

অঙ্কের নমুনা প্রশ্নপত্র - ১

(নমুনা প্রশ্নপত্রের সমস্ত উত্তর দিয়েছেন শুভজিৎ ঘোষ, ছাত্র, একাদশ শ্রেণী, পাহারহাটি গোলাপমনি হাই স্কুল, মেমারী, বর্ধমান, মাধ্যমিক ২০০৮ মেধা তালিকায় ৮ম স্থানাধিকারী)

(দরকার মত $\pi = \frac{22}{7}$ ধরে নিতে হবে)

1. (i) সরল ও চক্রবৃদ্ধি সুদের হার সমান হলে নির্দিষ্ট মূলধনের 2 বছরের সরল সুদ ও বাৎসরিক চক্রবৃদ্ধি সুদের কোনটি কম? 1

উঃ সরল সুদ কম হবে।

(ii) সঠিক উত্তরটি লেখো: 1

a:b=3:2 হলে (a+b):(a-b)=

(a)3:1 (b)5:1 (c)2:1 (d)1:1

উঃ $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$

যোগ ও ভাগ প্রক্রিয়া দ্বারা

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{3+2}{3-2}$$

বা, (a+b):(a-b) = 5:1 (Ans.)

(iii) k এর মান কত হলে $2x-3y=7$ এবং $2x+ky=100$ সমীকরণ দুইটির সমাধান থাকবে না? 1

উঃ $2x - 3y = 7$

$$2x + ky = 100$$

সমীকরণ দুটির কোন সাধারণ সমাধান থাকবে না যখন এর সহগের অনুপাতের সহিত y এর সহগের অনুপাত সমান হবে।

$$\frac{2}{2} = \frac{-3}{k}$$

বা, $k = -3$

∴ $k = -3$ (Ans.)

(iv) একটি কলমের মূল্য x টাকা ও একটি পেনসিলের মূল্য y টাকা। দুটি কলম ও তিনটি পেনসিলের মোট মূল্য 20 টাকার কম। বিবৃতিটি অসমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করো। 1

উঃ দুটি কলমের মূল্য = $2 \times x = 2x$ টাকা

তিনটি পেনসিলের মূল্য = $3 \times y = 3y$ টাকা

শর্তানুসারে,

$$2x + 3y < 20 \text{ (Ans.)}$$

(v) সঠিক উত্তরটি লেখো: 1

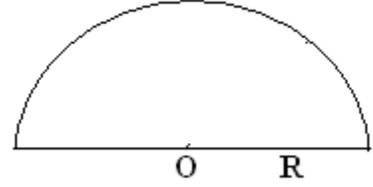
R মিটার ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট অর্ধবৃত্তাকার উদ্যানের পরিসীমা x মিটার হলে x এর মান হল

(a) πR (b) πR^2 (c) $(\pi+2)R$ (d) $2(\pi+1)R$

উঃ R ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট অর্ধবৃত্তাকার মাঠের পরিসীমা

$$x = \frac{2\pi R}{2} + 2R$$

$$= (\pi+2)R \text{ ---> (c) (Ans.)}$$



(vi) সঠিক উত্তরটি লেখো :- 1

30° কোণের বৃত্তীয় মান হবে:

(a) $\pi/6$ (b) $\pi/3$ (c) π (d) $\pi/4$

উঃ $30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ ---> (a) (Ans.)}$

2. (i) $\sqrt[3]{7}$, $0.\dot{4}$ ও 16 এর 25% এর মধ্যে কোনটি বৃহত্তম?

2

উ: $\frac{3}{7} = 0.4285$

$0.\dot{4} = 0.4444$

16 এর 25% = $16 \times 0.25 = 4.0$

\therefore বৃহত্তম 16 এর 25% (Ans.)

(ii) $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ হলে $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় করো।

2

উ: $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$(x + \frac{1}{x})^3 = (\sqrt{3})^3$

বা, $x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \cdot (x + \frac{1}{x}) = 3\sqrt{3}$

বা, $x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

বা, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 0$ (Ans.)

(iii) $(x^2 - y^2)$, $(x^2y - xy^2)$ ও $(x + y)$ এর চতুর্থ সমানুপাতী কত?

2

উ: ধরি চতুর্থ সমানুপাতী p

$\frac{x^2 - y^2}{x^2y - xy^2} = \frac{x + y}{p}$

বা, $\frac{(x + y)(x - y)}{xy(x - y)} = \frac{x + y}{p}$

বা, $p = xy$

চতুর্থ সমানুপাতী xy (Ans.)

(iv) $A \propto B$ এবং $A=2$ হলে $B=7$ হয়; $A=5$ হলে B এর মান নির্ণয় করো।

2

উ: $A \propto B$

ধরি $A = kB$ [$k =$ ভেদ ধ্রুবক]

$$k = \frac{A}{B} = \frac{2}{7}$$

এখন $A = 5$ হলে

$$B = \frac{A}{k} = \frac{5}{\frac{2}{7}} = \frac{35}{2} = 17.5 \text{ (Ans.)}$$

(v) ABCD সামান্তরিকের $\angle A - \angle D = 50^\circ$; $\angle B$ ও $\angle C$ এর মান নির্ণয় করো।

2

উ: □ABCD সামান্তরিকের

$$\angle A = \angle C$$

$$\angle B = \angle D$$

$$\angle A - \angle D = 50^\circ$$

$$\angle C - \angle B = 50^\circ \text{ ----- (i)}$$

যেহেতু $AB \parallel CD$ ও BC ভেদক, তাই

$$\angle B + \angle C = 180^\circ \text{ ----- (ii)}$$

(i) ও (ii) যোগ করে পাই

$$2\angle C = 230^\circ$$

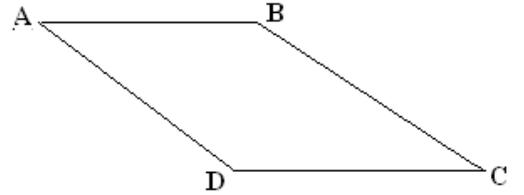
$$\text{বা, } \angle C = 115^\circ$$

$$\angle B = 115^\circ - 50^\circ = 65^\circ$$

$$\angle B = 65^\circ, \angle C = 115^\circ \text{ (Ans.)}$$

(vi) O কেন্দ্রিক বৃত্তের ব্যাস AB এবং P বৃত্তস্থ বিন্দু, $\angle AOP = 108^\circ$ হলে $\angle BPO$ এর মান নির্ণয় করো।

2



উ: ΔAOP ত্রিভুজে

$$\angle AOP = 108^\circ$$

ΔBOP এর ক্ষেত্র বহিঃস্থ ($\angle AOP$) =

অন্তস্থ বিপরীত ($\angle OBP + \angle BPO$)

আবার, ΔBOP তে

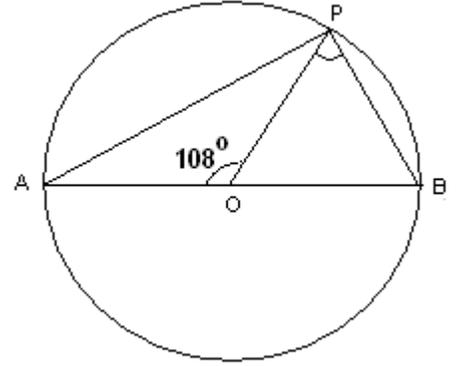
$OB = OP$ (একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ)

$$\angle OBP = \angle BPO \text{ ----- (i)}$$

$$\angle AOP = \angle OBP + \angle BPO = 2\angle BPO \text{ [(i) নং সমীকরণ হতে]}$$

$$\therefore 2\angle BPO = 108^\circ$$

$$\text{বা, } \underline{\angle BPO = 54^\circ \text{ (Ans.)}}$$



(vii) $\sin 3\theta = 1$ হলে $\cot\theta - \tan 2\theta$ এর মান নির্ণয় করো।

2

উ: $\sin 3\theta = 1 = \sin 90^\circ$

$$\therefore 3\theta = 90^\circ$$

$$\text{বা, } \theta = 30^\circ$$

$$\cot\theta - \tan 2\theta$$

$$= \cot 30^\circ - \tan 60^\circ$$

$$= \sqrt{3} - \sqrt{3}$$

$$= 0 \text{ (Ans.)}$$

3. যেকোনো দুটির উত্তর দাও:-

5×2=10

(i) বার্ষিক 10% চক্রবৃদ্ধি হারে কত বছরে 30000.00 টাকার সমূল চক্রবৃদ্ধি 39930.00 টাকা হবে?

উ: এখানে আসল (p) = 30000.00 টাকা

চক্রবৃদ্ধির সুদের হার (r%) = 10%

ধরি সময় = t বছর

সূত্রানুসারে,

$$\text{সমূল চক্রবৃদ্ধি} = p(1 + \frac{r}{100})^t$$

$$\therefore 39930.00 = 30000(1 + \frac{10}{100})^t$$

$$\text{বা, } (\frac{11}{100})^t = \frac{39930}{30000} = \frac{1331}{1000} = (\frac{11}{10})^3$$

$$\therefore t = 3$$

নির্ণেয় সময় 3 বছর। (Ans.)

(ii) কোনো দ্রব্যের ক্রয়মূল্য 100.00 টাকা কমে গেলে ও বিক্রয় মূল্য অপরিবর্তিত থাকলে 10% ক্ষতির পরিবর্তে 12.5% লাভ হয়। পূর্বের ক্রয়মূল্য কত ছিল?

উ: ধরি দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ছিল x টাকা।

প্রথম ক্ষেত্রে,

100 টাকা ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য (100-10) টাকা

$$\therefore x \text{ " " " " } \frac{90 \times x}{100} \text{ " "}$$

$$\text{বা, } \frac{9x}{10} \text{ টাকা}$$

এখন ক্রয়মূল্য ($x-100$) টাকা

এক্ষেত্রে,

100 টাকা ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য 112.5 টাকা

$$\therefore (x-100) \text{ " " " " } \frac{112.5}{100} (x-100) \text{ " "}$$

যেহুতু বিক্রয়মূল্য অপরিবর্তিত তাই

$$\frac{9x}{10} = \frac{112.5}{100} (x-100)$$

$$\text{বা, } \frac{9x}{10} = \frac{9}{8} (x-100)$$

$$\text{বা, } \frac{x}{5} = \frac{x-100}{4}$$

$$\text{বা, } 4x = 5x - 500$$

$$\text{বা, } x = 500$$

পূর্বের ক্রয়মূল্য ছিল 500 টাকা। (Ans.)

(iii) একটি খাট ও একটি আলমারির মোট মূল্য 12000.00 টাকা। যদি খাটের মূল্য 10% কম হত ও আলমারির মূল্য 15% বৃদ্ধি পেত তবে মোট মূল্য 13350.00 টাকা হত। খাট ও আলমারির প্রত্যেকটির মূল্য নির্ণয় করো।

উ: ধরি খাট ও আলমারির মূল্য যথাক্রমে x ও y টাকা।

$$x + y = 12000 \quad \text{-----(1)}$$

$$\text{বা, } y = 12000 - x$$

10% কম হলে খাটের মূল্য হত $\frac{9x}{10}$ টাকা

15% বেশি হলে আলমারির মূল্য হত $\frac{115y}{100}$ টাকা

$$= \frac{23y}{20} \text{ টাকা}$$

শর্তানুসারে,

$$\frac{9x}{10} + \frac{23y}{20} = 13350$$

$$\text{বা, } 18x + 23y = 267000 \quad \text{-----(2)}$$

$$\text{বা, } 18x + 23(12000 - x) = 267000$$

$$\text{বা, } -5x = 267000 - 276000$$

$$\text{বা, } -5x = -9000$$

$$\text{বা, } x = 1800$$

$$y = 12000 - 1800$$

$$= 10200 \text{ টাকা}$$

খাটের দাম 1800 টাকা ও আলমারির দাম 10200 টাকা। (Ans.)

(iv) অসিত ও সনৎ একটি ষোখ ব্যবসা শুরু করেন। ব্যবসায় অসিত 9 মাসের জন্য 15000.00 টাকা খাটিয়েছিলেন। সনৎ 6 মাসের জন্য কিছু টাকা খাটিয়েছিলেন। 1 বছর ব্যবসা চালাবার পর মোট 8700.00 টাকা লাভ হয়েছিল। সনৎ লভ্যাংশ হিসাবে 5800.00 পেয়েছিলেন। তিনি কত টাকা খাটিয়েছিলেন?

উ: ধরি সে x টাকা খাটায়।

অসিতের,

$$15000 \text{ টাকা } 9 \text{ মাস} \equiv 135000 \text{ টাকা } 1 \text{ মাস}$$

সনতের,

$$x \text{ টাকা } 6 \text{ মাস} \equiv 6x \text{ টাকা } 1 \text{ মাস}$$

মূলধনের অনুপাতে,

$$\begin{aligned}
&\text{অসিত : সনং} \\
&= 135000 : 6x \\
&= 22500 : x \\
&\text{সনতের লাভ্যাংশ} \\
&= \frac{x}{22500+x} \text{ অংশ}
\end{aligned}$$

$$\left(\frac{x}{22500+x}\right) \times 8700 = 5800$$

$$\text{বা, } 8700x - 5800x = 22500 \times 5800$$

$$\text{বা, } x = 45000$$

সনং 45000 টাকা খাটিয়েছিল। (Ans.)

4. সমাধান করো (যে কোনো একটি)

3

$$(a) \quad 5x - \frac{1}{y} = 3, \quad 3x + \frac{4}{y} = 11$$

$$\text{উ: } 5x - \frac{1}{y} = 3$$

$$3x + \frac{4}{y} = 11$$

$$5x - \frac{1}{y} = 3 \quad \text{--- (i)}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{y} = 5x - 3 \quad \text{---- (iii)}$$

$$3x + \frac{4}{y} = 11 \quad \text{----- (ii)}$$

$$\text{বা, } \frac{4}{y} = (11 - 3x)$$

$$\text{বা, } \frac{1}{y} = \frac{1}{4} (11 - 3x) \quad \text{--- (iv)}$$

(iii) ও (iv) নং সমীকরণ থেকে $\frac{1}{y}$ এর মান তুলনা করে পাই

$$5x - 3 = \frac{1}{4} (11 - 3x)$$

বা, $20x - 12 = 11 - 3x$

বা, $23x = 23$

বা, $x = 1$

(iii) নং সমীকরণে $x=1$ বসাইয়া পাই

$$\frac{1}{y} = 5 - 3$$

বা, $y = \frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান

$$x = 1, y = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

(b) $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = 2\frac{1}{2}$

উঃ $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = 2\frac{1}{2}$

ধরি $\frac{x+1}{x} = u$ ----- (i)

$$\frac{x+1}{x} + \frac{1}{\frac{x+1}{x}} = \frac{5}{2}$$

বা, $u + \frac{1}{u} = \frac{5}{2}$

$$\text{বা, } \frac{u^2+1}{u} = \frac{5}{2}$$

$$\text{বা, } 2u^2 - 5u + 2 = 0$$

$$\text{বা, } 2u^2 - 4u - u + 2 = 0$$

$$\text{বা, } 2u(u-2) - 1(u-2) = 0$$

$$\text{বা, } (u-2)(2u-1) = 0$$

$$\text{যখন } u-2 = 0$$

$$\text{বা, } u = 2$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{x} = 2 \quad [\text{(i) নং সমীকরণ থেকে পাই}]$$

$$\text{বা, } x + 1 = 2x$$

$$\text{বা, } x = 1$$

আবার,

$$2u - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2u = 1$$

$$\text{বা, } \frac{2x+2}{x} = 1 \quad [\text{(i) নং সমীকরণ থেকে পাই}]$$

$$\text{বা, } 2x + 2 = x$$

$$\text{বা, } x = -2$$

নির্ণেয় সমাধান

$$\therefore x=1, x= -2 \text{ (Ans.)}$$

5. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো:

4

$$x^2 - 6xy + 12yz - 4z^2$$

$$\begin{aligned} \text{উ: } & x^2 - 6xy + 12yz - 4z^2 \\ & = x^2 - 6xy + 9y^2 - 9y^2 + 12yz - 4z^2 \\ & = [x^2 - 2 \cdot x \cdot 3y + (3y)^2] - [(3y)^2 - 2 \cdot 3y \cdot 2z + (2z)^2] \\ & = (x - 3y)^2 - (3y - 2z)^2 \\ & = (x - 3y + 3y - 2z)(x - 3y - 3y + 2z) \\ & = \underline{(x - 2z)(x - 6y + 2z) \text{ (Ans.)}} \end{aligned}$$

অথবা

ল.সা.গু. নির্ণয় করো:

$$x^3 - 1, x^3 + 1, x^4 + x^2 + 1$$

উঃ ল.সা.গু. নির্ণয় :

$$x^3 - 1, x^3 + 1, x^4 + x^2 + 1$$

$$\begin{aligned} \text{প্রথম পদ} &= x^3 - 1 \\ &= (x-1)(x^2 + x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{দ্বিতীয় পদ} &= x^3 + 1 \\ &= (x+1)(x^2 - x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{তৃতীয় পদ} &= x^4 + x^2 + 1 \\ &= x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 \\ &= (x^2 + 1)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) \end{aligned}$$

নির্ণয় লঃ সাঃ গুঃ

$$\begin{aligned} &= (x - 1)(x^2 + x + 1)(x + 1)(x^2 - x + 1) \\ &= (x^3 - 1)(x^3 + 1) = \underline{x^6 - 1 \text{ (Ans.)}} \end{aligned}$$

6. দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 8, সংখ্যাটির সঙ্গে 18 যোগ করলে অঙ্কদ্বয় পরস্পর স্থান বিনিময় করে। বীজগানিতিক পদ্ধতিতে সংখ্যাটি নির্ণয় করো।

4

উঃ ধরি সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক x ও দশক স্থানীয় অঙ্ক y

$$\therefore \text{সংখ্যাটি } (10y + x)$$

শর্তানুসারে,

$$x + y = 8 \text{ ----- (i)}$$

$$x + y - 8 = 0 \text{ ----- (ii)}$$

সংখ্যাটিতে একক ও দশক স্থানীয় অঙ্কগুলি পরস্পর স্থান পরিবর্তন করলে পরিবর্তিত সংখ্যাটি হয়

$$(10x + y)$$

শর্তানুসারে,

$$(10y + x) + 18 = (10x + y)$$

$$\text{বা, } 9y - 9x + 18 = 0$$

$$\text{বা, } y - x + 2 = 0 \text{ ----- (iii)}$$

(ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই

$$2y - 6 = 0$$

$$\text{বা, } y = 3$$

(i) নং সমীকরণে $y=3$ বসাইয়া পাই

$$x = 8 - y = 8 - 3 = 5$$

\therefore নির্ণয় সংখ্যাটি হল

$$(10y + x)$$

$$= (10 \times 3 + 5) = 35$$

নির্ণেয় সংখ্যাটি হল 35 (Ans.)

অথবা

নারায়নবাবু 720 টাকায় কয়েকটি সমান মূল্যের বই কিনলেন। যদি প্রতিটি বই এর দাম 2 টাকা কম হতো তবে তিনি আরও 4 টি বই বেশি কিনতে পারতেন। তিনি কতগুলি বই কিনেছিলেন? [বীজগাণিতিক পদ্ধতির প্রয়োগ আবশ্যিক]

উঃ ধরি প্রতিটি বইয়ের দাম x টাকা।

\therefore নারায়নবাবু বই কেনেন $\frac{720}{x}$ টি।

এখন শর্তানুসারে, যদি বইয়ের দাম $(x-2)$ টাকা হত তাহলে তিনি বই কিনতেন $\frac{720}{x-2}$ টি

শর্তানুসারে, $\frac{720}{x-2} - \frac{720}{x} = 4$

বা, $720 \left[\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} \right] = 4$

বা, $720 \left[\frac{x-x+2}{x(x-2)} \right] = 4$

বা, $720 \left[\frac{2}{x(x-2)} \right] = 4$

বা, $360 = x^2 - 2x$

বা, $x^2 - 2x - 360 = 0$

বা, $x^2 + 18x - 20x - 360 = 0$

বা, $x(x+18) - 20(x+18) = 0$

বা, $(x+18)(x-20) = 0$

$x+18=0$ হলে $x = -18$

কিন্তু মূল্য ঋণাত্মক হতে পারে না, $x + 18 \neq 0$

$\therefore x-20 = 0$ বা, $x = 20$

\therefore নারায়নবাবু মোট 20টি বই কিনেছিলেন (Ans.)

7. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ দুটির সমাধান করো:

5

$$3x - 2y = 1, 4x - 3y = 0$$

উঃ (বিঃ দ্রঃ - গ্রাফগুলি উত্তরপত্রের সর্বনিম্নে দেওয়া আছে।)

$$3x - 2y = 1$$

$$\text{বা, } 2y = 3x - 1$$

$$y = \frac{3x-1}{2}$$

X	1	-3	9
Y	1	-5	13

$$4x - 3y = 0$$

$$y = \frac{4x}{3}$$

X	3	-3	9
Y	4	-4	12

XOX^1 ও YOY^1 কে লম্ব অক্ষ, O কে মূলবিন্দু ও ছক কাগজের প্রতি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (i) নং সমীকরণ থেকে প্রাপ্ত A(1,1), B(-3,-5), C(9,13) বিন্দুগুলি স্থাপন করে ও যোগ করে \overline{PQ} লেখচিত্র সেলাম। (ii) নং সমীকরণ থেকে প্রাপ্ত M(3,4), N(-3,-4) ও O(9,12) বিন্দুগুলি স্থাপন করে ও যোগ করে \overline{RS} লেখচিত্র সেলাম। \overline{PQ} ও \overline{RS} পরস্পরকে T বিন্দুতে ছেদ করে। T বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3,4).

$$\therefore \underline{x=3, y=4 \text{ (Ans.)}}$$

অথবা

$3x - 2y \geq 12$ এবং $2x + 3y \leq 6$ অসমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র আঁকো এবং সমাধান অঞ্চল চিহ্নিত করো।

উঃ (বিঃ দ্রঃ - গ্রাফগুলি উত্তরপত্রের সর্বনিম্নে দেওয়া আছে।)

XOX^1 ও YOY^1 কে লম্ব অক্ষ, O কে মূলবিন্দু ও ছক কাগজের প্রতি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরা হল।

$$3x - 2y \geq 12$$

এর অনুরূপ সমীকরণ

$$3x - 2y = 12$$

$$y = \frac{3x-12}{2}$$

X	2	4	8
Y	-3	0	6

এই অসমীকরণে (০,০) বসালে তা সিদ্ধ হয় না, তাই (i) নং সমীকরণের লেখচিত্র ও লেখচিত্রের যে দিকে এর মূলবিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত দিকে সমগ্র অঞ্চল হল এর সমাধান অঞ্চল

$$2x + 3y \leq 6$$

এর অনুরূপ সমীকরণ

$$2x + 3y = 6$$

$$y = \frac{6-3x}{3}$$

X	-3	0	12
Y	4	2	-6

এই অসমীকরণে (০,০) বসালে তা সিদ্ধ হয়, তাই (ii) নং সমীকরণের লেখচিত্র ও লেখচিত্রের যে দিকে মূলবিন্দু অবস্থিত সে দিকের সমগ্র অঞ্চল হল এর সমাধান অঞ্চল

∴ 'x' চিহ্নিত অঞ্চলটি অসমীকরণ দুটির সাধারণ সমাধান অঞ্চল।

8. সরল করো:

3

$$\frac{a-x}{ax} - \frac{a+x}{x^2} + \frac{a^2+x^2}{ax^2}$$

উঃ সরল কর: $\frac{a-x}{ax} - \frac{a+x}{x^2} + \frac{a^2+x^2}{ax^2}$

$$= \frac{x(a-x) - a(a+x) + a^2 + x^2}{ax^2}$$

$$= \frac{(ax - x^2 - a^2 - ax + a^2 + x^2)}{ax^2}$$

$$= \frac{0}{ax^2}$$

$$= \underline{0 \text{ (Ans.)}}$$

অথবা

$a = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ এবং $ab = 1$ হলে $3a^2 + 5ab + 3b^2$ এর মান নির্ণয় করো।

উঃ $a = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$, $ab = 1$

$$\text{বা, } b = \frac{1}{a} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$$

$$(a+b) = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$$

$$= \frac{2[(\sqrt{3})^2 + (1)^2]}{[(\sqrt{3})^2 - (1)^2]} \quad [\because (a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2),$$

$$\because (a+b)(a-b) = (a^2 - b^2)]$$

$$= \frac{2 \times 4}{2} = 4$$

$$\begin{aligned} & 3a^2 + 5ab + 3b^2 \\ &= 3a^2 + 6ab + 3b^2 - ab \\ &= 3(a^2 + 2ab + b^2) - ab \\ &= 3(a + b)^2 - ab \\ &= 3(4)^2 - 1 \\ &= 3 \times 16 - 1 \\ &= 48 - 1 \\ &= \underline{47(\text{Ans.})} \end{aligned}$$

9. $\frac{x+y}{x-y} = \frac{a}{b}$ হলে দেখাও যে $\frac{y^2 + xy}{x^2 - xy} = \frac{a^2 - ab}{b^2 + ab}$

3

উঃ $\frac{x+y}{x-y} = \frac{a}{b} \dots (i)$

যোগ ও ভাগ প্রক্রিয়া দ্বারা:-

$$\frac{x+y+x-y}{x+y-x+y} = \frac{a+b}{a-b}$$

$$\frac{2x}{2y} = \frac{a+b}{a-b}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{a+b}{a-b} \dots (ii)$$

বা, $\frac{y}{x} = \frac{a-b}{a+b}$

$$\text{L.H.S.} = \frac{y^2 + xy}{x^2 - xy}$$

$$= \frac{y(y+x)}{x(x-y)}$$

$$= \frac{a(a-b)}{b(a+b)}$$

$$= \frac{a^2 - ab}{ab + b^2}$$

$$= \frac{a^2 - ab}{b^2 + ab} = \text{R.H.S.}$$

$\therefore \underline{\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}}$ [প্রমাণিত]

অথবা

$x \propto y, y \propto z$ এবং $z \propto x$ হলে ভেদ ধ্রুবক তিনটির মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করো।

উ: $x \propto y$
 ধরি, এই ভেদের ভেদ ধ্রুবক = k_1 ,
 $\therefore x = k_1 y \dots\dots (i)$

$y \propto z$
 ধরি, এই ভেদের ভেদ ধ্রুবক = k_2 ,
 $\therefore y = k_2 z \dots\dots (ii)$

$z \propto x$
 ধরি, এই ভেদের ভেদ ধ্রুবক = k_3 ,
 $\therefore z = k_3 x \dots\dots (iii)$

$x = k_1 y$ ((i) নং সমীকরণ থেকে)
 $= k_1 \cdot k_2 z$ ((ii) নং সমীকরণ থেকে)
 $= k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 x$ ((iii) নং সমীকরণ থেকে)
 $= k_1 k_2 k_3 x$

বা, $k_1 k_2 k_3 = 1$

$\therefore \underline{\text{তিনটি ভেদ ধ্রুবকের গুণফল 1 (Ans.)}}$

10. (a) অথবা (b) এবং (c) অথবা (d) প্রশ্নের উত্তর করো:

5×2=10

(a) প্রমাণ করো যে, কোনো ত্রিভুজের কোনো একটি বাহুর মধ্যবিন্দু দিয়ে অঙ্কিত দ্বিতীয় একটি বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা তৃতীয় বাহুকে সমদ্বিখন্ডিত করে এবং ত্রিভুজের বাহুগুলির দ্বারা সমান্তরাল সরলরেখার খন্ডিতাংশ দ্বিতীয় বাহুর অর্ধেক হবে।

উ:

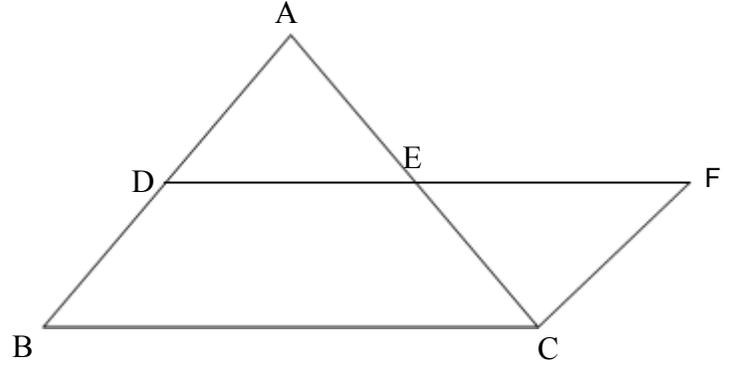
$\triangle ABC$ এর AB বাহুর মধ্যবিন্দু D এর মধ্য দিয়ে দ্বিতীয় বাহু BC এর সমান্তরাল করে একটি সরলরেখা টানা হয়েছে, যা তৃতীয় বাহু AC কে E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রামাণ্য বিষয়:

(i) $AE = EC$

(ii) $DE = \frac{1}{2} BC$

অঙ্কন:



C বিন্দু দিয়ে BA এর সমান্তরালে অঙ্কিত সরলরেখা বর্ধিত DE কে F বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ:

BCFD চতুর্ভুজের

$BC \parallel DF$ (প্রদত্ত)

$CF \parallel DA$ (অঙ্কানুসারে)

\therefore $\square BCFD$ সমান্তরিক

$\therefore CF = BD$ (অনুরূপ বাহু)

$= AD$ (D, AB এর মধ্যবিন্দু)

$\therefore CF = AD$ ----- (i)

$\triangle CEF$ ও $\triangle AED$ এর মধ্যে

(i) $CF = DA$ ((i) নং সমীকরণ থেকে)

(ii) $\angle CEF =$ বিপ্রতীপ $\angle AED$

(iii) $\angle FCE = \text{একান্তর } \angle DAE$ [\because $CF \parallel BA$ (অঙ্কানুসারে) ও AC ভেদক]

$\therefore \Delta CEF \cong \Delta AED$ [AAS সর্বসমতা]

(i) $\therefore AE = EC$ (\because অনুরূপ বাহু)

$\therefore E, AC$ এর মধ্যবিন্দু (প্রমাণিত)

(ii) $DE = EF$ (\because অনুরূপ বাহু)

$$DE = EF = \frac{1}{2} (DE + EF)$$

$$= \frac{1}{2} DF$$

$$= \frac{1}{2} BC \text{ [}\because \square ABCD \text{ সামান্তরিক এর } DF = BC\text{]}$$

$$\therefore \underline{DE = \frac{1}{2} BC \text{ [প্রমাণিত]}}$$

(b) প্রমাণ করো যে, ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় সমবিন্দু।

উঃ ধরি ΔABC যে কোন ত্রিভুজ

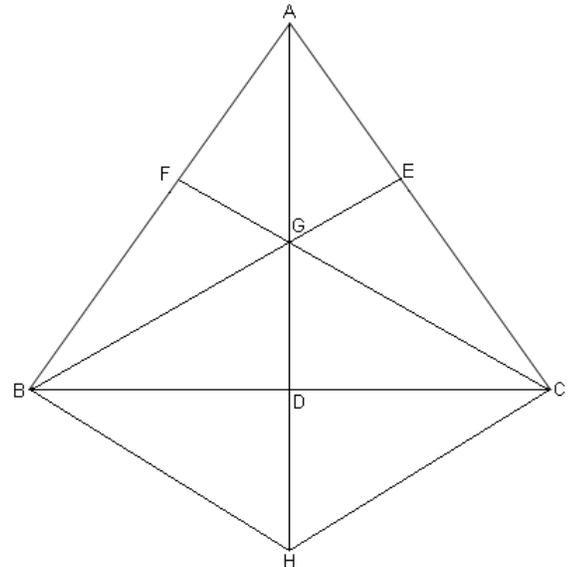
প্রমাণ করতে হবে যে, ΔABC এর মধ্যমা তিনটি সমবিন্দু।

মনেকরি ΔABC এর দুটি মধ্যমা BE ও CF পরস্পরকে G বিন্দুতে ছেদ করেছে। AG যুক্ত করে বর্ধিত করা হল যা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

এখন যদি, AD একটি মধ্যমা বা D, BC এর মধ্য বিন্দু প্রমাণ করা যায় তাহলেই উপপাদ্যটি প্রমাণিত হবে।

অঙ্কনঃ

AD কে H পর্যন্ত বর্ধিত করা হল যাতে $AG = GH$



হয়।

B ও H এবং C ও H যুক্ত করা হল।

প্রমাণঃ

$\triangle ABH$ এ

(i) F, AB এর মধ্যবিন্দু [\therefore CF মধ্যমা]

(ii) G, AH এর মধ্যবিন্দু [অঙ্কানুসারে]

$\therefore FG \parallel BH$

বা $GC \parallel BH$ ----- (i)

$\triangle ACH$ এ

(i) E, AC এর মধ্যবিন্দু [\therefore BE মধ্যমা]

(ii) G, AH এর মধ্যবিন্দু [অঙ্কানুসারে]

$\therefore GE \parallel CH$

বা $BG \parallel CH$ ----- (ii)

$\square BCGH$ এর ক্ষেত্রে

(i) $BG \parallel CH$ [(ii) নং সমীকরণ থেকে]

(ii) $BH \parallel GC$ [(i) নং সমীকরণ থেকে]

$\therefore \square BCGH$ সামান্তরিক ।

এখন সামান্তরিকের কর্ণ দুটি পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করবে ।

$\therefore D$, BC এর মধ্যবিন্দু

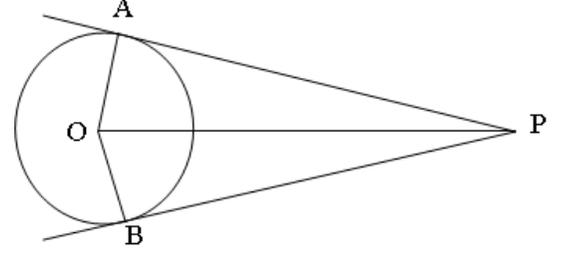
$\therefore AD$ একটি মধ্যমা

\therefore মধ্যমা তিনটি সমবিন্দু [প্রমাণিত]

(c) “বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে যে দুটি স্পর্শক অঙ্কন করা যায় তাদের স্পর্শবিন্দু দুটির সাথে বহিঃস্থ বিন্দুটির সংযোজক রেখাংশ দুটি সমান”- প্রমাণ করো।

উঃ

ধরি O কেন্দ্রীয় বৃত্তের বহিঃস্থ P বিন্দু থেকে দুটি স্পর্শক PA ও PB টানা হল। A ও B তাদের স্পর্শবিন্দু। OA ও OB হল A ও B বিন্দুতে ব্যাসার্ধ।



প্রামাণ্য বিষয়: PA = PB

প্রমাণ: ∵ বৃত্তটির A বিন্দুতে PA স্পর্শক এবং OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

∴ OA ⊥ AP বা, ∠OAP = 90°

∵ বৃত্তটির B বিন্দুতে PB স্পর্শক এবং OB স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

∴ OB ⊥ BP বা, ∠OBP = 90°

ΔAOB ও ΔBOP এর মধ্যে

(i) ∠OAP = ∠OBP (উভয়েই 90°)

(ii) OA = OB (একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ)

(iii) OP সাধারণ (আতিভুজ)

∴ ΔAOB ≅ ΔBOP (সমকোণ, বাহু-অতিভুজ সর্বসমতা)

∴ PA = PB (অনুরূপ বাহু) [প্রমাণিত]

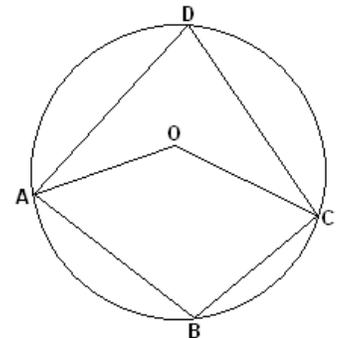
(d) প্রমাণ করো যে, বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলি পরস্পর সম্পূরক।

উঃ

ধরি O কেন্দ্রীয় বৃত্তে □ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

প্রামাণ্য বিষয়:

(i) ∠ABC + ∠ADC = 180°



$$(ii) \quad \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$$

অঙ্কনঃ O,A এবং O,C যোগ করা হল।

প্রমাণঃ ABC চাপের ওপর কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle AOC$ ও পরিধিস্থ কোণ $\angle ADC$.

$$2\angle ADC = \angle AOC \text{ [কেন্দ্রস্থ কোণ} = 2 \times \text{পরিধিস্থ কোণ]} \text{ _____ (i)}$$

ADC চাপের ওপর কেন্দ্রস্থ কোণ প্রবৃদ্ধ $\angle AOC$ ও পরিধিস্থ কোণ $\angle ABC$

$$2\angle ABC = \text{প্রবৃদ্ধ } \angle AOC \text{ [কেন্দ্রস্থ কোণ} = 2 \times \text{পরিধিস্থ কোণ]} \text{ _____ (ii)}$$

(i) ও (ii) যোগ কোরে পাই

$$2(\angle ABC + \angle ADC) = \angle AOC + \text{প্রবৃদ্ধ } \angle AOC = 360^\circ$$

$$\text{বা, } \underline{\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ} \text{ (প্রমাণিত) _____ (i)}$$

আনুরূপে B,O ও O,D যোগ করে প্রমাণ করা যায়

$$\underline{\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ} \text{ (প্রমাণিত) _____ (ii)}$$

- (11) প্রমাণ করো যে, একই বাহু AB এর উপর একই দিকে অবস্থিত ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ABEF রম্বসের ক্ষেত্রফলের চেয়ে বেশি।

3

উঃ

AB এর ওপর একই দিকে অবস্থিত $\square ABCD$ একটি বর্গক্ষেত্র ও $\square ABEF$ একটি রম্বস।

প্রামাণ্য বিষয়ঃ $\square ABCD > \square ABEF$

অঙ্কনঃ F থেকে AB এর ওপর FG লম্ব টানা হল

$$\text{বর্গক্ষেত্র } \square ABCD = AB \cdot AB$$

$$\text{রম্বস } \square ABEF = AB \cdot FG$$

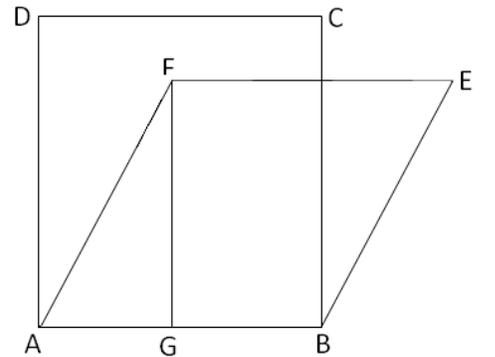
$\triangle AFG$ হইতে পাই- অতিভূজ $AF > FG$

$$AF > FG$$

বা, $AB > FG$ [\because $\square ABCD$ রম্বস, $AB = AF$]

$$\therefore AB \cdot AB > AB \cdot FG$$

বর্গক্ষেত্র $\square ABCD >$ রম্বস $\square ABEF$ (প্রমাণিত)



অথবা

“অর্ধবৃত্ত অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর বৃত্তাংশস্থিত কোণ স্থূলকোণ”- প্রমাণ করো।

উঃ

প্রদত্তঃ

O কেন্দ্রিয় বৃত্তের ACB বৃত্তাংশটি অর্ধবৃত্ত অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর ।

প্রামাণ্য বিষয়ঃ $\angle ACB$ স্থূলকোণ

অঙ্কনঃ

AO, BO যুক্ত করা হল

ABD অর্ধচাপের ওপর কেন্দ্রস্থ কোণ = প্রবৃদ্ধ $\angle AOB$

ও পরিধিস্থ কোণ = $\angle ACB$

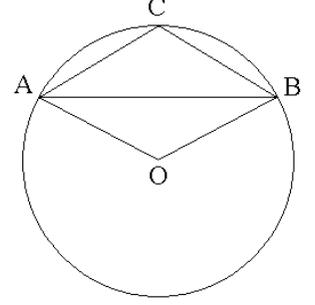
$\angle ACB = \frac{1}{2}$ প্রবৃদ্ধ $\angle AOB$ [\because একই বৃত্তচাপের ওপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ কোণ পরিধিস্থ কোণ

দ্বিগুণ]

$\therefore \angle ACB > \frac{1}{2} \times 2$ সমকোণ [প্রবৃদ্ধ $\angle AOB > 2$ সমকোণ]

বা, $\angle ACB > 1$ সমকোণ

$\therefore \angle ACB$ স্থূলকোণ (প্রমাণিত)



12. 7.5 সেমি, 9 সেমি ও 11 সেমি বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ আঁকো। ঐ ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্ত আঁকো। অন্তর্ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

6

উ:

ΔABC -এর

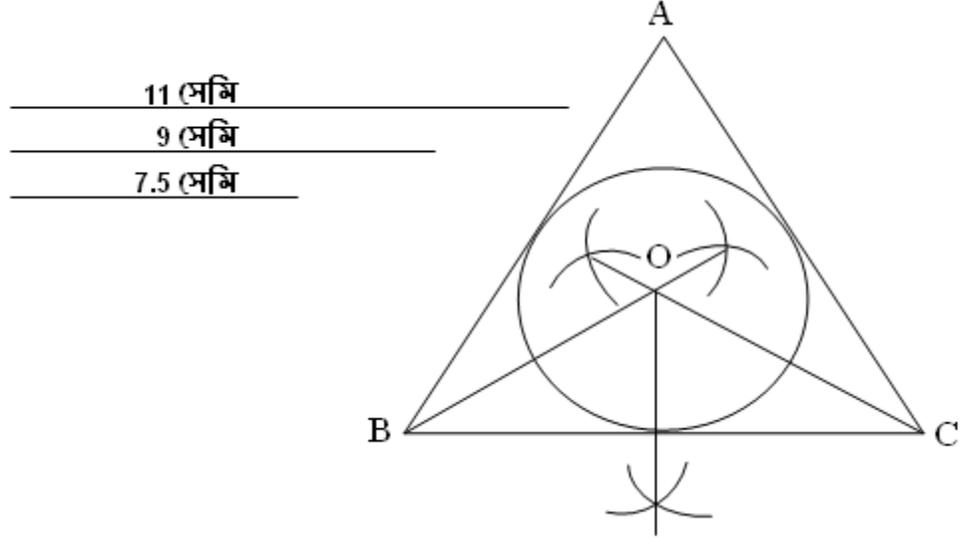
$AB = 9$ সেমি.

$BC = 11$ সেমি.

$AC = 7.5$ সেমি

O কেন্দ্রীয় বৃত্তটি ΔABC -

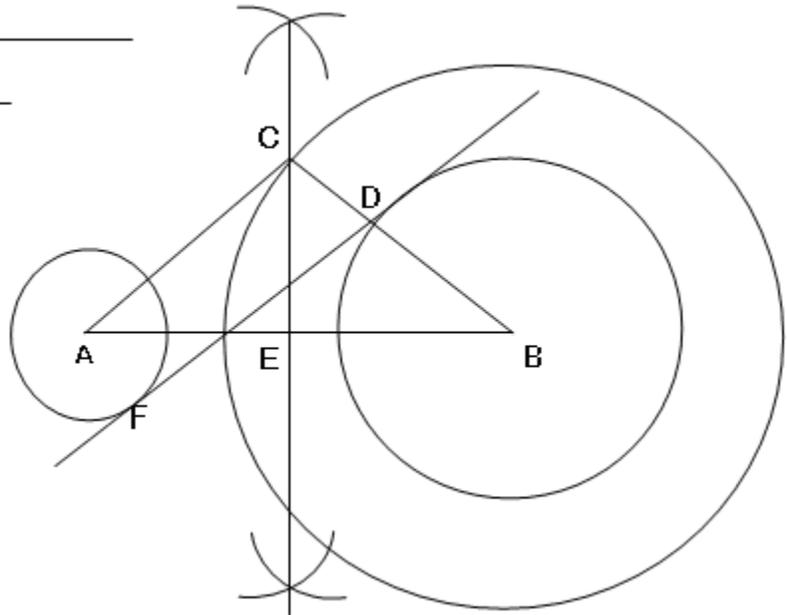
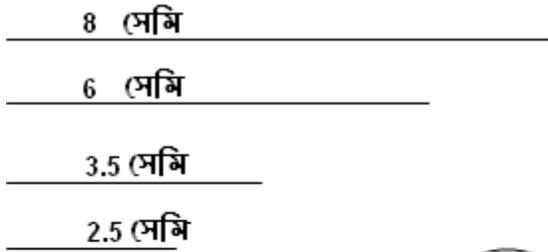
এর অন্তর্বৃত্ত।



অথবা

2.5 সেমি, 3.5 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট দুটি বৃত্ত আঁকো যাদের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব 8 সেমি। ঐ বৃত্তদুটির একটি তির্যক সাধারণ স্পর্শক আঁকো।

উ:



DF হল A ও B কেন্দ্রীয় বৃত্তের তীর্থক সাধারণ স্পর্শক।

13. যে কোনো দুটির উত্তর দাও:

4×2=8

(i) একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 10 সেমি ও 24 সেমি। রম্বসটির পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

উ: □ABCD রম্বসের AC ও BD কর্ণ পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

ধরি

$$AC = 24 \text{ সেমি}$$

$$BD = 10 \text{ সেমি}$$

আমরা জানি,

$$\text{রম্বসের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{কর্ণদ্বয়ের গুণফল}$$

$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times 24 \times 10^2 \text{ বর্গসেমি} = 120 \text{ বর্গসেমি}$$

আবার,

$$\text{সূত্রানুসারে } OC = \frac{1}{2} AC \text{ [O বিন্দুতে AC ও BD}$$

পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে]

$$\frac{1}{2} \times 24 \text{ সেমি} = 12 \text{ সেমি}$$

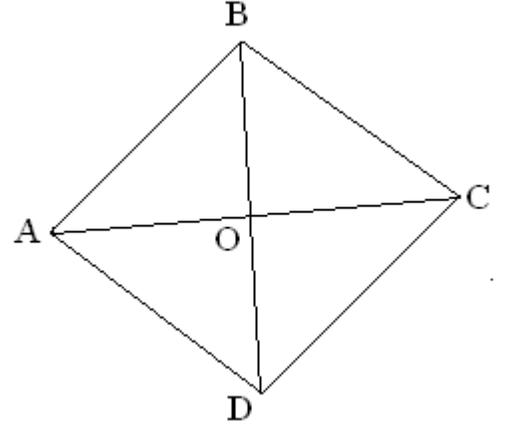
$$\text{অনুরূপে } OB = \frac{1}{2} \times BD = \frac{1}{2} \times 10 \text{ সেমি} = 5 \text{ সেমি}$$

△BOC সমকোণী ত্রিভুজ হতে

$$BC = \sqrt{(OB^2 + OC^2)} \text{ সেমি} = \sqrt{(5^2 + 12^2)} \text{ সেমি} = \sqrt{169} \text{ সেমি} = 13 \text{ সেমি}$$

$$\text{রম্বসের পরিসীমা} = (4 \times 13) \text{ সেমি}$$

$$= \underline{52 \text{ সেমি (Ans.)}}$$



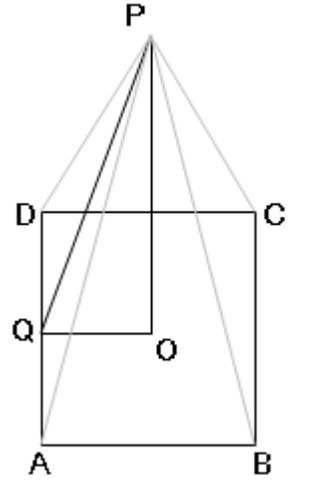
(ii) একটি ঘনকের আয়তন V ঘন সেমি, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল S বর্গসেমি এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য d সেমি হলে প্রমাণ করো $Sd = 6\sqrt{3} V$

উ: ধরি ঘনকটির একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a সেমি.

সূত্রানুসারে,
আয়তন = a^3 ঘনসেমি
সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $6a^2$ বর্গসেমি
কর্ণ = $\sqrt{3}a$ সেমি
 $V = a^3$
 $s = 6a^2$
 $d = \sqrt{3}a$
LHS = $Sd = 6a^2 \times \sqrt{3}a = 6\sqrt{3}a^3 = 6\sqrt{3}V$
 $Sd = 6\sqrt{3}V$ (প্রমাণিত)

(iii) একটি লম্ব পিরামিডের ভূমি 24 সেমি বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্র এবং উচ্চতা 16 সেমি হলে পিরামিডের তির্যক উচ্চতা ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

উ: ধরি ABCD হল লম্বপিরামিডটির ভূমি, OP পিরামিডের উচ্চতা এবং PQ-এর তির্যক উচ্চতা।



চিত্রানুযায়ী,

$$OP = 16 \text{ সেমি}$$

$$OQ = \frac{1}{2} \times 24 \text{ সেমি} = 12 \text{ সেমি}$$

ΔPOQ সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই

$$\begin{aligned} PQ &= \sqrt{(OP^2 + OQ^2)} = \sqrt{(16^2 + 12^2)} \\ &= \sqrt{400} \\ &= 20 \end{aligned}$$

∴ পিরামিডটির তির্যক উচ্চতা 20 সেমি. (Ans.)

$$\begin{aligned} \text{পিরামিডটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} &= (\text{পার্শ্বতলগুলির ক্ষেত্রফল} + \text{ভূমির ক্ষেত্রফল}) \\ &= [1/2 \times (\text{ভূমির পরিসীমা} \times \text{তির্যক উচ্চতা}) + \text{ভূমির ক্ষেত্রফল}] \\ &= [1/2 \times 4 \times 24 \times 20 + (24)^2] \text{ বর্গসেমি} \\ &= [48 \times 20 + 576] \text{ বর্গসেমি} \\ &= 1536 \text{ বর্গসেমি} \end{aligned}$$

পিরামিডটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 1536 বর্গসেমি (Ans.)

(iv) 6 ডেসিমি ব্যাসের একটি নিরেট লোহার গোলক গলিয়ে এক সেমি লম্বা একটি লম্ববৃত্তাকার চোঙাকৃতি দন্ড তৈরী করা হল। দন্ডটির ব্যাস নির্ণয় করো।

উঃ লোহার বলের ব্যাসার্ধ (r) = $\frac{6}{2}$ ডেসিমিটার = 3 ডেসিমিটার = 30 সেমি.

$$\therefore \text{লোহার বলের আয়তন} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times (30)^3 \text{ ঘনসেমি}$$

ধরি চোঙাকৃতি দন্ডের ব্যাসার্ধ R সেমি

$$\therefore \text{চোঙের উচ্চতা}(h) = 1 \text{ সেমি}$$

সূত্রানুসারে,

$$\text{চোঙের আয়তন} (v) = \pi r^2 h \text{ ঘনসেমি} = \pi R^2 h \text{ ঘনসেমি} = \pi \times R^2 \times 1 \text{ ঘনসেমি}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{4}{3} \pi (30)^3 = \pi R^2 \times 1$$

$$\text{বা, } R^2 = \frac{4 \times 30 \times 30 \times 30}{3} = (30)^2 \times 40$$

$$\text{বা, } R = 30 \times 4\sqrt{5} = 120\sqrt{5}$$

$$\text{বা, } 2R = 240\sqrt{5}$$

চোঙের ব্যাস $240\sqrt{5}$ সেমি (Ans.)

14. সূর্যের উন্নতি কোণ যখন 45° থেকে 60° তে বেড়ে যায় তখন একটি খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য $\sqrt{3}$ মিটার কমে যায়।
খুঁটির উচ্চতা নির্ণয় করো ($\sqrt{3}=1.732$ ধরে তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান নির্ণয় করো)। 5

উঃ ধরি XY সমতল AX একটি লম্বভাবে দন্ডায়মান খুঁটি।

প্রথম ক্ষেত্রে ছায়ার দৈর্ঘ্য PX মিটার

$$\text{শর্তানুসারে, } \angle APX = 45^\circ$$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, ছায়ার দৈর্ঘ্য QX মিটার

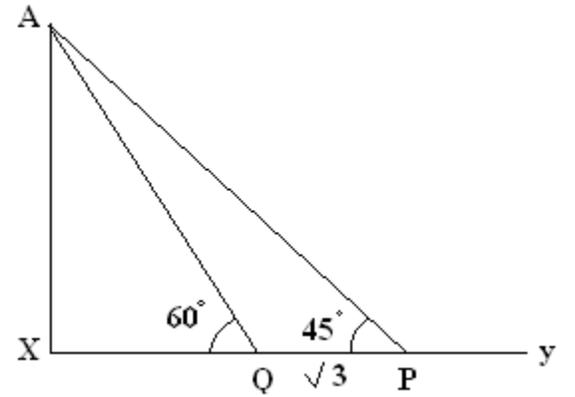
$$\text{শর্তানুসারে, } \angle AQX = 60^\circ$$

$$\text{শর্তানুসারে, } PQ = \sqrt{3} \text{ মিটার}$$

$\triangle APX$ হইতে পাই,

$$\frac{AX}{PX} = \tan APX = \tan 45^\circ = 1$$

$$\text{বা, } PX = AX \text{ -----(i)}$$



ΔAQX হইতে পাই

$$\frac{AX}{QX} = \tan A Q X = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } QX = \frac{AX}{\sqrt{3}}$$

চিত্রানুসারে,

$$PQ = PX - QX = AX - \frac{AX}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } AX \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = PQ = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } AX \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } AX = \frac{3}{\sqrt{3}-1}$$

$$= \frac{3(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$$

$$= \frac{3(\sqrt{3}+1)}{3-1}$$

$$= \frac{3}{2} (1.732+1)$$

$$= 4.098$$

খুঁটির দৈর্ঘ্য 4.098 মিটার (Ans.)

অথবা

একটি 20 মিটার উঁচু পাঁচতলা বাড়ির ছাদ থেকে দেখলে একটি মিনারের ছুড়ার উন্নতি কোণ 45° এবং মিনারটির পাদদেশে অবনতি কোণ 60° দেখা যায়। মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় করো।

উঃ ধরি BQ সমতলে AB বাড়ি ও PQ মিনার।

A থেকে PQ-এর উপর লম্ব AX

A,P ও P,Q যোগ করা হল।

$$AB = 20$$

$$\angle PAX = 45^\circ$$

$$\angle AQB = \text{একান্তর } \angle QAX = 60^\circ$$

$\triangle AQB$ হইতে

$$\frac{AB}{BQ} = \tan AQB$$

$$\text{বা, } \frac{20}{BQ} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } BQ = \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ ----- (i)}$$

অঙ্কনানুসারে, $\square ABQX$ আয়তক্ষেত্রে

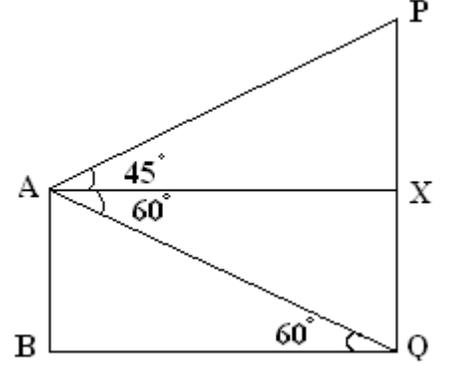
$$AB = QX = 20$$

$$BQ = AX = \frac{20}{\sqrt{3}}$$

$\triangle APX$ হইতে

$$\frac{PX}{AX} = \tan \angle PAX = \tan 45^\circ = 1$$

$$\text{বা, } \frac{PX}{\frac{20}{\sqrt{3}}} = \tan 45^\circ = 1$$



$$\text{বা, } PX = \frac{20}{\sqrt{3}}$$

$$= PX + XQ = 20 + \frac{20}{\sqrt{3}} = 20 \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}} = 20 \times \frac{\sqrt{3}+3}{3} = \frac{20 \times (3+1.732)}{3}$$

$$= 31.5467$$

মিনারের উচ্চতা 31.5467 মিটার (Ans.)

15. যে কোনো দুটির উত্তর দাও:

3×2=6

(i) সমবাহু ত্রিভুজ ABC এর BC ভূমিকে E বিন্দু পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করে যেন CE=BC হয়। A, E যোগ করে। এখন ACE ত্রিভুজের কোণগুলির নাম উল্লেখ করে তাদের বৃত্তীয় মান লেখো।

উঃ

সমবাহু ত্রিভুজ ΔABC -এর BC ভূমিকে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করা হল যাতে BC=CE হয়।

A, E যোগ করা হল।

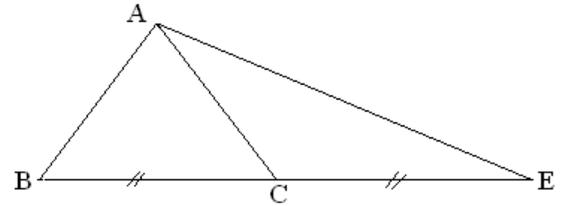
সূত্রানুসারে,

বহিঃস্থ $\angle ACE =$ অন্তঃস্থ বিপরীত [$\angle ABC + \angle BAC$]

$$\angle ACE = \angle ABC + \angle BAC$$

$\therefore \Delta ABC$ সমবাহু তাই

$$\angle ABC = \angle BAC = \angle ACB = 60^\circ$$



$$\angle ACE = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ = \frac{120^\circ}{80^\circ} \pi = \frac{2\pi}{3}$$

আবার AC = BC (সমবাহু ত্রিভুজ)

অঙ্কনানুসারে $BC = CE$

$$\therefore AC = CE$$

$$\therefore \angle CAE = \angle CEA \text{ ---- (i)}$$

ΔACE হইতে

$$\angle CAE + \angle CEA + \angle ACE = 180^\circ$$

বা, $2\angle CAE = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ [(i)নং সমীকরণের সাহায্যে]

$$\text{বা, } \angle CAE = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ = \frac{\pi \times 30}{180} = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \angle CEA = \angle CAE = \frac{\pi}{6}$$

$$\angle ACE = \frac{2\pi}{3}$$

$$\underline{\underline{\angle CAE = \angle CEA = \frac{\pi}{6} \text{ (Ans.)}}}$$

(ii) $\frac{\sec \theta + \tan \theta}{\sec \theta - \tan \theta} = 2\frac{51}{79}$ হলে $\sin \theta$ এর মান নির্ণয় করো।

উঃ $\frac{\sec \theta + \tan \theta}{\sec \theta - \tan \theta} = 2\frac{51}{79}$

বা, $\frac{\sec \theta + \tan \theta}{\sec \theta - \tan \theta} = \frac{209}{79}$

যোগ ও ভাগ প্রক্রিয়া দ্বারা

$$\frac{\sec \theta + \tan \theta + \sec \theta - \tan \theta}{\sec \theta + \tan \theta - \sec \theta + \tan \theta} = \frac{209 + 79}{209 - 79}$$

$$\text{বা, } \frac{2 \sec \theta}{2 \tan \theta} = \frac{288}{130}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cos \theta} \times \frac{1}{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}} = \frac{144}{65}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos \theta}{\cos \theta} \times \frac{1}{\sin \theta} = \frac{144}{65}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{65}{144} \quad (\text{Ans.})$$

(iii) $x \sin 45^\circ \cos 45^\circ \tan 60^\circ = \tan^2 45^\circ - \cos 60^\circ$, হলে, x এর মান নির্ণয় করো।

$$\text{উ: } x \sin 45^\circ \cos 45^\circ \tan 60^\circ = \tan^2 45^\circ - \cos 60^\circ$$

$$\text{বা, } x \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{3} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } x \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } x = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (\text{Ans.})$$

(iv) দেখাও যে, $\tan 15^\circ + \tan 75^\circ = \frac{\sec^2 15^\circ}{\sqrt{\sec^2 15^\circ - 1}}$

$$\text{উ: } \tan 15^\circ + \tan 75^\circ$$
$$= \tan 15^\circ + \cot(90^\circ - 75^\circ)$$

$$= \tan 15^\circ + \cot 15^\circ$$

$$= \tan 15^\circ + \frac{1}{\tan 15^\circ}$$

$$= \frac{1 + \tan^2 15^\circ}{\tan 15^\circ}$$

$$= \frac{\sec^2 15^\circ}{\sqrt{\sec^2 15^\circ - 1}} \quad (\text{প্রমাণিত})$$
