



# MATHS

## BOOKS - SCIENCE PUBLICATION

### MATHS (HINDI)

#### संततता तथा अवकलनीयता

#### पाठ्यपुस्तक के उदाहरण

1. निम्न फलन के लिए  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$

बिंदु  $x = 0$  पर सांतत्य की जाँच कीजिए। \



वीडियो उत्तर देखें

2. फलन  $f(x) = x + x - 1$  का  $x = 0$

तथा  $x = 1$  पर सांतत्य का परीक्षण कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें

3. प्रदर्शित कीजिए की फलन  $f(x)$  जो निम्न प्रकार परिभाषित

है

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{1 + e^{\frac{1}{x}}} & 'x \neq 0 \\ 0 & 'x = 0 \end{cases} \quad x = 0 \text{ पर संतत नहीं है ।}$$



वीडियो उत्तर देखें

4. यदि निम्न फलन  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(cx)}{x \sin x} & x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & x = 0 \end{cases}$

बिंदु  $x = 0$  पर सतंत है तो  $c$  का मान ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

5. यदि फलन

$$f(x) = \begin{cases} 3 & x \leq 4 \\ ax + h & 4 < x < 6 \\ 7 & x \geq 6 \end{cases} \text{ तब}$$

$a$  तथा  $b$  के मान ज्ञात कीजिए जिससे की फलन  $f(x)$ ,

अंतराल  $[4,6]$  में सतंत हो ।



वीडियो उत्तर देखें

6. निम्न फलन

$$f(x) = \begin{cases} x^n \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad \text{के}$$

लिए  $m$  पर वह प्रतिबंध ज्ञात कीजिए ताकि  $f(x)$ , बिंदु  $x = 0$  पर सतंत है।



वीडियो उत्तर देखें

7.  $m$  के किन मानों के लिए फलन

$$f(x) = \begin{cases} x^m \frac{\sin(1)}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \text{ बिंदु पर (a) } x = 0 \text{ पर}$$

संतत है

(b)  $f(x)$ ,  $x = 0$  पर अवकलनीय है ।

(c)  $f'(x)$ ,  $x = 0$  पर संतत है ।



वीडियो उत्तर देखें

अन्य महत्वपूर्ण उदाहरण

1. सिद्ध करें -  $f(x) = \begin{cases} x^3 + 3 & x \leq 2 \\ 6 & x > 2 \end{cases}$   $x = 2$  पर

बायीं ओर से संतत है।

 वीडियो उत्तर देखें

2. निम्न फलनों की  $x = 0$  पर सांतत्यता की जाँच कीजिए

$$f(x) = \begin{cases} x \cos 1/x & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

 वीडियो उत्तर देखें

3. यदि  $f(x) = \frac{x - 4}{(x - 4)}$ ,  $x \neq 4$ ,  $f(4) = 0$

प्रदर्शित कीजिए की  $x = 4$  के अतिरिक्त  $f$  सर्वत्र अंतत है ।



वीडियो उत्तर देखें

4. दिखाइये कि ,  $f(x) = x - x$  ,  $x \in R$  से

परिभाषित फलन  $x = 0$  पर संतत है ।



वीडियो उत्तर देखें

5. यदि  $f(x) = \begin{cases} x^2 \frac{\cos(1)}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

अवकलनीयता की जाँच कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

6. एक फलन  $f(x)$  निम्न प्रकार परभाषित है

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{a} - a & x < a \\ 0 & x = a \\ a - \frac{a^2}{x^2} & x > a \end{cases}$$

$x = a$  पर  $f$  की अवकलनीयता का परीक्षण कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें



7.  $\alpha$  और  $\beta$  का मान ज्ञात कीजिए यदि फलन

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & x \leq 2 \\ ax^2 + \beta x & x > 2 \end{cases} \quad x = 2$$

अवकलनीय है ।

 वीडियो उत्तर देखें

## पाठ्यपुस्तक की प्रश्नावली 6 1

1. फलन  $f(x) = x - [x]$  की  $x = 3$  पर सांतत्यता का परीक्षण कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

$$2. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x^3 - 16x + 20}{(x-2)^2} & x \neq 2 \\ k & x = 2 \end{cases} \quad \text{बिंदु } x = 2$$

पर सतंत है तब  $k$  का मान ज्ञात कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें

3. निम्न फलन

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & -1 \leq x \leq 0 \\ 4x - 3 & 0 < x \leq 1 \\ 5x^2 - 4x & 1 < x \leq 2 \end{cases} \quad \text{की अंतराल}$$

$[-1, 2]$  में सांतत्यता की परीक्षण कीजिए



वीडियो उत्तर देखें

## पाठ्यपुस्तक की प्रश्नावली 6 1 पर आधारित अन्य महत्वपूर्ण अभ्यास प्रश्नावली

$$1. f(x) = \begin{cases} 1 + x & x \leq 3 \\ 7 - x & x > 3 \end{cases} \quad x = 3 \text{ पर}$$



उत्तर देखें

$$2. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - a^2}{x - a} & x \neq a \\ a & x = a \end{cases} \quad x = a \text{ पर}$$



वीडियो उत्तर देखें

$$3. f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{1/x}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \text{ पर}$$



उत्तर देखें

$$4. f(x) = \begin{cases} \sin x & -\frac{x}{2} < x \leq 0 \\ \tan x & 0 < x < \pi/2 \end{cases} \text{ पर}$$

पर



वीडियो उत्तर देखें

5. यदि फलन  $f(x) = \frac{1 - \cos(cx)}{sx \in x}$ ,  $x \neq 0$  और  $f(0) = \frac{1}{2}$  तथा  $f(x)$ ,  $x - 0$  पर संतत है हो  $c$  का मान

कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें

6. a तथा b का मान ज्ञात कीजिए यदि निम्न फलन सतत हो

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & 0 \leq x < 2 \\ 4x - 1 & 2 \leq x \leq 4 \\ ax^2 + 17b & 4 < x < 6 \end{cases}$$



उत्तर देखें

7.  $x = 0$  पर फलन  $f(x)$  की सांतत्यता का परीक्षण कीजिए

यदि -

$f(x) = [x]$  जब  $x \neq 0$

1 जब  $x = 0$

 उत्तर देखें

8. सिद्ध कीजिए की  $f(x) = \frac{1 + \cos x}{\tan^2 x}$  की  $x = \pi$

पर दायीं तथा बायीं सीमाएं बराबर हैं तथा  $\lim_{x \rightarrow \pi} f(x)$  का

मान ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

9. K का मान ज्ञात कीजिए यदि

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & x \neq 3 \\ k & x = 3 \end{cases} \quad x = 3 \text{ पर संतत है।}$$



वीडियो उत्तर देखें

10. यदि  $f(x) = \begin{cases} 3ax + b & x > 1 \\ 11 & x = 1 \\ 5ax - 2b & x < 1 \end{cases}$

$x = 1$  पर संतत है तो  $a$  तथा  $b$  के मान ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

11.  $f(x) = \frac{3x^2 - 2x^2 - 1}{x - 1}$ ,  $x \neq 1$  तब  $f(1)$  को

क्या मान दिया जाए की  $x = 1$  पर  $f(x)$  संतत हो जाए ।



वीडियो उत्तर देखें

12. दिखाइए की  $f(x) = |x - 20|$ ,  $x = 20$  पर संतत फलन है

तथा  $f(x)$  का कोई अस्तित्व नहीं है ।



वीडियो उत्तर देखें



$$13. f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 ax}{x^2} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases} \quad x = 0 \text{ पर संतत्यता की}$$

जाँच कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

$$14. f(x) \begin{cases} \frac{x^3 + x^2 - 16x + 20}{(x-2)^2} & x \neq 0 \\ K & x = 0 \end{cases} \quad f(x), x \text{ के}$$

समस्त वास्तविक मानों के लिए संतत है तो K का मान ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

## पाठ्यपुस्तक की प्रश्नावली 6 2

1. सिद्ध कीजिए की फलन  $f(x) = |x|$  बिंदु  $x = 0$  पर अवकलनीय नहीं है।



वीडियो उत्तर देखें

2. फलन  $f(x) = |x - 1| + |x|$ , की बिंदुओं  $x = 0, 1$  पर अवकलनीयता का परीक्षण कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

3. फलन  $f(x) = |x - 1| + |x - 2|$ , की अंतराल  $[0,2]$  में अवकलनीयता का परीक्षण कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

4. निम्न फलन  $f(x) = \begin{cases} x \tan^{-1} x & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$  की

बिंदु  $x = 0$  पर अवकलनीयता का परीक्षण कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

5. फलन  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{2} & x \leq 0 \\ \frac{x - 2x^2}{2} & x > 0 \end{cases}$  की बिंदु  $x = 0$

पर अवकलनीयता का परीक्षण कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

6. फलन  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$  की बिंदु  $x = 0$  पर

अवकलनीयता का परीक्षण कीजिए

 वीडियो उत्तर देखें

7.

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \sin x & 0 \leq x < \pi/2 \\ 2 + \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

का  $x = \frac{\pi}{2}$  पर अवकलनीयता का परीक्षण कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें

पाठ्यपुस्तक की प्रश्नावली 6.2 पर आधारित अन्य महत्वपूर्ण  
अभ्यास प्रश्नावली

1. फलन  $f(x) = \begin{cases} x + 2 & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 + x - 2 & x > 2 \end{cases}$  x

= 2 पर फलन की अवकलनीयता की जाँच कीजिए ।



उत्तर देखें

$$2. f(x) = \left\{ \begin{array}{ll} x \tan^{-1}(1/x) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{array} \right\} \quad x = 0 \text{ पर}$$

अवकलनीयता की जाँच कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें

$$3. f(x) = \left\{ \begin{array}{ll} f & x < 1 \\ 2 - x & 1 \leq x \leq 2 \\ -2 + 3x - x^2 & x > 2 \end{array} \right\} \quad x =$$

1 तथा  $x = 2$  पर अवकलनीयता की जाँच कीजिए ।



उत्तर देखें

4. सिद्ध कीजिए की फलन  $f(x) = |x| + |x - 1|$ ,  $x = 0$  पर संतत है परन्तु अवकलनीय नहीं है ।



5. a तथा b मान कीजिए यदि फलन

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + a & x \leq 1 \\ bx + 2 & x > 1 \end{cases} \text{ प्रत्येक बिंदु पर}$$

अवकलनीयता है ।



$$6. f(x) = \begin{cases} K(x^2 - 2x) & x < 0 \\ \cos x & x \geq 0 \end{cases} \quad x = 0 \text{ पर}$$

संतत है K तो का मान ज्ञात कीजिए ।



उत्तर देखें

$$7. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - a^2}{x - a} & x \neq a \\ 2a & x = a \end{cases} \quad \text{की } x = a \text{ पर}$$

अवकलनीयता की जाँच कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें



8.  $f(x - x |x|)$  के लिए  $x = 0$  पर अवकलनीयता की जाँच कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

9. फलन  $x = 1$  पर अवकलनीय है तो  $a$  तथा  $b$  के मान ज्ञात कीजिए ।

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ ax + b & x > 1 \end{cases}$$

 उत्तर देखें

## पाठ्यपुस्तक की विधित प्रश्नावली 6 हल सहित

1. यदि फलन  $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ ,  $x = 3$  पर संतत है तो

$f(3)$  का मान होगा

A. 6

B. 3

C. 1

D. 0

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

2.

यदि

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log(1+mx) - \log(1-nx)}{x} & x \neq 0 \\ k & x = 0 \end{cases} \text{ बिंदु } x$$

= 0 पर संतत है तब k का मान होगा -

A. m

B. m + n

C. m - n

D. mn

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

3. यदि  $f(x) = \begin{cases} x + \lambda & x < 3 \\ 4 & x = 3 \\ 3x - 5 & x > 3 \end{cases}$  बिंदु  $x = 3$  पर

संतत है

तब  $\lambda$  का मान होगा -

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

**Answer: D**



**वीडियो उत्तर देखें**

4. फलन  $f(x) = x |x|$  के उन बिंदुओं का समुच्चय , जिस पर यह अवकलनीय होगा ,

A.  $(0, \infty)$

B.  $(-\infty, \infty)$

C.  $(-\infty, 0)$

D.  $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

**Answer:**



**वीडियो उत्तर देखें**

5. निम्न फलनों में से कौन सा  $x = 0$  अवकलनीय नहीं है -

A.  $x |x|$

B.  $\tan x$

C.  $e^{-x}$

D.  $x + |x|$

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

6. फलन  $f(x) = \begin{cases} 1 + x & x \leq 2 \\ 5 - 2 & x > 2 \end{cases}$  के लिए

$f(x)$  का  $x = 2$  पर बाएं अवकलन का मान होगा -

A. -1

B. 1

C. -2

D. 2

**Answer:**





वीडियो उत्तर देखें

7. फलन  $f(x) = [x]$  अवकलनीय नहीं है -

- A. प्रत्येक पूर्णांक पर
- B. प्रत्येक परिमेय संख्या पर
- C. मूल बिंदू पर
- D. सर्वत्र

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें



8. फलन  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x^2}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$  बिंदु  $x =$

0 पर अवकलनीय है तब  $x = 0$  पर  $f(x)$  का दायाँ अककलज का मान होगा

A. -1

B. 7

C. 0

D. अपरिमित

**Answer:**



वीडियो उत्तर देखें

9.  $m$  तथा  $n$  का मान ज्ञात कीजिए जबकि निम्न फलन संतत है -

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + mx + n & 0 \leq x < 2 \\ 4x - 1 & 2 \geq x \geq 4 \\ mx^2 + 17n & 4 < x \leq 6 \end{cases}$$

 वीडियो उत्तर देखें

10. फलन  $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan x}{\sin x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$  के लिए बिंदु  $x =$

0 पर सातंत्य का परीक्षण कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

$$11. \text{ यदि } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x} & x < 0 \\ c & x = 0 \\ \frac{\sqrt{x+bx^2} - \sqrt{x}}{bx\sqrt{x}} & x > 0 \end{cases}$$

बिंदु  $x = 0$  पर संतत है तब  $a, b$  तथा  $c$  के मान ज्ञात कीजिए

|

 वीडियो उत्तर देखें

$$12. \text{ फलन } f(x) = \frac{3x - 4}{3x - 4} \text{ के लिए } x - \frac{4}{3} \text{ पर}$$

संततता की जाँच कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

13. फलन  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{e^x + 1} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$  बिंदु  $x = 0$  पर

$f(x)$  के सातत्व का परीक्षण कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें

14. फलन  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin x & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$  की  $x \in R$

के लिए अवकलनीयता की जाँच कीजिए तथा  $f'(0)$  का मान

ज्ञात कीजिए ।



वीडियो उत्तर देखें

15.

फलन

$$f(x) = \begin{cases} (x - a)^2 \sin\left(\frac{1}{x-a}\right) & x \neq a \\ 0 & x = a \end{cases} \text{ की बिंदु}$$

$x = a$  पर अवकलनीयता का परीक्षण कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

16. फलन  $f(x) = \begin{cases} -x & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$  की बिंदु  $x = 0$

अवकलनीयता की जाँच कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

17. फलन  $f(x) = |x - 2| + 2|x - 3|$  की अंतराल  $[1,3]$

अवकलनीयता की जाँच कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

18. यदि फलन  $f(x) = x^3$ ,  $x = 2$  पर अवकलनीय है

तब  $f'(2)$  ज्ञात कीजिए ।

 वीडियो उत्तर देखें

19. सिद्ध कीजिए की महत्व मान फलन  $f(x) = [x]$  , बिंदु  $x = 2$  पर अवकलनीय नहीं है ।

 वीडियो उत्तर देखें

पाठ्यपुस्तक की विधित प्रश्नावली 6 पर आधारित अभ्यास प्रश्नावली

1. सिद्ध कीजिए की फलन -

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & x \geq 0 \\ x^2 + 1 & x < 0 \end{cases}$$

$x = 1$  पर संतत है ।



 उत्तर देखें

2. सिद्ध कीजिए की फलन -

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & x < 2 \\ 2x - 3 & x \geq 2 \end{cases} \quad x = 2 \text{ पर}$$

संतत है ।



वीडियो उत्तर देखें

3. K का वह मान ज्ञात कीजिए ताकि फलन

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x - 5}{x + 1} & x \neq -1 \\ K & x = -1 \end{cases}$$

$x = -1$  पर संतत हो ।







वीडियो उत्तर देखें

4. दिखाइए की फलन  $f(x) = |3x|$ ,  $x = 3$  पर संतत है ।



उत्तर देखें

$$5. f(x) \begin{cases} x - 1 & x \geq 1 \\ \frac{1}{1-x} & -1 < x < 1 \\ \frac{3}{2} + x & x \leq -1 \end{cases}$$

फलन का  $x = \pm 1$  पर संततता का परीक्षण कीजिए ।



उत्तर देखें

6. सिद्ध कीजिए की फलन -

$$f(x) \begin{cases} \frac{e^{1/x^2}}{1 - e^{1/x^2}} & x \neq 1 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

$x = 0$  पर संतत नहीं है ।

 उत्तर देखें

7. सिद्ध कीजिए की फलन -

$$f(x) = \begin{cases} x \frac{e^{1/x} - e^{-1/\pi}}{e^{1/x} + e^{-1/\pi}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$x = 0$  पर संतत है ।

 उत्तर देखें

8.  $f(x) = |x - 1| + |x - 2| + |x - 3|$  का अंतराल  $[0,4]$  में

संततता का परीक्षण कीजिए ।



उत्तर देखें

9.  $K$  के किस मान के लिए फलन -

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 4x}{1 - \cos 6x} & x \neq 0 \\ K + 1 & x = 0 \end{cases}$$

$x = 0$  पर संतत है ।

A.  $K = \frac{4}{9}$

B.  $K = \frac{5}{8}$

$$C. K = \frac{5}{9}$$

$$D. K = \frac{7}{9}$$

**Answer: C**

 उत्तर देखें

**10. दिखाइए की फलन -**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x + x^2}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$x = 0$  पर संतत नहीं है ।

 उत्तर देखें

11. सिद्ध कीजिए की फलन  $f(x) = x^3$ ,  $x = 1$  पर अवकलनीय है,  $f(1)$  भी ज्ञात कीजिए। यदि  $f(x) = ax + b$  तथा  $f(0) = f'(0) = 1$  तब  $f(3)$  ज्ञात कीजिए।



उत्तर देखें

12. यदि  $f(x) = ax + b$  तथा  $f(0) = f'(0) = 1$  तब  $f(3)$  ज्ञात कीजिए।



वीडियो उत्तर देखें

13. यदि  $f(3) = 5$  तथा  $f'(3) = 3$  तो

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x f(3) - 3 f(x)}{x - 3} \text{ ज्ञात कीजिए ।}$$



उत्तर देखें

14.  $a$  तथा  $b$  का वह मान ज्ञात कीजिए ताकि फलन

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + a & x \leq 1 \\ bx + 2 & x > 1 \end{cases}$$

$x = 1$  पर अवकलनीय हो ।

A.  $a = 2, b = 5$

B.  $a = 3, b = 5$

C.  $a = 3, b = 4$

D.  $a = 3, b = 6$

**Answer: B**

 वीडियो उत्तर देखें

15. यदि  $f(x) = \sqrt{x^2 + 16}$  तो

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) - \frac{f(3)}{x - 3}$  का मान ज्ञात कीजिए ।

 उत्तर देखें