.04) \quad \log_e 4 = 1.3863$$

 वीडियो उत्तर देखें

33. अवकलज का प्रयोग करके निम्न का सन्निकटन ज्ञात कीजिए -

$$\cos 61^\circ - 1^\circ = 0.01745$$

 वीडियो उत्तर देखें

34. सिद्ध कीजिए कि त्रिज्या मापने में हुई त्रुटि के कारण से गोले आयतन की गणना में प्रतिशत त्रुटि, त्रिज्या में प्रतिशत त्रुटि की लगभग 3 गुना होती है।

 वीडियो उत्तर देखें

35. $f(5.001)$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए जहाँ

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 15 \text{ है।}$$



वीडियो उत्तर देखें

36. x मीटर भुजा वाले घन की भुजा में 1% वृद्धि होने के कारण घन के आयतन में होने वाला सन्निकटन परिवर्तन ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

37. एक गोले की त्रिज्या 7 सेमी, मापी जाती है जिसमें 0.02 सेमी की त्रुटि है। इस त्रुटि के कारण इसके आयतन की गणना में सन्निकटन त्रुटि ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

38. फलन के उच्चतम तथा निम्नतम मान, यदि कोई हो तो, ज्ञात कीजिए:

$$y = (2x - 1)^2 + 3$$



वीडियो उत्तर देखें

39. फलन के उच्चतम तथा निम्नतम मान, यदि कोई हो तो, ज्ञात कीजिए:

$$y = 9x^2 + 12x + 2$$

 वीडियो उत्तर देखें

40. फलन के उच्चतम तथा निम्नतम मान, यदि कोई हो तो, ज्ञात कीजिए:

$$y = -(x - 1)^2 + 10$$

 वीडियो उत्तर देखें

41. फलन के उच्चतम तथा निम्नतम मान, यदि कोई हो तो, ज्ञात कीजिए:

$$y = x^3 + 1$$



वीडियो उत्तर देखें

42. फलन के उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

$$x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 2$$



वीडियो उत्तर देखें

43. फलन के उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

$$(x - 2)^6(x - 3)^5$$

 वीडियो उत्तर देखें

44. फलन के उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

$$(x - 1)^2 e^x$$

 वीडियो उत्तर देखें

45. फलन $\left(\frac{1}{x}\right)^x$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिये ।



वीडियो उत्तर देखें

46. परवलय $y = x^2$ से बिंदु $(0, a)$ कि न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

47. फलन के निरपेक्ष उच्चतम ज्ञात और निरपेक्ष निम्नतम मान उनके सम्मुख अन्तरालों में ज्ञात कीजिए -

$$f(x) = x^3, x \in [-2, 2]$$



वीडियो उत्तर देखें

48. फलन के निरपेक्ष उच्चतम ज्ञात और निरपेक्ष निम्नतम मान उनके सम्मुख अन्तरालों में ज्ञात कीजिए -

$$f(x) = 4x - \frac{1}{2}x^2, x \in \left[-2, \frac{9}{2} \right]$$

 वीडियो उत्तर देखें

49. फलन के निरपेक्ष उच्चतम ज्ञात और निरपेक्ष निम्नतम मान उनके सम्मुख अन्तरालों में ज्ञात कीजिए -

$$f(x) = (x - 1)^2 + 3, x \in [-3, 1]$$

 वीडियो उत्तर देखें

50. फलन के निरपेक्ष उच्चतम ज्ञात और निरपेक्ष निम्नतम मान उनके सम्मुख अन्तरालों में ज्ञात कीजिए -

$$f(x) = \sin x + \cos x, x \in [0, \pi]$$

 वीडियो उत्तर देखें

51. ऐसी दो धनात्मक संख्याएँ तथा ज्ञात कीजिए जो इस प्रकार हैं कि इनका योग 60 तथा xy^3 अधिकतम है।

 वीडियो उत्तर देखें

52. ऐसी दो धनात्मक संख्याएँ तथा ज्ञात कीजिए जो इस प्रकार हैं कि इनका योग 35 तथा x^2y^5 अधिकतम है?

 वीडियो उत्तर देखें

53. ऐसी दो धनात्मक संख्याएँ तथा ज्ञात कीजिए जो इस प्रकार हैं कि इनका योग 24 तथा गुणनफल अधिकतम है

 वीडियो उत्तर देखें

54. ऐसी दो धनात्मक संख्याएँ तथा ज्ञात कीजिए जो इस प्रकार हैं कि इनका योग 16 तथा $x^3 + y^3$ निम्नतम है।

 वीडियो उत्तर देखें

55. सिद्ध कीजिए कि एक वृत्त के अन्दर सभी आयतों में वर्ग का क्षेत्रफल अधिकतम होता है।

 वीडियो उत्तर देखें

56. सिद्ध कीजिए कि दी गई तिर्यक ऊर्चाई और महत्तम आयतन वाले शंकु का अर्द्ध शीर्ष कोण $\tan^{-1} \sqrt{2}$ होता है।

 वीडियो उत्तर देखें

57. एक स्थिर आयतन वाले खुले टैंक का आधार वर्गाकार है। यदि अन्तः पृष्ठ न्यूनतम हो, तब टैंक की गहराई तथा लम्बाई का अनुपात ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

58. एक निर्माता $\left(5 - \frac{x}{100}\right)$ रुपये प्रति इकाई की दर से x इकाइयाँ बेच सकता है। x इकाइयों का उत्पाद मूल्य $\left(\frac{x}{5} + 500\right)$ रुपये है। इकाइयों की वह संख्या ज्ञात कीजिए जो निर्माता की अधिकतम लाभ अर्जित करने के लिए बेचनी चाहिए।



वीडियो उत्तर देखें

अन्य महत्वपूर्ण उदाहरण

1. एक उल्टे शंक्वाकार बर्तन की गहराई 10 सेमी है तथा उसके आधार की त्रिज्या 5 सेमी है उसमें 1.5 घन सेमी/मिनट की दर से पानी डाला जाता है जब पानी की गहराई 4 सेमी हो तो ज्ञात कीजिए कि पानी तल किस डॉ से बढ़ रहा है ।



वीडियो उत्तर देखें

2. 10 सेमी लम्बी एक छड़ AB दो अक्षों OX तथा OY के मध्य इस प्रकार घूमती है कि उसके सिरे अक्षों पर रहते हैं यदि A मूल बिन्दु O से 8 सेमी हो तथा O से 2 सेमी/से. की

दर से दूर जा रहा हो तो ज्ञात कीजिए कि बिन्दु B किस दर से O की ओर बढ़ेगा।



वीडियो उत्तर देखें

3. शांत पानी में पत्थर डालने पर ऊर्मिकाएँ वृत्ताकार रूप में 6 सेमी/से, की दर से चलती है जब वृत्त की त्रिज्या 10 सेमी हो तो ज्ञात कीजिए कि उसका क्षेत्रफल किस दर से बढ़ेगा।



वीडियो उत्तर देखें

4. किसी समय एक गोले की त्रिज्या R है वह त्रिज्या ज्ञात कीजिए जबकि त्रिज्या बढ़ने की दर तथा गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल बढ़ने की दर समान हो।



वीडियो उत्तर देखें

5. एक कण वक्र $y = x^2 + 2x$ के साथ-साथ चलता है वक्र के किस बिन्दु पर कण के x तथा y निर्देशक समान दर से परिवर्तित हो रहे हैं।



वीडियो उत्तर देखें

6. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन

$$x^3 - 6x^2 - 36x + 7 \text{ वृद्धिमान है।}$$

 वीडियो उत्तर देखें

7. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन

$$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x \text{ हासमान हो।}$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. प्रदर्शित कीजिए कि $f(x) = \log \sin x$ अन्तराल $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ में हासमान फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

9. सिद्ध कीजिए कि फलन

$$f(x) = \log(1 + x) - \frac{2x}{2 + x}x < 0$$

के लिए वृद्धिमान फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

10. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन

$$f(x) = x^2 e^{-x} \text{ एकदिष्ट वर्धमान है।}$$



वीडियो उत्तर देखें

11. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन

$$f(x) = \sin x - \cos x \text{ वर्धमान है।}$$



वीडियो उत्तर देखें

12. a का मान ज्ञात कीजिए कि \mathbb{R} में $f(x) = x^3 - ax$

एक वर्धमान फलन हो।



वीडियो उत्तर देखें

13. $2x^2 + 8y^2 = 16$ के बिन्दु $(2, 1)$ पर स्पर्शरिखा का

समीकरण ज्ञात कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें

14. वक्र $y^3 + x - 4 = 0$ के बिन्दु $(3,1)$ पर अभिलम्ब का समी. ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

15. $x = t^2, y = 2t + 1$ के बिन्दु t पर अभिलम्ब का समी. ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

16. यदि वक्र $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ तथा $y^3 = 16x$ सम

कोणीय काटते हो तो a का मान ज्ञात कीजिए।



उत्तर देखें

17. वक्र $2a^2y = x^3 - 3ax^2$ पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ स्पर्श रेखा x-अक्ष के समान्तर हो



वीडियो उत्तर देखें

18. वक्र $y = 2x^2 - x + 1$ पर उस बिन्दु को ज्ञात कीजिए जहाँ स्पर्श रेखा सरल रेखा $y = 3x + 4$ के समान्तर हो।

 वीडियो उत्तर देखें

19. यदि वक्र $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा अक्षों को क्रमशः P तथा Q बिन्दुओं पर काटे तो सिद्ध कीजिए कि $OP + OQ = a$ जहाँ O मूल बिन्दु है।

 वीडियो उत्तर देखें

20. सिद्ध कीजिए कि n के प्रत्येक मान के लिए वक्र

$$\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 2 \text{ सरल रेखा } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2 \text{ को}$$

बिन्दु (a, b) पर स्पर्श करता है।



वीडियो उत्तर देखें

21. अवकलज का प्रयोग करके निम्न के निकटतम मान ज्ञात

कीजिए - $\sqrt{26}$



वीडियो उत्तर देखें

22. यदि $y = x^3 + 3$ तथा x का मान 2 से 1.99 तक परिवर्तित होता है तो अवकलन का प्रयोग करके y में निकटतम परिवर्तन ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

23. यदि एक वृत्तकी त्रिज्या 15 सेमी. तथा यह 3 प्रतिशत से बढ़ती है तो अवकलन का प्रयोग करके इसके क्षेत्रफल में निकटतम वृद्धि ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

24. सिद्ध कीजिए कि त्रिज्या मापने में त्रुटि के कारण से गोले के आयतन की गणना में आपेक्षिक त्रुटि त्रिज्या में आपेक्षिक त्रुटि की लगभग तीन गुनी होती है।



वीडियो उत्तर देखें

25. एक घनाकार संदूक के आयतन की गणना में प्रतिशत त्रुटि ज्ञात कीजिए यदि धन की कोर की लम्बाई मापने में त्रुटि 1 प्रतिशत होती है।



वीडियो उत्तर देखें

26. फलन $3 \sin x + 4 \cos x$ का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

27. $1 + \cos e c^2 x$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

28. यदि $xy = 4$ तथा $x > 0$ तो x का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $x + y$ न्यूनतम है।

 वीडियो उत्तर देखें

29. वह संख्या ज्ञात कीजिए जिससे उसके वर्ग का अन्तर अधिकतम हो।

 उत्तर देखें

30. x के किस मान के लिए एक आयत का क्षेत्रफल महत्तम होगा जिसकी आसन्न भुजाएँ $2x$ तथा $15-2x$ इकाई लम्बाई की है।

 वीडियो उत्तर देखें

31. सिद्ध कीजिए कि a त्रिज्या के गोले से उत्कीर्ण अधिकतम आयतन वाले शंकु की ऊँचाई $\frac{4a}{3}$ होगी।

 वीडियो उत्तर देखें

32. सिद्ध कीजिए कि त्रिज्या a के गोले से उत्कीर्ण अधिकतम आयतन वाले बेलन की ऊँचाई $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ होगी।

 वीडियो उत्तर देखें

33. यदि $x+y=10$ तो फलन xy^2 का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

पाठ्यपुस्तक की प्रश्नावली 8 1

1. वृत्त के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर इसकी प्रिज्या के सापेक्ष ज्ञात करो जबकि $r = 3$ सेमी. तथा $r = 4$ सेमी. है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. एक कण वक्र $y = \frac{2}{3}x^3 + 1$ पर चलता है। वक्र पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ y -निर्देशांक में परिवर्तन की दर, x -निर्देशांक में परिवर्तन की दर की दुगुनी है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. एक 13 मीटर लम्बी सीढ़ी दीवार के सहारे झुकी हुई है। सीढ़ी के पाद को 1.5 मी./से. की दर से जमीन के सारे दीवार से दूर खींचा जाता है। सीढ़ी तथा जमीन के मध्य का कोण किस गति से परिवर्तित हो रहा है जबकि सीढ़ी का पावि दीवार से 12 मीटर दूर हो ।

 वीडियो उत्तर देखें

4. एक परिवर्तनशील पन का किनारा 3 सेमी./से, की दर से बढ़ रहा है। घन का आयतन किस दर से बढ़ रहा है जबकि किनारा 10 सेमी. लम्बा है।

 वीडियो उत्तर देखें

5. एक गुब्बारा जो सदैव गोलाकार रहता है, एक पम्प द्वारा 900cm^3 गैस प्रति सैकण्ड भर कर फुलाया जाता है। गुब्बारे की त्रिज्या के परिवर्तन की दर ज्ञात करो जबकि त्रिज्या 15 सेमी. है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. एक गुब्बारा, जो सदैव गोलाकार रहता है, का व्यास $\frac{3}{2}(2x + 1)$ है। इसके आयतन के परिवर्तन की दर, x के सापेक्ष ज्ञात करो।

 वीडियो उत्तर देखें

7. किसी वस्तु की x इकाइयों के उत्पादन में कुल लागत $c(x)$ रूपये में निम्न समीकरण द्वारा दी गई है -

$$c(x) = 0.005x^3 - 0.02x^2 + 30x + 5000$$

सीमान्त लागत ज्ञात कीजिए जब वस्तु की 3 इकाई उपादित

की जाती है। जहाँ सीमान्त लागत का अर्थ किसी स्तर पर उत्पादन के सम्पूर्ण लागत में तात्कालिक परिवर्तन की दर है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. एक साबुन के गोलीय बुलबुले की त्रिज्या में 0.2 सेमी/से, की दर से वृद्धि हो रही है। इसके पृष्ठीय क्षेत्रफल में वृद्धि की दर ज्ञात कीजिए जबकि बुलबुले की त्रिज्या 7 सेमी. हो तथा इसके आयतन में वृद्धि की दर ज्ञात कीजिए जबकि बुलबुले की त्रिज्या 5 सेमी. हो।

 वीडियो उत्तर देखें

9. एक नली से $12 \frac{3}{4}$ सै, की दर से बालू उठेली जा रही है। उंडेली गई बालू से एक शंकु का निर्माण इस प्रकार होता है कि शंकु की ऊचाई सदैव आधार की त्रिज्या का $\frac{1}{6}$ वाँ भाग होती है। बालू के शंकु की ऊचाई में किस गति से वृद्धि हो रही है जबकि ऊचाई 4 सेमी. है।



वीडियो उत्तर देखें

10. किसी उत्पाद की x इकाइयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय $R(x)$ रुपयों में निम्न समीकरण द्वारा दी गई है



उत्तर देखें

पाठ्यपुस्तक की प्रश्नावली 8 1 पर आधारित अन्य महत्वपूर्ण अभ्यास प्रश्नावली

1. त्रिज्या r तथा ऊँचाई h वाले बेलन के लिए त्रिज्या के सापेक्ष पृष्ठीय क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात करो।

 वीडियो उत्तर देखें

2. फलन $y = x^3 + 21$ के लिए x व y का मान ज्ञात कीजिए जबकि y में परिवर्तन की दर x में परिवर्तन की दर का 3 गुना है।

 वीडियो उत्तर देखें

3. एक वर्ग की भुजा में 0.2 सेमी./सेकण्ड की दर से वृद्धि हो रही है। वर्ग के परिमाण में वृद्धि की दर ज्ञात कीजिए



वीडियो उत्तर देखें

4. एक साबुन के गोलीय बुलबुले की त्रिज्या में 0.2 सेमी/सेकण्ड की दर से वृद्धि हो रही है। इसके आयतन में वृद्धि की दर ज्ञात कीजिए जबकि त्रिज्या 5 सेमी. है।



वीडियो उत्तर देखें

5. एक 2 मीटर लम्बा व्यक्ति 6 मीटर / मिनट की एक समान चाल से 6 मीटर ऊँचाई वाले रोशनी के खम्भे से दूर चलता है। उसकी परछाई की लम्बाई में वृद्धि की दर ज्ञात कीजिए।



उत्तर देखें

6. एक कण एक सरल रेखा में इस प्रकार गतिमान है कि t समय बाद रेखा पर एक स्थिर बिन्दु से नापी गई दूरी $S = \frac{t^3}{3} - 16t$ सेमी. है, वह समय ज्ञात कीजिए जब उसका वेग शून्य हो।



वीडियो उत्तर देखें

7. एक कण एक सीधी रेखा में गतिमान है t से. बाद रेखा में दिये गये बिन्दु से इसकी दूरी मीटर में $S = \frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2} - 6t + 5$ द्वारा प्रदत्त है तब ज्ञात कीजिए।

5 से. बाद कण का वेग क्या होगा।

 वीडियो उत्तर देखें

8. एक कण एक सीधी रेखा में गतिमान है t से. बाद रेखा में दिये गये बिन्दु से इसकी दूरी मीटर में $S = \frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2} - 6t + 5$ द्वारा प्रदत्त है तब ज्ञात

कीजिए।

जब कण का वेग शून्य है तब इसका त्वरण क्या होगा।

 वीडियो उत्तर देखें

9. एक कण वक्र $y = \frac{2}{3}x^3 + 1$ के अनुसार गतिमान है वक्र पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ y निर्देशांक में परिवर्तन की दर x निर्देशांक में परिवर्तन की दर की दोगुनी है।

 वीडियो उत्तर देखें

10. दो कण एक ही बिन्दु से एक ही समय पर एक सरल रेखा में चलना आरम्भ करते हैं। सेकण्ड में उनके द्वारा तय की गई दूरियाँ क्रमशः $x = t^3 - 3t^2 + 6t + 5$ तथा $y = \frac{2t^3}{3} - \frac{t^2}{2} + 2t + 8$ है ज्ञात कीजिए कि कितने समय बाद दोनों कणों की चाल समान होगी।



वीडियो उत्तर देखें

11. ब्रेक लगने के t से. बाद एक मोटर गाड़ी द्वारा तय की गयी दूरी $S = 22t - 12t^2$ है, गाड़ी के रूकने से पहले उसके द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

पाठ्यपुस्तक की प्रश्नावली 8 2

1. सिद्ध कीजिए $f(x) = x^2$ अन्तराल $(0, \infty)$ में वर्धमान तथा अन्तराल $(-\infty, 0)$ में हासमान है।



वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = a^x$, $0 < a < 1$, R में हासमान है।



वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि फलन सम्मुख दिए गए अन्तराल में वर्धमान है ।

$$f(x) = \log \sin x, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$



वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए कि फलन सम्मुख दिए गए अन्तराल में वर्धमान है ।

$$f(x) = x^{100} + \sin x + 1, x \in \left(0, \frac{\pi}{20}\right)$$



वीडियो उत्तर देखें

5. सिद्ध कीजिए कि फलन सम्मुख दिए गए अन्तराल में वर्धमान है ।

$$f(x) = (x - 1)e^x + 1, x > 0$$



वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि फलन सम्मुख दिए गए अन्तराल में वर्धमान है ।

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 1, x \in R$$



वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिए कि फलन सम्मुख दिए गए अन्तराल में
हासमान है ।

$$f(x) = -\tan^{-1} x, x \in R$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिए कि फलन सम्मुख दिए गए अन्तराल में
हासमान है ।

$$f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x, x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$$

 वीडियो उत्तर देखें

9. सिद्ध कीजिए कि फलन सम्मुख दिए गए अन्तराल में हासमान है ।

$$f(x) = \frac{3}{x} + 5, x \in R, x \neq 0$$

 वीडियो उत्तर देखें

10. सिद्ध कीजिए कि फलन सम्मुख दिए गए अन्तराल में हासमान है ।

$$f(x) = x^2 - 2x + 3, x < 1$$

 वीडियो उत्तर देखें

11. अंतराल ज्ञात किजिए जिसमे फलन वर्धमान या हासमान है ।

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$$

 वीडियो उत्तर देखें

12. अंतराल ज्ञात किजिए जिसमे फलन वर्धमान या हासमान है ।

$$f(x) = x^4 - 2x^2$$

 वीडियो उत्तर देखें

13. अंतराल ज्ञात किजिए जिसमे फलन वर्धमान या हासमान है ।

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 5$$

 वीडियो उत्तर देखें

14. अंतराल ज्ञात किजिए जिसमे फलन वर्धमान या हासमान है ।

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + 5$$

 वीडियो उत्तर देखें

15. a का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए कि फलन

$f(x) = x^2 + ax + 5$ अंतराल $[1, 2]$ में वर्धमान है।

 वीडियो उत्तर देखें

16. सिद्ध कीजिए कि फलन

$f(x) = \tan^{-1}(\sin x + \cos x)$, अन्तराल

$(0, \frac{\pi}{4})$ में वर्धमान फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

पाठ्यपुस्तक की प्रश्नावली 8 2 पर आधारित अन्य महत्वपूर्ण अभ्यास प्रश्नावली

1. सिद्ध कीजिए कि फलन दिये हुए अन्तराल में वर्धमान है -

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 1, x \in R$$



वीडियो उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए कि फलन दिये हुए अन्तराल में वर्धमान है -

$$f(x) = (x - 1)e^x + 1x > 0$$



वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि फलन सम्मुख दिए हुए अन्तराल में हासमान है -

$$f(x) = x^2 - 2x + 3, x < 1$$

 वीडियो उत्तर देखें

4. अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन वर्धमान और हासमान हो-

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + 15$$

 वीडियो उत्तर देखें

5. अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन वर्धमान और हासमान हो-

$$f(x) = -2x^3 - 9x^2 - 12x + 1$$

 वीडियो उत्तर देखें

6. अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन वर्धमान और हासमान हो-

$$f(x) = x^4 - 2x^2$$

 वीडियो उत्तर देखें

7. अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन वर्धमान और हासमान हो-

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 5$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. वे अन्तराल ज्ञात करें जिनमें फलन

$$f(x) = \frac{4 \sin x - 2x - x \cos x}{2 + \cos x} \text{ वर्धमान है।}$$

 उत्तर देखें

9. वे अन्तराल ज्ञात करें जिनमें फलन

$$f(x) = \frac{4 \sin x - 2x - x \cos x}{2 + \cos x} \text{ हासमान है ।}$$

 उत्तर देखें

10. वे अन्तराल ज्ञात करें जिनमें फलन $f(x) = \frac{x}{\log x}$

वर्धमान या हासमान है ।

 वीडियो उत्तर देखें

11. सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = 5x - 2$ वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में निरंतर वर्धमान है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = 3x + 27$ वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में निरन्तर वर्धमान है।

 वीडियो उत्तर देखें

13. सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = |x|$ अन्तराल $(0, \infty)$ में निरन्तर वर्धमान है। तथा अन्तराल $(-\infty, 0)$ में निरन्तर हासमान है।



वीडियो उत्तर देखें

14. सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = e^{-x}$ वास्तविक संख्याओं के समुच्चय \mathbb{R} में निरन्तर हासमान है।



वीडियो उत्तर देखें

15. सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = 3^x$ वास्तविक संख्याओं के समुच्चय \mathbb{R} में निरंतर वर्धमान फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

16. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन $f(x) = x - [x]$ वर्धमान है।

 वीडियो उत्तर देखें

17. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन

$$f(x) = \frac{x - 2}{x + 1} \text{ एक वर्धमान फलन है।}$$



वीडियो उत्तर देखें

18. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन निरंतर वर्धमान

या हासमान है

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$$



वीडियो उत्तर देखें

19. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन निरंतर वर्धमान
या हासमान है

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 5$$



वीडियो उत्तर देखें

20. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन निरंतर वर्धमान
या हासमान है

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x + 17$$



वीडियो उत्तर देखें

21. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन निरंतर वर्धमान या हासमान है

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 48x + 17$$

 वीडियो उत्तर देखें

पाठ्यपुस्तक की प्रश्नावली 8 3

1. वक्र $y = x^3 - x$ बिन्दु $x=2$ पर स्पर्श रेखा की प्रवणता ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

2. वक्र $y = \frac{x - 1}{x - 2}x \neq 2$ के बिन्दु $x=10$ पर स्पर्श रेखा

की प्रवणता ज्ञात कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

3. वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जहाँ वक्र

$y = \sqrt{(4x - 3)} - 1$ की स्पर्श रेखा की प्रवणता $\frac{2}{3}$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

4. उन सभी रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जो वक्र

$$y + \frac{2}{x-3} = 0 \text{ की स्पर्श रेखाएँ हैं तथा जिनकी प्रवणता}$$

2 है।



वीडियो उत्तर देखें

5. वक्र $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$ पर वे बिन्दु ज्ञात कीजिए जहाँ

स्पर्श रेखा x-अक्ष के समान्तर |



वीडियो उत्तर देखें

6. वक्र $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$ पर वे बिन्दु ज्ञात कीजिए जहाँ स्पर्श रेखा y -अक्ष के समान्तर |

 वीडियो उत्तर देखें

7. वक्र $x = a \sin^3 t, y = b \cos^3 t$ की $t = \frac{\pi}{2}$ स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

8. वक्र $y = \sin^2 x$ के बिन्दु $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{3}{4}\right)$ पर अभिलम्ब का

समीकरण ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

9. वक्र के लिए उनके सम्मुख अंकित बिन्दु पर स्पर्श रेखा

एवम् अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए -

$$y = x^2 + 4x + 1, x = 3 \text{ पर}$$

 वीडियो उत्तर देखें

10. वक्र के लिए उनके सम्मुख अंकित बिन्दु पर स्पर्श रेखा

एवम् अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए -

$$y^2 = 4ax, x = a \text{ पर}$$



वीडियो उत्तर देखें

11. वक्र के लिए उनके सम्मुख अंकित बिन्दु पर स्पर्श रेखा

एवम् अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए -

$$xy = a^2 \left(at, \frac{a}{t} \right) \text{ पर}$$



वीडियो उत्तर देखें

12. वक्र के लिए उनके सम्मुख अंकित बिन्दु पर स्पर्श रेखा
एवम् अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए -

$$y^2 = 4ax, \left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m} \right) \text{ पर}$$

 वीडियो उत्तर देखें

13. वक्र के लिए उनके सम्मुख अंकित बिन्दु पर स्पर्श रेखा
एवम् अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए -

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, (a \sec \theta, b \tan \theta) \text{ पर}$$

 उत्तर देखें

14. वक्र के लिए उनके सम्मुख अंकित बिन्दु पर स्पर्श रेखा

एवम् अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए -

$$y = 2x^2 - 3x - 1, (1, - 2) \text{ पर}$$



उत्तर देखें

15. वक्र के लिए उनके सम्मुख अंकित बिन्दु पर स्पर्श रेखा

एवम् अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए -

$$x = at^2, y = 2at, t = 1 \text{ पर}$$



वीडियो उत्तर देखें

16. वक्र के लिए उनके सम्मुख अंकित बिन्दु पर स्पर्श रेखा एवम् अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए -

$$x = \theta + \sin \theta, y = 1 - \cos \theta, \theta = \frac{\pi}{2} \text{ पर}$$



वीडियो उत्तर देखें

पाठ्यपुस्तक की प्रश्नावली 8 3 पर आधारित अन्य महत्वपूर्ण अभ्यास प्रश्नावली

1. वक्र पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए, जहाँ स्पर्श रेखा x-अक्ष के समान्तर हो -

$$x^2 + 2y = 8x - 7$$



वीडियो उत्तर देखें

2. वक्र पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए, जहाँ स्पर्श रेखा x-
अक्ष के समान्तर हो -

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$$



वीडियो उत्तर देखें

3. वक्र पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए, जहाँ स्पर्श रेखा x-
अक्ष के लम्बवत हो

$$y^2 = x^2(2a - x)$$



उत्तर देखें

4. वक्र पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए, जहाँ स्पर्श रेखा x-अक्ष के लम्बवत हो

$$x^2 + y^2 = 2y + 3$$



उत्तर देखें

5. वक्र के लिए उनके सम्मुख अंकित बिन्दु पर स्पर्श रेखा एवं अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए -

$$y = x^2 + 4x + 1, x = 3 \text{ पर}$$



वीडियो उत्तर देखें

6. वक्र के लिए उनके सम्मुख अंकित बिन्दु पर स्पर्श रेखा एवं

अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए -

$$y = 2x^2 - 3x - 1(1, -2) \text{ पर}$$

 वीडियो उत्तर देखें

7. वक्र के लिए उनके सम्मुख अंकित बिन्दु पर स्पर्श रेखा एवं

अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए -

$$y^2 = 4ax, x = a \text{ पर}$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. वक्र के लिए उनके सम्मुख अंकित बिन्दु पर स्पर्श रेखा एवं अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए -

$$x = at^2, y = 2at, t = 1 \text{ पर}$$

 वीडियो उत्तर देखें

9. वक्र $\sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} = 1$ के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा

x तथा y अक्ष से क्रमशः p तथा q अन्तः खण्ड काटती है। तो

सिद्ध कीजिए

$$\frac{p}{a} + \frac{q}{b} = 1$$

 वीडियो उत्तर देखें

10. वक्र $y = x^2 - 5x + 6$ पर उस बिन्दु को ज्ञात कीजिए जहाँ पर स्पर्श रेखा सरल रेखा $2y = 10x + 3$ के रग्मान्तर हों।

 वीडियो उत्तर देखें

11. वक्र $y = x^3$ पर स्थित वे बिन्दु ज्ञात कीजिए जिन पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ x - अक्ष से 60° का कोण बनाती है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. वक्र $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ स्थित बिन्दु (x_1, y_1) पर खींची

गई स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

13. वक्र $yx^2 + x^2 - 5x + 6 = 0$ पर स्थित उन

बिन्दुओं पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जहाँ वक्र

x- अक्ष को काटता है।



वीडियो उत्तर देखें

14. वक्र $9x^2 + 16y^2 = 144$ पर स्थित उन बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिन पर खींची गई स्पर्श रेखा x-अक्ष के समान्तर है।

 वीडियो उत्तर देखें

15. वक्र $9x^2 + 16y^2 = 144$ पर स्थित उन बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिन पर खींची गई स्पर्श रेखा x-अक्ष के लम्बवत् है।

 उत्तर देखें

16. वक्र $y = x^2 + 7x + 1$ पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जिन पर प्रवणता 0, 1 तथा 7 है।

 वीडियो उत्तर देखें

17. वक्र $y = x(x-2)(x-4)$ के उन बिन्दुओं के भुज ज्ञात कीजिए जहाँ अभिलम्ब x - अक्ष के समान्तर है।

 उत्तर देखें

18. वक्र $y = x + \frac{2}{x}$ के बिन्दु (2, 3) पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

19. वक्र $9y^2 = x^3$ के उस बिन्दु का भुज ज्ञात कीजिए जिस पर खींचा गया अभिलम्ब अक्षों से बराबर अन्तःखण्ड काटता है।

 वीडियो उत्तर देखें

20. यदि परवलय $y^2 = 4ax$ के बिन्दु $(at_1^2, 2at_1)$ पर खींचा गया अभिलम्ब वक्र को पुनः बिन्दु $(at_2^2, 2at_2)$ पर मिलता है, तो सिद्ध कीजिए कि -

$$t_2 = -t_1 - \frac{2}{t_1}$$

 वीडियो उत्तर देखें

21. परवलय $x^2 = y - 3x$ के उस अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए जो x-अक्ष से 45° का कोण बनाता है।

 वीडियो उत्तर देखें

22. सिद्ध कीजिए कि परवलय $y^2 = 4x - 8$ पर स्थित बिन्दु $(2,0)$ पर खींचा गया अभिलम्ब मूल बिन्दु से गुजरता है।

 वीडियो उत्तर देखें

पाठ्यपुस्तक की प्रश्नावली 8 4

1. अवकलज का प्रयोग करके सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए ।

$$(0.009)^{\frac{1}{3}}$$

 वीडियो उत्तर देखें

2. अवकलज का प्रयोग करके सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए ।

$$(0.999)^{\frac{1}{10}}$$



वीडियो उत्तर देखें

3. अवकलज का प्रयोग करके सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए ।

$$\sqrt{0.0037}$$



वीडियो उत्तर देखें

4. अवकलज का प्रयोग करके सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए

|

$$\frac{1}{(0.002)^2}$$



उत्तर देखें

5. अवकलज का प्रयोग करके सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए ।

$$(15)^{\frac{1}{4}}$$



वीडियो उत्तर देखें

6. अवकलज का प्रयोग करके सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए ।

$$\sqrt{401}$$

 वीडियो उत्तर देखें

7. अवकलज का प्रयोग करके सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए ।

$$(3.968)^{\frac{3}{2}}$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. अवकलज का प्रयोग करके सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए ।

$$(32.15)^{\frac{1}{5}}$$



उत्तर देखें

9. अवकलज का प्रयोग करके सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए ।

$$\sqrt{0.6}$$



वीडियो उत्तर देखें

10. अवकलज का प्रयोग करके सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए

|

$$\log_{10}(10.1), \quad \log_{10} e = 0.4343$$



वीडियो उत्तर देखें

11. अवकलज का प्रयोग करके सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए

|

$$\log_e(10.02), \quad \log_e 10 = 2.3026$$



वीडियो उत्तर देखें

12. यदि $y = x^2 + 4$ तथा x का मान 3 से 3.1 परिवर्तित होता है तब अवकलज के प्रयोग से y में परिवर्तनका सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें

13. सिद्ध कीजिए कि एक घनाकार सन्दूक के आयतन की गणना में प्रतिशत त्रुटि, घन की कोर की लम्बाई मापने में त्रुटि की लगभग तीन गुना होती है।



वीडियो उत्तर देखें

14. यदि गोले की त्रिज्या 10 सेमी से 9.8 सेमी तक सिकुड़ती है तब इसके आयतन में सन्निकटन त्रुटि ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

पाठ्यपुस्तक की प्रश्नावली 8 4 पर आधारित अन्य महत्वपूर्ण अभ्यास प्रश्नावली

1. अवकलन का प्रयोग करके निकटतम मान ज्ञात कीजिए।

$$\sqrt{401}$$

 वीडियो उत्तर देखें

2. अवकलन का प्रयोग करके निकटतम मान ज्ञात कीजिए।

$$(26)^{1/3}$$



वीडियो उत्तर देखें

3. अवकलन का प्रयोग करके निकटतम मान ज्ञात कीजिए।

$$\sqrt{25.2}$$



वीडियो उत्तर देखें

4. अवकलन का प्रयोग करके निकटतम मान ज्ञात कीजिए।

$$(0.007)^{1/3}$$



वीडियो उत्तर देखें

5. एक गोले की त्रिज्या 8 cm मापी जाती है, जिसमें 0.3 cm की त्रुटि है, इसके आयतन में सन्निकट त्रुटि ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि एक घनाकार संदूक के आयतन की गणना में प्रतिशत त्रुटि घन की कोर की लम्बाई मापने में प्रतिशत त्रुटि की लगभग तीन गुनी होती है।



वीडियो उत्तर देखें

7. एक गोले की त्रिज्या 6 सेमी. मापी जाती है, जिसमें 0.04 सेमी. की त्रुटि है, इसके पृष्ठीय क्षेत्रफल के परिकलन में सन्निकट त्रुटि ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

8. एक वृत्त की त्रिज्या 75 सेमी. है, इसमें 3% की वृद्धि होती है, इसके क्षेत्रफल में सन्निकट वृद्धि ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

9. $f(3.02)$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए, जबकि

$$f(x) = 3x^2 + 5x + 3$$

 वीडियो उत्तर देखें

10. x मी. भुजा वाले घन की भुजा में 2% की वृद्धि के कारण घन के आयतन में सन्निकट परिवर्तन ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

पाठ्यपुस्तक की प्रश्नावली 8 5

1. फलन के उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए -

$$2x^3 - 15x^2 + 36x + 10$$

 वीडियो उत्तर देखें

2. फलन के उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए -

$$\sin x + \cos 2x$$



वीडियो उत्तर देखें

3. फलन के उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए -

$$x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 1$$



वीडियो उत्तर देखें

4. फलन के अधिकतम तथा निम्नतम मान, यदि कोई हो तो, ज्ञात कीजिए

$$-|x + 1| + 3$$



वीडियो उत्तर देखें

5. फलन के अधिकतम तथा निम्नतम मान, यदि कोई हो तो, ज्ञात कीजिए

$$|x + 2| + 1$$



वीडियो उत्तर देखें

6. फलन के अधिकतम तथा निम्नतम मान, यदि कोई हो तो, ज्ञात कीजिए

$$|\sin 4x + 3|$$

 वीडियो उत्तर देखें

7. फलन के अधिकतम तथा निम्नतम मान, यदि कोई हो तो, ज्ञात कीजिए

$$\sin 2x + 5$$

 वीडियो उत्तर देखें

8. फलन के दिये गए अन्तराल में, अधिकतम तथा निम्नतम मान ज्ञात कीजिए -

$$2x^3 - 24x + 107 \quad x \in [1, 3]$$

 वीडियो उत्तर देखें

9. फलन के दिये गए अन्तराल में, अधिकतम तथा निम्नतम मान ज्ञात कीजिए -

$$3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1, \quad x \in [0, 2]$$

 वीडियो उत्तर देखें

10. फलन के दिये गए अन्तराल में, अधिकतम तथा निम्नतम मान ज्ञात कीजिए -

$$x + \sin 2x, \quad x \in [0, 2\pi]$$

 वीडियो उत्तर देखें

11. फलन के चरम मान ज्ञात कीजिए -

$$\sin x \cdot \cos 2x$$

 वीडियो उत्तर देखें

12. फलन के चरम मान ज्ञात कीजिए

$$a \sec x + b \cos ecx, 0 < a < b$$



उत्तर देखें

13. फलन के चरम मान ज्ञात कीजिए

$$x^{\frac{1}{x}}, x < 0$$



उत्तर देखें

14. फलन के चरम मान ज्ञात कीजिए

$$\frac{1}{x} \cdot \log x, x \in (0, \infty)$$

 उत्तर देखें

15. सिद्ध कीजिए कि फलन $\frac{x}{1 + x \tan x}$ का मान $x \cos$

x पर उच्चिष्ठ है।

 वीडियो उत्तर देखें

16. सिद्ध कीजिए फलन $\sin x.(1+\cos x)$ का मान

$\cos x = \frac{\pi}{3}$ पर उच्चिष्ठ है।

 वीडियो उत्तर देखें

17. सिद्ध कीजिए कि फलन $y = \sin^p \theta . \cos^q \theta$ का मान

$\tan \theta = \sqrt{\frac{p}{q}}$ पर उच्चिष्ठ है।

 वीडियो उत्तर देखें

पाठ्यपुस्तक की प्रश्नावली 8 5 पर आधारित अन्य महत्वपूर्ण
अभ्यास प्रश्नावली

1. फलन के उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ मान बताइए। -

$$(x + 1)(x - 2)^2$$



वीडियो उत्तर देखें

2. फलन के उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ मान बताइए। -

$$x^3 - 6x^2 + 9x + 2$$



वीडियो उत्तर देखें

3. फलन के उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ मान बताइए। -

$$\sin x + \cos 2x$$

 उत्तर देखें

4. फलन के उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ मान बताइए। -

$$3x^4 - 10x^3 + 6x^2 + 5$$

 वीडियो उत्तर देखें

5. $y = x(5-x)$, x के किस मान के लिए उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ है।

 वीडियो उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए कि $x^3 - 3x^2 + 6x + 7$ का कोई उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ मान नहीं है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. फलन $x + \sin 2x$ के उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

8. फलन $(x-1)(x-2)(x-3)$ का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

9. दिखाइये कि $x=e$ पर फलन $x^{1/x}$ का मान निम्निष्ठ है।

 वीडियो उत्तर देखें

10. दिखाइये कि $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ पर फलन $x^2 \log \frac{1}{x}$ उच्चिष्ठ

है।

 वीडियो उत्तर देखें

11. सिद्ध कीजिए कि फलन $(x - 1)^2 e^x$ का $x = -1$ पर उच्चिष्ठ मान $\frac{4}{e}$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. फलन $y = \sec x + \log \cos^2 x$ का उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

1. सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त में बड़े से बड़ा त्रिभुज जो खींचा जा सकता है, वह समबाहु त्रिभुज होगा।



वीडियो उत्तर देखें

2. किसी वर्ग का परिमाण तथा वृत्त की परिधि का योग दिया हुआ है। सिद्ध कीजिए कि उनके क्षेत्रफल का योग न्यूनतम होगा यदि वर्ग की भुजा, वृत्त के व्यास के बराबर है।



वीडियो उत्तर देखें

3. यदि एक गोले में एक शंकु बनाया जाता है तब सिद्ध कीजिए कि उसका आयतन महत्तम होगा यदि शंकु की ऊचाई, गोले के व्यास की दो तिहाई हो।



वीडियो उत्तर देखें

4. किसी नदी में स्टीमर चलाने का प्रति घण्टे का खर्च, उसके वेग के घन का समानुपाती है। यदि जलधारा का वेग x किमी प्रति घण्टा हो तब सिद्ध कीजिए कि स्टीमर की जलधारा के विपरित दिशा में चलने में उसकी अधिकतम मितव्ययी चाल $\frac{3}{2}x$ किमी. प्रति घण्टा होगी।





उत्तर देखें

5. यदि एक समकोण त्रिभुज के कर्ण तथा एक भुजा का योग दिया हुआ है। तब सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज का क्षेत्रफल अधिकतम होगा यदि इन भुजाओं के मध्य कोण $\frac{\pi}{3}$ है।



वीडियो उत्तर देखें

6. यदि किसी समद्विबाहु त्रिभुज के अन्दर a त्रिज्या का वृत्त बनाया गया है तब सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज न्यूनतम परिमाण $6\sqrt{3}a$ होगा।



उत्तर देखें

7. यदि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के किसी बिन्दु p पर अभिलम्ब खींचा गया है तब सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्त के केन्द्र से अभिलम्ब की अधिकतम दूरी a-b है।



उत्तर देखें

पाठ्यपुस्तक की प्रश्नावली 8 6 पर आधारित अन्य महत्वपूर्ण
अभ्यास प्रश्नावली

1. फलन के उच्चिष्ठ एवं निम्निष्ठ मान ज्ञात करो -

$$x^3 - 6x^2 + 9x + 15$$

 वीडियो उत्तर देखें

2. फलन के उच्चिष्ठ एवं निम्निष्ठ मान ज्ञात करो -

$$2x^3 - 15x^2 + 36x + 10$$

 वीडियो उत्तर देखें

3. दिए गए अन्तराल में फलन के अधिकतम एवं न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए

$$x^3 - 18x^2 + 96x \quad x \in [0, 9]$$



उत्तर देखें

4. दिए गए अन्तराल में फलन के अधिकतम एवं न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए

$$2x^3 - 24x + 107 \quad x \in [1, 3]$$



वीडियो उत्तर देखें

5. फलन के चरम मान ज्ञात कीजिए -

$$\frac{1}{x} \log_e x \quad 0 < x < \infty$$

 वीडियो उत्तर देखें

6. फलन के चरम मान ज्ञात कीजिए -

$$x^{1/x} \quad x > 0$$

 वीडियो उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिए कि फलन $(3 - x)e^{2x} - 4xe^x - x$

का $x=0$ पर चरम मान नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

8. एक वर्ग का परिमाण तथा वृत्त की परिधि का योग दिया है।

सिद्ध कीजिए कि उनके क्षेत्रफल का योग न्यूनतम होगा

जबकि वर्ग की भुजा वृत्त के व्यास के बराबर है।



वीडियो उत्तर देखें

9. दर्शाइये कि एक निश्चित आयतन के शक्वांकर ढेर को बनाने में कम से कम कपड़ा लगेगा, जब उसकी ऊँचाई और आधार की त्रिज्या का अनुपात $\sqrt{2}:1$ है।



वीडियो उत्तर देखें

10. सिद्ध कीजिए कि वृत्त के अंतर्गत महत्तम क्षेत्रफल वाला आयत एक वर्ग है।



वीडियो उत्तर देखें

11. सिद्ध कीजिए कि एक समकोण वृत्ताकार शंकु के अंतर्गत बने सबसे बड़े बेलन का आयतन $\frac{4}{27}\pi h^3 \tan^2 \alpha$ है, जबकि शंकु की ऊँचाई h तथा अर्द्धशीर्ष कोण α है।

 वीडियो उत्तर देखें

12. यदि $x + y = 2$ तब फलन xy^2 का उच्चतम मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

13. एक समकोण त्रिभुज की एक भुजा और कर्ण का योगफल दिया है, तो सिद्ध करो कि त्रिभुज का क्षेत्रफल उच्चतम होगा, जब इन भुजाओं के मध्य का कोण 60° है।



वीडियो उत्तर देखें

14. सिद्ध कीजिए कि किसी दिए हुए गोले के अंतर्गत उच्चतम आयतन के शंकु की ऊँचाई का गोले के व्यास से अनुपात 2 :3 है।



वीडियो उत्तर देखें

15. एक खुले बेलनाकार बर्तन के पृष्ठ का क्षेत्रफल 100 वर्ग सेमी. है, उसका अधिकतम आयतन ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

16. सिद्ध कीजिए कि दिए हुए सम्पूर्ण पृष्ठ और अधिकतम आयतन वाले बेलन की ऊँचाई आधार के व्यास के बराबर होती है।

 वीडियो उत्तर देखें

17. सिद्ध कीजिए कि एक गोले के अंतर्गत जिसकी त्रिज्या a है, उच्चतम आयतन के बने बेलन की ऊँचाई $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

पाठ्यपुस्तक की विविध प्रश्नावली 8

1. यदि बेलन की त्रिज्या तथा ऊँचाई है तब त्रिज्या के सापेक्ष पृष्ठीय क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए

 उत्तर देखें

2. फलन $y = x^3 + 21$ के लिए x तथा y के मान ज्ञात कीजिए जबकि y में परिवर्तन की दर, x में परिवर्तन की दर का तीन गुना है।



वीडियो उत्तर देखें

3. सिद्ध कीजिए कि चरघातांकी फलन e^x वर्धमान फलन है।



वीडियो उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = \log(\sin x)$, अन्त $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ में वर्धमान तथा अन्तराल $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ में हासमान है।



वीडियो उत्तर देखें

5. यदि वक्र $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा OX तथा OY अक्षों को क्रमशः p और Q बिन्दुओं पर काटे, तब सिद्ध कीजिए कि $OP+OQ=a$, जहाँ O मूल बिन्दु है।



वीडियो उत्तर देखें

6. वक्र $y = \cos(x + y)$, $x \in [-2\pi, 2\pi]$ की स्पर्श रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $x+2y=0$ के समान्तर है।

 वीडियो उत्तर देखें

7. एक घनाकर सन्दूक के आयतन की गणना में प्रतिशत त्रुटि ज्ञात कीजिए, जबकि घन की कोर की लम्बाई में त्रुटि 5 प्रतिशत होती है।

 वीडियो उत्तर देखें

8. एक वृत्ताकार धातु की चद्दर तापसे इन प्रकार विस्तार होती है कि इसकी त्रिज्या में 2 प्रतिशत की वृद्धि होती है। इसके क्षेत्रफल में निकटतम वृद्धि ज्ञात कीजिए जबकि तापसे पूर्व, चद्दर की त्रिज्या 10 सेमी है।



वीडियो उत्तर देखें

9. सिद्ध कीजिए कि गोले के अन्तर्गत, सबसे बड़े शंकु का आयतन, गोले के आयतन का $\frac{8}{27}$ होता है।



वीडियो उत्तर देखें

10. सिद्ध कीजिए कि दिए हुए पृष्ठ तथा महत्तम आयतन वाले लम्ब वृत्तीय शंकु का अर्धशीर्ष कोण $\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ होता है।

 वीडियो उत्तर देखें

पाठ्यपुस्तक की विविध प्रश्नावली 8 पर आधारित अन्य महत्वपूर्ण अभ्यास प्रश्नावली

1. यदि $y = 4x - x^3$ तथा 'x' में 3 इकाई/सेकण्ड की दर से वृद्धि हो रही है तो वक्र की प्रवणता किस दर से परिवर्तित हो रही है, जबकि $x = 1$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. वक्र $y^2 = 12x$ पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जिस पर भुज तथा कोटि एक ही दर से परिवर्तित होते हैं।

 वीडियो उत्तर देखें

3. 2 मीटर लम्बाई का एक व्यक्ति 5 किमी./घण्टा की समान चाल से 6 मीटर ऊँचाई वाले प्रकाश स्तम्भ से दूर चलता है उसकी परछाई की लम्बाई में वृद्धि की दर ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

4. किसी उत्पाद की 'x' इकाइयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय रूप्यों में $R(x) = 4x^2 + 49x + 7$ है, जब $x = 6$ तो सीमान्त आय ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

5. एक आयत की लम्बाई 'x' 5 सेमी/मिनट की दर से घट रही है तथा चौड़ाई 'y' 4 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है जब $x = 8$ सेमी तथा $y = 6$ सेमी है तब आयत के परिमाण तथा क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

6. वह अन्तराल ज्ञात जिसमें फलन

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x \text{ वर्धमान है}$$

 उत्तर देखें

7. वह अन्तराल ज्ञात जिसमें फलन

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x \text{ हासमान है।}$$

 उत्तर देखें

8. दिखाइए कि फलन

$$f(x) = \tan^{-1}(\sin x + \cos x) \text{ अन्तराल } \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$$

में वर्धमान है ।

 वीडियो उत्तर देखें

9. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन

$$f(x) = \frac{4x^2 + 1}{x}, x \neq 0 \text{ वर्धमान है।}$$

 उत्तर देखें

10. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन

$$f(x) = \frac{4x^2 + 1}{x}, x \neq 0 \text{ हासमान है।}$$



उत्तर देखें

11. अन्तराल $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ को उन अन्तरालों में विभक्त कीजिए

जिसमें फलन $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ वर्धमान है।



वीडियो उत्तर देखें

12. अन्तराल $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ को उन अन्तरालों में विभक्त कीजिए

जिसमें फलन $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ हासमान है।

 वीडियो उत्तर देखें

13. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन

$f(x) = 6 - 9x - x^2$ निरंतर वर्धमान या हासमान है।

 वीडियो उत्तर देखें

14. सिद्ध कीजिए कि $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ में

$$y = \frac{4 \sin \theta}{(2 + \cos \theta)} - \theta, \theta \text{ का मान वर्धमान फलन है।}$$

 वीडियो उत्तर देखें

15. अन्तराल $(-1, 1)$ से असंयुक्त एक अन्तराल I में फलन

$$f(x) = x + \frac{1}{x} \text{ है तो सिद्ध कीजिए कि फलन } f(x)$$

निरंतर वर्धमान फलन है।

 वीडियो उत्तर देखें

16. वक्र $y = \sqrt{7x + 2} - 3$ पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जिन पर स्पर्श रेखा की प्रवणता 7 है।

 वीडियो उत्तर देखें

17. वक्र $y = \frac{x - 5}{(x - 1)(x - 2)}$ के उन बिन्दुओं पर स्पर्श रेखाएँ ज्ञात कीजिए जहाँ ये x अक्ष को काटती है।

 वीडियो उत्तर देखें

18. वक्रों $x^2 + y^2 = 1$ तथा $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ का प्रतिच्छेदन कोण ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

19. एक गोले की त्रिज्या 18 सेमी नापी गई है इसमें 0.06 सेमी की त्रुटि है इसके आयतन में सन्निकट त्रुटि ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

20. $f(5.001)$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

जहाँ $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15$ है।

 वीडियो उत्तर देखें

21. $f(x) = 5 + x$, $x \in R$ द्वारा परिभाषित

फलन का स्थानीय उच्चतम/निम्नतम मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

22. $f(x) = \sin x - \cos x, 0 < x < \pi$ का स्थानीय

उच्चतम/निम्नतम बिन्दु तथा इसके संगत मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

23. $f(x) = x^{40} - x^{10}$ द्वारा परिभाषित फलन के

अन्तराल $[0, 1]$ में उच्चतम तथा निम्नतम मान ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें

24. दो धनात्मक संख्याएँ x तथा y ज्ञात कीजिए जिनका योग 45 है तथा गुणनफल x^2y^3 उच्चतम है।

 वीडियो उत्तर देखें

25. r त्रिज्या के गोले के अन्तर्गत बने सबसे बड़े वृत्तीय बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।

 वीडियो उत्तर देखें