

অঙ্কের নমুনা প্রশ্নপত্র - ২

(নমুনা প্রশ্নপত্রের সমস্ত উত্তর দিয়েছেন মাধবদাস প্রধান, সহকারী শিক্ষক, যাদবপুর বিদ্যাপীঠ)

(দরকার মত $\pi = \frac{22}{7}$ ধরে নিতে হবে।)

1. (i) যদি $A:B=3:4$ এবং $B:C=4:5$ হয়, তবে $A:B:C$ কত? 1

উঃ $A:B=3:4$, $B:C=4:5$

$\therefore A:B:C=3:4:5$ (Ans.)

(ii) সঠিক উত্তরটি লেখো: 1

যদি $x=2$ এবং $x + y=15$ হয় তবে y এর মান হবে

(i) 11 (ii) 12 (iii) 13 (iv) -14

উঃ $x+y=15$

বা, $2+y=15$ [$\because x=2$]

বা, $y=15-2$

বা, $y=13$

(iii) 13 (Ans.)

(iii) সঠিক উত্তরটি লেখো: 1

যদি $x^2 - 3x = 0$ হয় তবে x এর মান হবে

(i) শুধুমাত্র 3 (ii) 3, 0 (iii) 0, -3 (iv) শুধুমাত্র 0

উঃ $x^2 - 3x = 0$

বা, $x(x - 3) = 0$

$\therefore x = 0, 3$

(ii) 3, 0 (Ans.)

(iv) x ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $2x - 6 \leq 1$ হলে x এর সর্বোচ্চ মান কত? 1

উঃ $2x - 6 \leq 1$

বা, $2x \leq 1+6$

বা, $2x \leq 7$

বা, $x \leq \frac{7}{2}$

$\therefore x$ এর সর্বোচ্চ মান 3 ($\because x$ ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা) (Ans.)

(v) সঠিক উত্তরটি লেখো: 1

একটি সমকোণী ত্রৈভুজের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা যথাক্রমে 5 সেমি, 4 সেমি এবং 3 সেমি হলে ঐ ত্রৈভুজের আয়তন হবে

(i) 60 ঘনসেমি (ii) 30 ঘনসেমি (iii) $5\sqrt{2}$ ঘনসেমি (iv) 50 ঘনসেমি

উঃ সমকোণী ত্রৈভুজের আয়তন = $(5 \times 4 \times 3)$ ঘনসেমি

$$= 60 \text{ ঘনসেমি}$$

(i) 60 ঘনসেমি (Ans.)

(vi) কোনো ত্রিভুজের একটি কোণের মান 30° হলে ঐ কোণের বৃত্তীয় মান কত?

1

উঃ

$$\begin{aligned} \text{কোণটির বৃত্তীয় মান} &= 30 \times \frac{\pi}{180} \\ &= \frac{\pi}{6} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

2. (i) প্রথম 21 টি স্বাভাবিক সংখ্যার গড় 11 হলে, প্রথম 20 টি স্বাভাবিক সংখ্যার গড় কত?

2

উঃ প্রথম 21 টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি = 21×11

প্রথম 20 টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি = $21 \times 11 - 21$

$$= 21(11-1)$$

$$= 21 \times 10$$

প্রথম 20 টি স্বাভাবিক সংখ্যার গড় = $21 \times \frac{10}{20}$

$$= \frac{21}{2}$$

$$= 10.5 \quad (\text{Ans.})$$

(ii) যদি $x^2 = x - 1$ হয় তবে x^3 এর সাংখ্যমান নির্ণয় করো।

2

উঃ $x^2 = x - 1$

বা, $x^2 - x + 1 = 0$

বা, $(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$

বা, $x^3 + 1 = 0$

বা, $x^3 = -1$

$\therefore x^3$ এর সাংখ্যমান = -1 (Ans.)

(iii) k এর কোন মানের জন্য $x - ky = k$ এবং $x + (k-2)y = 2$ সমীকরণদ্বয়ের কোন সমাধান নাই?

2

উঃ সমীকরণদ্বয়ের কোন সমাধান থাকবে না যখন

$$\frac{1}{1} = \frac{-k}{k-2}$$

বা, $k-2 = -k$

বা, $2k = 2$

বা, $k = 1$

$\therefore k=1$ হলে সমীকরণদ্বয়ের কোন সমাধান থাকবে না। (Ans.)

(iv) $A \propto \frac{1}{c}$ এবং $c \propto \frac{1}{B}$ হলে, A এবং B এর মধ্যে ভেদ সম্পর্ক নির্ণয় করো।

2

$$\text{উ: } A \propto \frac{1}{c} \therefore A = \frac{k}{c} \text{ (k ভেদ ধ্রুবক)}$$

$$\text{আবার, } c \propto \frac{1}{B} \therefore c = \frac{m}{B} \text{ (m ভেদ ধ্রুবক)}$$

$$\therefore A = \frac{k}{c} = \frac{k}{\frac{m}{B}} = \frac{k}{m} B$$

$$\therefore A \propto B \text{ (}\therefore \frac{k}{m} \text{ ধ্রুবক) (Ans.)}$$

- (v) O কেন্দ্রিক বৃত্তের AB একটি ব্যাস। P বৃত্তের উপর অবস্থিত যে কোনো একটি বিন্দু। $\angle POA = 120^\circ$ হলে $\angle PBO$ এর পরিমাণ কত? 2

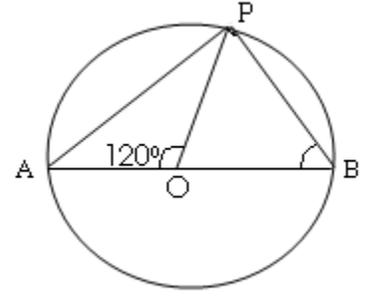
উ:

$\angle OPB + \angle PBO = \angle POA$ (ত্রিভুজের বহিঃকোণ = বিপরীত দুই অন্তঃকোণের সমষ্টি)

বা, $\angle PBO + \angle PBO = 120^\circ$ [$\because OP = OB$ (একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ)] $\therefore \angle OPB = \angle PBO$

বা, $2\angle PBO = 120^\circ$

বা, $\angle PBO = 60^\circ$ (Ans.)



- (vi) কোনো সুষম বহুভুজের একটি বহিস্বকোণ এবং অন্তঃকোণের অনুপাত 2:7 হলে বহুভুজটির বাহু সংখ্যা নির্ণয় করো। 2

উ: মনে করি, একটি বহিস্বকোণ = $2x^\circ$

এবং, একটি অন্তঃকোণ = $7x^\circ$

$\therefore 2x + 7x = 180$ (\because একটি অন্তঃকোণ + একটি বহিস্বকোণ = 180°)

বা, $9x = 180$

বা, $x = \frac{180}{9} = 20$

\therefore একটি বহিস্বকোণ = $2 \times 20^\circ = 40^\circ$

\therefore বহুভুজটির বাহুসংখ্যা = $\frac{360}{40} = 9$ (Ans.)

- (vii) $\sec\theta + \tan\theta = 2$ হলে $\sec\theta$ এর মান নির্ণয় করো। 2

উ: আমরা জানি, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

বা, $(\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

বা, $2(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

বা, $(\sec\theta - \tan\theta) = \frac{1}{2}$

$$\sec \theta + \tan \theta = 2$$

$$\sec \theta - \tan \theta = \frac{1}{2}$$

$$2\sec \theta = 2 + \frac{1}{2} \text{ (যোগ করে পাই)}$$

$$\text{বা, } 2\sec \theta = \frac{5}{2}$$

$$\text{বা, } \sec \theta = \frac{5}{4} \text{ (Ans.)}$$

3. যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর করো:

5+5

(a) এক পাত্র সরবতে সিরাপ ও জলের অনুপাত 5:3; ঐ সরবতের কত অংশ তুলে নিয়ে তার পরিবর্তে সমপরিমাণ জল ঢাললে নতুন সরবতে সিরাপ ও জলের পরিমাণ সমান হবে?

উ : সরবতে সিরাপ ও জলের অনুপাত = 5:3

$$\therefore \text{সরবতে সিরাপের পরিমাণ} = \frac{5}{5+3} \text{ অংশ} = \frac{5}{8} \text{ অংশ}$$

$$\text{এবং সরবতে জলের পরিমাণ} = \frac{3}{5+3} \text{ অংশ} = \frac{3}{8} \text{ অংশ}$$

প্রশ্নানুযায়ী, নতুন সরবতে সিরাপ ও জলের পরিমাণ সমান।

$$\therefore \text{নতুন সরবতে সিরাপের পরিমাণ} = \frac{1}{2} \text{ অংশ}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{সিরাপের পরিমাণ কমাতে হবে} &= \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{2} \right) \text{ অংশ} \\ &= \frac{5-4}{8} \text{ অংশ} \\ &= \frac{1}{8} \text{ অংশ} \end{aligned}$$

$\frac{5}{8}$ অংশ সিরাপ আছে সমগ্র সরবতে।

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{8} \text{ অংশ সিরাপ থাকবে} &= \frac{\frac{1}{8}}{\frac{5}{8}} \text{ অংশ সরবতে} \\ &= \frac{1}{5} \text{ অংশ সরবতে} \end{aligned}$$

\therefore সরবতের $\frac{1}{5}$ অংশ তুলে নিয়ে তার পরিবর্তে সমপরিমাণ জল ঢাললে নতুন সরবতে সিরাপ

ও জলের পরিমাণ সমান হবে।

(b) সীমা একটি ব্যাঙ্কে বার্ষিক 10% সরল সুদে 40000 টাকা 2 বছরের জন্য জমা করে; আবার আবেশা একই পরিমাণ টাকা 10% চক্রবৃদ্ধি হারে 2 বছরের জন্য অন্য একটি ব্যাঙ্কে জমা করে।

(i) সীমা মোট কত সুদ পায়?

(ii) আয়েষার মোট সুদ কত?

(iii) উভয়ের প্রাপ্ত মোট সুদের পার্থক্য নির্ণয় করো।

উ : 100 টাকার 1 বছরের সরল সুদ 10 টাকা

$$\begin{array}{l} 1 \quad ,, \quad 1 \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad \frac{3}{8} \text{ টাকা} \\ 40000 \quad ,, \quad 2 \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad \frac{100 \times 40000 \times 2}{100} \text{ টাকা} \\ = 8000 \text{ টাকা} \end{array}$$

∴ (i) সীমা মোট সুদ পায় = 8000 টাকা (Ans.)

আয়েষা 2 বছর পর 10% চক্রবৃদ্ধি হারে যে পরিমাণ সুদ পাবে তার পরিমাণ হল

$$\begin{aligned} &= \{40000(1 + \frac{10}{100})^2 - 40000\} \text{ টাকা} \\ &= \{40000(1 + \frac{1}{10})^2 - 40000\} ,, \\ &= 40000\{(\frac{11}{10})^2 - (1)^2\} ,, \\ &= 40000 \times (\frac{11}{10} + 1)(\frac{11}{10} - 1) ,, \\ &= 40000 \times \frac{21}{10} \times \frac{1}{10} ,, \\ &= 8400 \text{ টাকা (Ans.)} \end{aligned}$$

∴ (ii) আয়েষার মোট সুদ = 8400 টাকা (Ans.)

∴ (iii) উভয়ের প্রাপ্ত মোট সুদের পার্থক্য = (8400 - 8000) টাকা = 400 টাকা (Ans.)

(c) একজন টেলিভিশন সেট বিক্রেতা কোনো নির্দিষ্ট কোম্পানির সেট 10% লাভে বিক্রয় করেন। যদি সেটটির ক্রয়মূল্য 10% কম হত এবং বিক্রয়মূল্য 180 টাকা কম হত তবে তাঁর 20% লাভ হত। টেলিভিশন সেটটির ক্রয়মূল্য নির্ণয় করো।

উ : মনে করি, টেলিভিশন সেটটির ক্রয়মূল্য = x টাকা

কোম্পানির সেটটি 10% লাভে বিক্রয় করেন।

$$\text{সেটটির বিক্রয়মূল্য} = (x + \frac{x \times 10}{100}) \text{ টাকা}$$

$$\text{সেটটির বিক্রয়মূল্য} = (x + \frac{x}{10}) \text{ টাকা}$$

$$= \frac{11x}{10} \text{ টাকা}$$

সেটটির ক্রয়মূল্য 10% কম হলে,

$$\text{ক্রয়মূল্য হয়} = \left(x - \frac{x \times 10}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$= \left(x - \frac{x}{10} \right) \text{ টাকা}$$

$$= \frac{9x}{10} \text{ টাকা}$$

লাভ হত 20%।

$$\therefore \text{লাভ} = \left(\frac{9x}{10} \times \frac{20}{100} \right) \text{ টাকা} = \frac{9x}{50} \text{ টাকা}$$

বিক্রয়মূল্য 180 টাকা কম হলে,

$$\text{বিক্রয়মূল্য হত} = \left(\frac{11x}{10} - 180 \right) \text{ টাকা।}$$

$$\therefore \frac{9x}{10} + \frac{9x}{50} = \frac{11x}{10} - 180$$

$$\text{বা, } \frac{9x}{10} + \frac{9x}{50} - \frac{11x}{10} = -180$$

$$\text{বা, } \frac{45x + 9x - 55x}{50} = -180$$

$$\text{বা, } -\frac{x}{50} = -180$$

$$\text{বা, } x = 180 \times 50 = 9000$$

$\therefore \therefore$ টেলিভিশন সেটটির ক্রয়মূল্য = 9000 টাকা। (Ans.)

(d) একটি যৌথ ব্যবসায়ে সমীর, ইদ্রিশ ও এন্টনি যথাক্রমে 4000 টাকা, 5000 টাকা ও 6000 টাকা বিনিয়োগ করে। 4 মাস পরে সমীর ঐ ব্যবসায়ে আরও 2000 টাকা দিলো, কিন্তু তারও 4 মাস পরে এন্টনি তার মূলধনের অর্ধাংশ তুলে নিলো। বছরের শেষে 6900 টাকা লাভ হলে কে কত লভ্যাংশ পাবে নির্ণয় করো।

উ : এক মাস হিসেবে সমীরের মূলধন

$$= \{4000 \times 4 + (4000 + 2000) \times 8\} \text{ টাকা}$$

$$= (16000 + 48000) \text{ টাকা}$$

$$= 64000 \text{ টাকা।}$$

এক মাস হিসেবে ইদ্রিশের মূলধন = (5000 × 12) টাকা

$$= 60000 \text{ টাকা}$$

এক মাস হিসাবে এন্টনির মূলধন

$$= \{6000 \times 8 + (6000 - 3000) \times 4\} \text{ টাকা}$$

$$= (48000 + 12000) \text{ টাকা}$$

$$= 60000 \text{ টাকা}$$

সমীর, ইদ্রিশ ও এন্টনির মূলধনের অনুপাত = 64000 : 60000 : 60000

$$= 64:60:60$$

$$= 16:15:15$$

বছরের শেষে লভ্যাংশ = 6900 টাকা

$$\therefore \text{সমীর লভ্যাংশ পাবে} = \frac{15}{16+15+15} \times 6900 \text{ টাকা}$$

$$\frac{15^8}{46^2} \times \frac{300}{6900} = \text{টাকা}$$

$$= 2400 \text{ টাকা}$$

$$\text{ইদ্রিশ লভ্যাংশ পাবে} = \frac{15}{46} \times \frac{300}{6900} \times 150 = \text{টাকা}$$

$$= 2250 \text{ টাকা}$$

$$\text{এন্টনি লভ্যাংশ পাবে} = \frac{15}{46} \times 6900 \text{ টাকা}$$

$$= 2250 \text{ টাকা}$$

সমীরের লভ্যাংশ = 2400 টাকা

ইদ্রিশের লভ্যাংশ = 2250 টাকা

এন্টনির লভ্যাংশ = 2250 টাকা (Ans.)

4. সমাধান করো (যে কোন একটি):

4

$$(a) 5x - \frac{1}{y} = 3$$

$$2x - \frac{2}{y} = 5$$

$$\text{উ: } 5x - \frac{1}{y} = 3 \dots\dots\dots (i)$$

$$2x - \frac{2}{y} = 5 \dots\dots\dots .. (ii)$$

(i) নং সমীকরণকে 2 দিয়ে এবং (ii) নং সমীকরণকে 1 দিয়ে গুণ করে পাই

$$10x - \frac{2}{y} = 6$$

$$2x - \frac{2}{y} = 5$$

$$(-) (+) (-)$$

$$8x = 1 \text{ (বিয়োগ করে পাই)}$$

$$\text{বা, } x = \frac{1}{8}$$

$$\therefore x = \frac{1}{8}, \text{ (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,}$$

$$5 \times \frac{1}{8} - \frac{1}{y} = 3$$

$$\text{বা, } -\frac{1}{y} = 3 - \frac{5}{8}$$

$$\text{বা, } -\frac{1}{y} = \frac{24-5}{8}$$

$$\text{বা, } -\frac{1}{y} = \frac{19}{8}$$

$$\text{বা, } y = -\frac{8}{19}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{নির্ণেয় সমাধান, } x = \frac{1}{8} \\ y = -\frac{8}{19} \end{array} \right\} \text{ (Ans.)}$$

$$(b) \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = 2\frac{1}{12}$$

$$\text{প্র. } \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = 2\frac{1}{12}$$

$$\text{বা, } \frac{x^2+(x+1)^2}{x(x+1)} = \frac{25}{12}$$

$$\text{বা, } \frac{x^2+x^2+2x+1}{x^2+x} = \frac{25}{12}$$

$$\text{বা, } \frac{2^2+2x+1}{x^2+x} = \frac{25}{12}$$

$$\text{বা, } 25x^2 + 25x = 24x^2 + 24x + 12$$

$$\text{বা, } 25x^2 - 24x^2 + 25x - 24x - 12 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + x - 12 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 4x - 3x - 12 = 0$$

$$\text{বা, } (x+4)(x-3) = 0$$

$$\therefore \text{ হয় } x+4=0 \text{ অথবা } x-3=0$$

$$\text{বা, } x=-4 \text{ অথবা } x=3$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = -4, 3$ (Ans.)

5. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো:

4

$$6(x-y)^2 - x + y - 15$$

$$\begin{aligned} \text{উ : } & 6(x-y)^2 - x + y - 15 \\ & = 6(x-y)^2 - (x-y) - 15 \\ & = 6(x-y)^2 - (10-9)(x-y) - 15 \\ & = 6(x-y)^2 - 10(x-y) + 9(x-y) - 15 \\ & = 2(x-y)\{3(x-y)-5\} + 3\{3(x-y)-5\} \\ & = \{3(x-y)-5\}\{2(x-y)+3\} \\ & = \underline{(3x-3y-5)(2x-2y+3)} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

অথবা

গ.সা.গু. নির্ণয় করো:

$$x^3 - 16x, 2x^3 + 9x^2 + 4x, 2x^3 + x^2 - 28x$$

$$\begin{aligned} \text{উ: } \text{প্রথম রাশি} &= x^3 - 16x \\ &= x(x^2 - 16) \\ &= x\{(x)^2 - (4)^2\} \end{aligned}$$

$$= x(x+4)(x-4)$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 2x^3 + 9x^2 + 4x$$

$$= x(2x^2 + 9x + 4)$$

$$= x(2x^2 + 8x + x + 4)$$

$$= x\{2x(x+4) + 1(x+4)\}$$

$$= x(x+4)(2x+1)$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = 2x^3 + x^2 - 28x$$

$$= x(2x^2 + x - 28)$$

$$= x(2x^2 + 8x - 7x - 28)$$

$$= x\{2x(x+4) - 7(x+4)\}$$

$$= x(x+4)(2x-7)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গ.সা.গু} = x(x+4)$$

6. কোন ভগ্নাংশের লব ও হরের সঙ্গে 2 যোগ করলে ভগ্নাংশটি হয় $\frac{9}{11}$, আবার ঐ ভগ্নাংশের লব ও হর

থেকে 1 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশ $\frac{3}{4}$ হয়। ভগ্নাংশটি বীজগাণিতিক পদ্ধতিতে নির্ণয় করো।

4

উ : মনে করি, ভগ্নাংশের লব = x এবং হর = y

$$\text{ভগ্নাংশটি } \frac{x}{y} \quad |$$

$$\text{প্রথম শর্তানুসারে, } \frac{x+2}{y+2} = \frac{9}{11}$$

$$\text{বা, } 11x + 22 = 9y + 18$$

$$\text{বা, } 11x - 9y = 18 - 22$$

$$\text{বা, } 11x - 9y = -4 \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{দ্বিতীয় শর্তানুসারে, } \frac{x-1}{y-1} = \frac{3}{4}$$

$$\text{বা, } 4x - 4 = 3y - 3$$

$$\text{বা, } 4x - 3y = -3 + 4$$

$$\text{বা, } 4x - 3y = 1 \dots \dots \dots (2)$$

(1) নং সমীকরণকে 1 দিয়ে এবং (2) নং সমীকরণকে 3 দিয়ে গুণ করে পাই

$$11x - 9y = -4$$

$$12x - 9y = 3$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$-x = -7 \text{ (বিয়োগ করে পাই)}$$

$$\text{বা, } x = 7$$

$x = 7$, (1) নং সমীকরণ এ বসিয়ে পাই,

$$11 \times 7 - 9y = -4$$

$$\text{বা, } 77 - 9y = -4$$

$$\text{বা, } -9y = -4 - 77$$

$$\text{বা, } -9y = -81$$

$$\text{বা, } y = 9$$

$$\underline{\text{নির্ণেয় ভগ্নাংশ} = \frac{7}{9} \text{ (Ans)}}$$

অথবা

কুস্তল একটি কাজ যতদিনে করতে পারে রহিম তার থেকে 5 দিন কমে কাজটি শেষ করে। কুস্তল ও রহিম একত্রে কাজটি করলে 6 দিনে কাজটি শেষ হয়। কুস্তল একা কতদিনে কাজটি শেষ করতে পারবে বীজগাণিতিক পদ্ধতিতে নির্ণয় করো।

উ : মনে করি, কুস্তল একা কাজটি x দিনে শেষ করতে পারবে।

\therefore রহিম একা কাজটি $(x-5)$ দিনে শেষ করতে পারে।

$$\text{কুস্তল 1 দিনে করে কাজটির } \frac{1}{x} \text{ অংশ}$$

$$\therefore \text{ ,, 6 ,, ,, ,, } \frac{6}{x} \text{ অংশ}$$

$$\text{রহিম 1 দিনে করে কাজটির } \frac{1}{(x-5)} \text{ অংশ}$$

$$\therefore \text{ ,, 6 ,, ,, ,, } \frac{6}{(x-5)} \text{ অংশ}$$

$$\therefore \text{ কুস্তল ও রহিম একত্রে 6 দিনে করে } \left(\frac{6}{x} + \frac{6}{(x-5)} \right) \text{ অংশ}$$

$$\therefore \frac{6}{x} + \frac{6}{(x-5)} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{6x-30+6x}{x(x-5)}=1$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x = 12x - 30$$

$$\text{বা, } x^2 - 17x + 30 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 15x - 2x + 30 = 0$$

$$\text{বা, } x(x-15) - 2(x-15) = 0$$

$$\text{বা, } (x-15)(x-2) = 0$$

∴ হয় $x-15=0$ অথবা $x-2=0$

$$\text{বা, } x=15 \quad \text{বা, } x=2$$

[$x=2$ অসম্ভব, কারণ কুন্তল ও রহিম দুজন একত্রে 6 দিনে কাজ শেষ করে]

$$\therefore x=15$$

∴ কুন্তল একা কাজটি 15 দিনে শেষ করতে পারবে (Ans.)

7. নীচের সমীকরণ দুটি লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করো:

5

$$2x+3y=15, \quad 3x-2y=3$$

উ : (বিঃ দ্রঃ গ্রাফগুলি উত্তরপত্রের সর্বনিম্নে দেওয়া আছে।)

$$2x+3y=15$$

$$\text{বা, } 3y=15-2x$$

$$\text{বা, } y = \frac{15-2x}{3}$$

x	0	3	6
y	5	3	1

$$3x-2y=3$$

$$\text{বা, } 2y=3x-3$$

$$\text{বা, } y = \frac{3x-3}{2}$$

x	1	3	5
y	0	3	6

লেখচিত্র থেকে পাই, নির্ণেয় সমাধান $x=3$

$$y=3$$

} (Ans.)

অথবা

নিম্নলিখিত অসমীকরণগুলির লেখচিত্র অঙ্কন করো এবং তাদের যুগপৎ সিদ্ধ করে এমন সমাধান অঞ্চলটি চিহ্নিত করো:

$$3x-2y \geq 12, \quad 2x-y \leq -6$$

উ : (বিঃ দ্রঃ গ্রাফগুলি উত্তরপত্রের সর্বনিম্নে দেওয়া আছে।)

$3x - 2y \geq 12$ এর অনুরূপ সমীকরণ

$$3x - 2y = 12$$

বা, $2y = 3x - 12$

বা, $y = \frac{3x - 12}{2}$

x	0	2	4
y	-6	-3	0

$2x - y \leq -6$ এর অনুরূপ সমীকরণ

$$2x - y = -6$$

বা, $y = 2x + 6$

x	1	0	-1
y	8	6	4

লেখচিত্রে QOS হল সাধারণ সমাধান অঞ্চল।

8. সরল কর:

3

$$\frac{b^2 - 5b}{3b - 4x} \times \frac{9b^2 - 16x^2}{b^2 - 25} \times \frac{bx + 5x}{3b^2 + 4xb}$$

উ: $\frac{b^2 - 5b}{3b - 4x} \times \frac{9b^2 - 16x^2}{b^2 - 25} \times \frac{bx + 5x}{3b^2 + 4xb}$

$$= \frac{b(b-5)}{3b-4x} \times \frac{(3b)^2 - (4x)^2}{b^2 - (5)^2} \times \frac{x(b+5)}{b(3b+4x)}$$

$$= \frac{\cancel{b}(b-5)}{3\cancel{b}-4x} \times \frac{(3\cancel{b}+4x)(3\cancel{b}-4x)}{(\cancel{b}+5)(\cancel{b}-5)} \times \frac{x(\cancel{b}+5)}{\cancel{b}(3\cancel{b}+4x)}$$

= x (Ans.)

অথবা

$$x = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} \text{ এবং } xy = 1 \text{ হলে দেখাও যে } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + 3xy + y^2} = \frac{11}{13} .$$

উ: $x = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}, xy = 1$

$$\begin{aligned}
y &= \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} \\
\therefore x+y &= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} \\
&= \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2 + (\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})} \\
&= \frac{2\{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{3})^2\}}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2} \\
&= \frac{2(7+3)}{7-3} \\
&= \frac{20}{4} \\
&= 5 \\
\therefore \frac{x^2-xy+y^2}{x^2+3xy+y^2} &= \frac{x^2+y^2-xy}{x^2+y^2+3xy} \\
&= \frac{(x+y)^2-2xy-xy}{(x+y)^2-2xy+3xy} \\
&= \frac{(x+y)^2-3xy}{(x+y)^2+xy} \\
&= \frac{5^2-3 \times 1}{5^2+1} \\
&= \frac{25-3}{25+1} \\
&= \frac{22}{26} = \frac{11}{13} \text{ [প্রমাণিত]}
\end{aligned}$$

9. যেকোনো একটি প্রশ্নের উত্তর করো:

3

(a) $\frac{a^2}{b+c} = \frac{b^2}{c+a} = \frac{c^2}{a+b} = 1$ হলে, দেখাও যে $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 1$

$$\begin{aligned}
\text{উঃ বামপক্ষ} &= \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} \\
&= \frac{a^2}{a+a^2} + \frac{b^2}{b+b^2} + \frac{c^2}{c+c^2}
\end{aligned}$$

$$= \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{b+c+a} + \frac{c}{c+a+b}$$

$$= \frac{a+b+c}{a+b+c}$$

=1 =ডানপক্ষ (প্রমাণিত)।

(b) যদি একটি পুকুর কাটে 50 জন শ্রমিকের 18 দিন সময় লাগে তবে পুকুরটি 15 দিনে কাটে অতিরিক্ত কতজন শ্রমিক লাগবে তা ভেদভেদের সাহায্যে নির্ণয় করো।

উ: মনে করি, শ্রমিক সংখ্যা=y জন এবং সময়=x দিন

শ্রমিক সংখ্যা ও সময় ব্যস্ত ভেদে থাকে।

$$\therefore y \propto \frac{1}{x}$$

$$\text{বা, } y = \frac{k}{x} \text{ [k ভেদ ধ্রুবক]}$$

$$\text{প্রমানুযায়ী, } 50 = \frac{k}{18} \text{ বা, } k=50 \times 18$$

$$\therefore y = \frac{50 \times 18}{x} \text{ সময় 15 দিন হলে,}$$

$$\therefore y = \frac{10 \times 6}{\cancel{50} \times \cancel{18}} = 60$$

$$\therefore \text{শ্রমিক সংখ্যা}=60 \text{ জন}$$

$$\therefore \text{অতিরিক্ত শ্রমিক লাগবে } (60-50) \text{ জন}$$

$$=10 \text{ জন। (Ans.)}$$

10. (a) অথবা (b) এবং (c) অথবা (d) প্রশ্নের উত্তর করো:

5+5

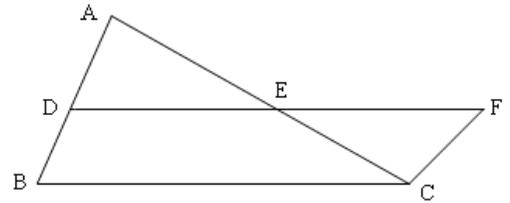
(a) প্রমাণ করো যে, ত্রিভুজের যেকোন দুটি বাহুর সংযোজক সরলরেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও অর্ধেক।

উ:

সাধারণ নির্বচন: প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজের যেকোন দুটি বাহুর সংযোজক সরলরেখাংশ

তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও অর্ধেক।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ যার AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E.



প্রমাণ করতে হবে যে, $DE \parallel BC$ ও $DE = \frac{1}{2}BC$.

অঙ্কন: C বিন্দু দিয়ে BA বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা অঙ্কন করা হল যা বর্ধিত DE কে F বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ: $\because BA \parallel CF$ এবং CA ভেদক

$\therefore \angle DAE = \angle ECF$ (একান্তর)

$\triangle DAE$ ও $\triangle CEF$ এর

$AE = CE$ ($\because E$, AC -র মধ্যবিন্দু)

$\angle DAE = \angle ECF$ (পূর্বে প্রমাণিত)

$\angle AED = \angle CEF$ (বিপ্রতীপ)

$\triangle DAE \cong \triangle CEF$ (A-A-S সূত্রানুসারে)

$\therefore CF = DA = BD$ ($\because D$, AB এর মধ্যবিন্দু)

$\therefore BCFD$ চতুর্ভুজের $BD = CF$ (পূর্বে প্রমাণিত)
এবং $BD \parallel CF$ (অঙ্কনানুসারে)

$\therefore BCFD$ একটি সামান্তরিক

$\therefore DF \parallel BC$

অর্থাৎ, $DE \parallel BC$

আবার, $\because \triangle DAE \cong \triangle CEF$

$\therefore DE = EF$

বা, $DE = \frac{1}{2}(DE + EF)$

বা, $DE = \frac{1}{2} \times DF$

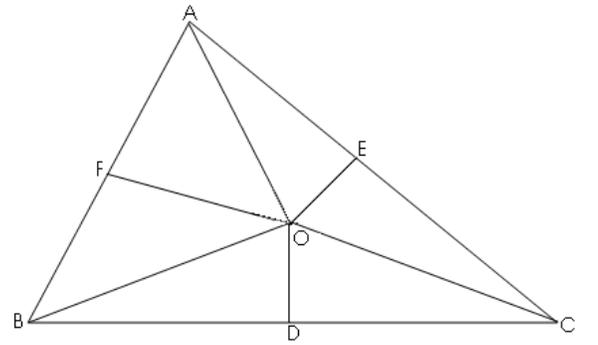
বা, $DE = \frac{1}{2} \times BC$ [$\because BCFD$ সামান্তরিক $\therefore DF = BC$] [প্রমাণিত]

(b) প্রমাণ করো: ত্রিভুজের বাহুগুলির লম্বসমদ্বিখন্ডক তিনটি সমবিন্দু।

উ:

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে,
ত্রিভুজের বাহুগুলির লম্বসমদ্বিখন্ডক তিনটি
সমবিন্দু।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি ABC একটি
ত্রিভুজ যার AB , BC ও CA বাহুর মধ্যবিন্দু
যথাক্রমে F , D ও E । আরও ধরা যাক,
 BC এর D বিন্দুতে লম্ব এবং CA -এর E



বিন্দুতে লম্ব পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। O , F যুক্ত করা হল। OF , AB এর উপর

লম্ব প্রমাণ করলেই প্রমাণিত হবে যে, ত্রিভুজের লম্বসমদ্বিখন্ডক তিনটি সমবিন্দু।

অঙ্কন : O , A ; O , B ও O , C যুক্ত করা হল।

প্রমাণ : $\triangle OBD$ ও $\triangle OCD$ -এর

$$BD=CD \text{ (}\because D, BC \text{-র মধ্যবিন্দু)}$$

OD সাধারণ বাহু।

$$\angle ODB = \angle ODC = 90^\circ \text{ (}\because OD \perp BC \text{)}$$

$$\therefore \triangle OBD \cong \triangle OCD \text{ (S-A-S সূত্রানুসারে)}$$

$$\therefore OB = OC \text{ ----- (1)}$$

আবার $\triangle OCE$ ও $\triangle OAE$ -এর

$$CE=AE \text{ (}\because E, AC \text{-র মধ্যবিন্দু)}$$

OE সাধারণ বাহু।

$$\angle OEC = \angle OEA = 90^\circ \text{ (}\because OE \perp AC \text{)}$$

$$\therefore \triangle OCE \cong \triangle OAE \text{ (S-A-S সূত্রানুসারে)}$$

$$\therefore OC = OA \text{ ----- (2)}$$

$$\therefore (1) \text{ ও } (2) \text{ থেকে পাই, } OB=OA$$

এখন, $\triangle OAF$ ও $\triangle OBF$ -এর

$$AF=BF \text{ (}\because F, AB \text{-র মধ্যবিন্দু)}$$

OF সাধারণ বাহু।

$$OA = OB \text{ (পূর্বে প্রমাণিত)}$$

$$\therefore \triangle OAF \cong \triangle OBF \text{ (S-S-S সূত্রানুসারে)}$$

$$\angle OFA = \angle OFB$$

OF, AB -র উপর দণ্ডায়মান হওয়ার ফলে $\angle OFA$ ও $\angle OFB$ উপলব্ধ হয়েছে।

$$\therefore \angle OFA + \angle OFB = 180^\circ$$

$$\therefore 2\angle OFA = 180^\circ \text{ (}\because \angle OFA = \angle OFB \text{)}$$

$$\therefore \angle OFA = 90^\circ$$

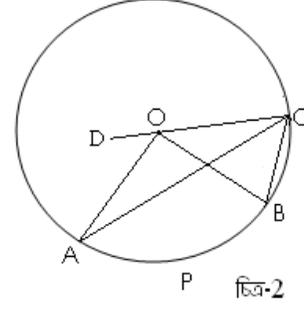
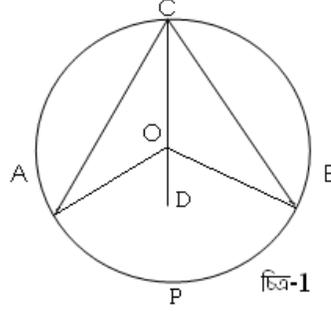
$$\therefore OF \perp AB$$

\therefore ত্রিভুজের বাহুর লম্বসমদ্বিখন্ডক তিনটি সমবিন্দু [প্রমাণিত]।

(c) প্রমাণ করো: কোন বৃত্তের একই বৃত্তচাপের উপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ কোণ পরিধিস্থ কোণের দ্বিগুণ।

উঃ

সাধারণ নির্বচনঃ প্রমাণ করতে হবে যে, O কেন্দ্রীয় বৃত্তের APB বৃত্তচাপের উপর অবস্থিত কেন্দ্রীয় কোণ পরিধিস্থ কোণের দ্বিগুণ।



বিশেষ নির্বচনঃ মনে করি, O কেন্দ্রীয় বৃত্তের APB বৃত্তচাপের উপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle AOB$ ও পরিধিস্থ কোণ $\angle ACB$

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOB = 2 \angle ACB$

অঙ্কনঃ C, O যুক্ত করে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হল ।

প্রমাণঃ $\triangle AOC$ -এর বহিঃকোণ $\angle AOD$

$$\begin{aligned} \therefore \angle AOD &= \angle OCA + \angle OAC \text{ [ত্রিভুজের বহিঃকোণ = বিপরীত দুই অন্তঃকোণের সমষ্টি]} \\ &= 2\angle OCA \text{ [}\because OC=OA \text{ (একই বৃত্তের বাসার্ধ)} \therefore \angle OCA = \angle OAC] \end{aligned}$$

আবার, $\triangle BOC$ -এর বহিঃকোণ $\angle BOD$

$$\begin{aligned} \therefore \angle BOD &= \angle OCB + \angle OBC \text{ [ত্রিভুজের বহিঃকোণ = বিপরীত দুই অন্তঃকোণের সমষ্টি]} \\ &= 2\angle OCB \text{ [}\because OC=OB \text{ (একই বৃত্তের বাসার্ধ)} \end{aligned}$$

$$\therefore \angle OCA = \angle OBC$$

চিত্র-1-এর ক্ষেত্রে,

$$\begin{aligned} \angle AOB &= \angle AOD + \angle BOD \\ &= 2\angle OCA + 2\angle OCB \\ &= 2(\angle OCA + \angle OCB) \\ &= 2\angle ACB \end{aligned}$$

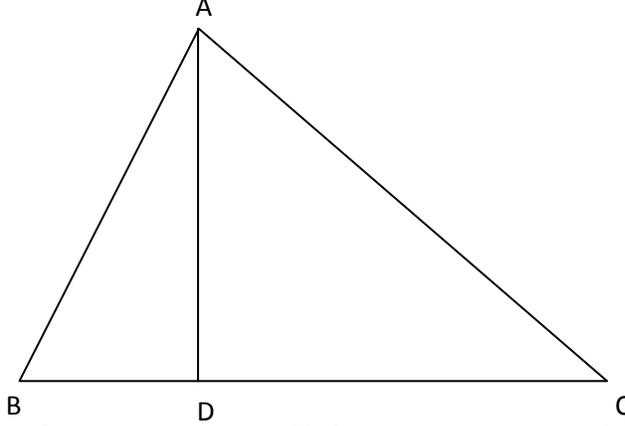
চিত্র-2-এর ক্ষেত্রে,

$$\begin{aligned} \angle AOB &= \angle BOD - \angle AOD \\ &= 2\angle OCB - 2\angle OCA \\ &= 2(\angle OCB - \angle OCA) \\ &= 2\angle ACB \text{ [প্রমাণিত]} \end{aligned}$$

- (d) প্রমাণ করো যে, কোন সমকোণী ত্রিভুজের সমকৌণিক বিন্দু থেকে অতিভুজের উপর লম্ব অঙ্কন করলে এই লম্বের উভয় পার্শ্বস্থিত ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সদৃশ এবং ঐ ত্রিভুজগুলির প্রত্যেকে মূল ত্রিভুজের সঙ্গে সদৃশ।

উঃ

সাধারণ নিৰ্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, কোনো সমকোণী ত্রিভুজ এর সমকৌণিক বিন্দু থেকে অতিভূজের উপর লম্ব অঙ্কন করলে এই লম্বের উভয় পার্শ্বস্থিত ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সদৃশ এবং ঐ ত্রিভুজগুলির প্রত্যেকে মূল ত্রিভুজের সঙ্গে সদৃশ।



বিশেষ নিৰ্বচন : মনে করি, ABC একাট সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle A$ সমকোণ। A বিন্দু থেকে অতিভূজ BC এর উপর AD লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, i> $\triangle ABD$ ও $\triangle CAD$ সদৃশ ।

ii> $\triangle ABD$ ও $\triangle CBA$ সদৃশ ।

iii> $\triangle ACD$ ও $\triangle BCA$ সদৃশ ।

প্রমাণ : ABC ত্রিভুজ এর $\angle A$ সমকোণ ;

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 90^\circ \text{ ----- (1)}$$

$$\because AD \perp BC, \therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABD + \angle BAD = 90^\circ \text{ ----- (2)}$$

$$\text{এবং } \angle ACD + \angle CAD = 90^\circ \text{ ----- (3)}$$

(1) ও (2) থেকে পাই,

$$\angle ABC + \angle ACB = \angle ABD + \angle BAD$$

$$\therefore \angle ACB \text{ বা } \angle ACD = \angle BAD \text{ [}\because \angle ABC \text{ ও } \angle ABD \text{ একই কোণ]}$$

(1) ও (3) থেকে পাই,

$$\angle ABC + \angle ACB = \angle ACD + \angle CAD$$

$$\therefore \angle ABC \text{ বা } \angle ABD = \angle CAD \text{ [}\because \angle ACB \text{ ও } \angle ACD \text{ একই কোণ]}$$

$\therefore \triangle ABD$ ও $\triangle CAD$ -এর

$$\angle ADB = \angle CDA$$

$$\angle BAD = \angle ACD$$

$$\angle ABD = \angle CAD \quad \therefore \triangle ABD \text{ ও } \triangle CAD \text{ সদৃশ।}$$

$\triangle ABD$ ও $\triangle CBA$ -এর

$$\angle CAB = \angle ADB$$

$$\angle ABC = \angle ABD$$

$$\angle ACB = \angle BAD \quad \therefore \triangle ABD \text{ ও } \triangle CBA \text{ সদৃশ।}$$

$\triangle ACD$ ও $\triangle BCA$ -এর

$$\angle ADC = \angle BAC$$

$$\angle ACD = \angle BCA$$

$$\angle CAD = \angle ABC$$

$\therefore \triangle ACD$ ও $\triangle BCA$ সদৃশ। [প্রমাণিত]

11. যেকোনো একটি প্রশ্নের উত্তর করো:

3

(a) $\triangle XYZ$ এর YZ বাহুর মধ্যবিন্দু P থেকে XZ ও XY এর সমান্তরাল সরলরেখা দুটি যথাক্রমে XY

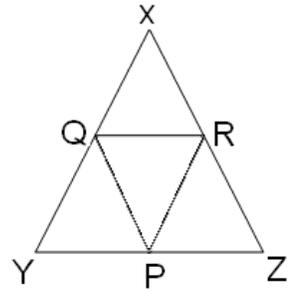
এবং XZ কে Q ও R বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করো যে $QR = \frac{1}{2}YZ$

উ:

$\triangle XYZ$ -এর YZ -র মধ্যবিন্দু P . P বিন্দু দিয়ে ZX ও YX এর সমান্তরাল সরলরেখা দুটি যথাক্রমে XY ও XZ কে Q ও R বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $QR = \frac{1}{2}YZ$ ।

প্রমাণ: $\triangle XYZ$ -এর YZ -এর মধ্যবিন্দু P এবং $PQ \parallel ZX$.



∴ Q, XY-এর মধ্যবিন্দু | (∵ কোনো ত্রিভুজের যেকোন একটি বাহুর মধ্যবিন্দু দিয়ে অঙ্কিত দ্বিতীয় বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা তৃতীয় বাহুকে সমদ্বিখন্ডিত করে) আবার, $\triangle XYZ$ -এর YZ-এর মধ্যবিন্দু P এবং PR || YX

∴ R, XZ-এর মধ্যবিন্দু |

∴ $\triangle XYZ$ -এর XY ও XZ বাহু দুটির মধ্যবিন্দু যথাক্রমে Q ও R |

∴ $QR = \frac{1}{2}YZ$. (∵ ত্রিভুজের যে কোন দুটি বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাংশ তৃতীয় বাহুর অর্ধেক) | [প্রমাণিত]

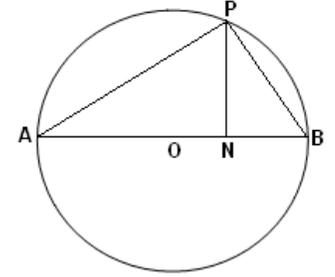
(b) কোন বৃত্তের AB একটি ব্যাস | বৃত্তের উপরিস্থিত কোনো বিন্দু P থেকে AB এর উপর অঙ্কিত লম্ব

AB কে N বিন্দুতে ছেদ করে | প্রমাণ করো $PB^2 = AB \cdot BN$

মনে করি, O কেন্দ্রীয় বৃত্তের AB ব্যাস | বৃত্তের উপরিস্থ P যে কোন বিন্দু |

P থেকে AB-এর উপর PN লম্ব | প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 = AB \cdot BN$

অঙ্কন: A,P ও B,P যোগ করা হল |



প্রমাণ: ∵ AB ব্যাস

∴ $\angle APB = 90^\circ$ (∵ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ)

∴ $\triangle APB$ সমকোণী যার $\angle P$ সমকোণ |

P বিন্দু থেকে অতিভুজ AB-র উপর PN লম্ব |

∴ $\triangle PBN$ ও $\triangle ABP$ সদৃশ | [∵ সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণিক বিন্দু থেকে অতিভুজের উপর অঙ্কিত

লম্ব যে দুটি ত্রিভুজ উপস্থাপন করে তারা প্রত্যেকেই মূল ত্রিভুজের সঙ্গে সদৃশ |]

∴ $\frac{PB}{BN} = \frac{AB}{PB}$ (∵ দুটি সদৃশ ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলি সমানুপাতী |)

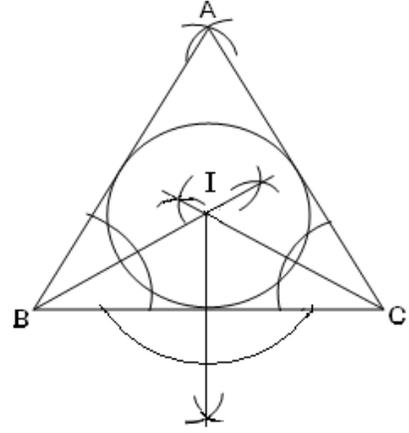
বা, $PB^2 = AB \cdot BN$ [প্রমাণিত]

12. 6 সেমি বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করো। ঐ ত্রিভুজের অন্তর্ভুক্ত অঙ্কন করো (শুধুমাত্র অঙ্কন চিহ্ন দাও)

6

উঃ

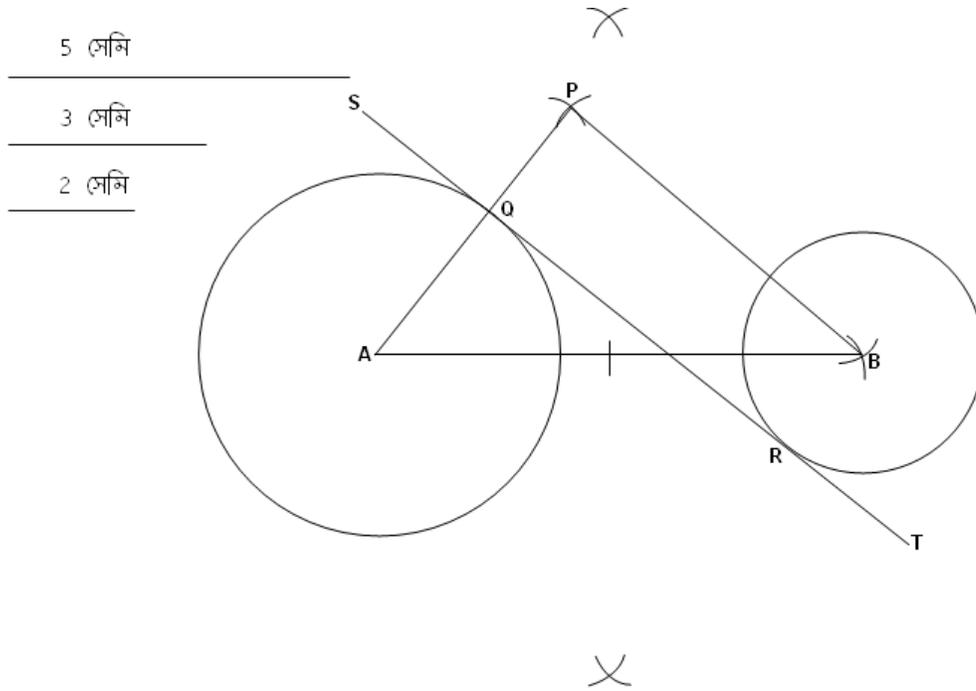
ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি। I কেন্দ্রীয় ও ID ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তটি হল ΔABC -এর অন্তর্ভুক্ত।



অথবা

3 সেমি ও 2 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট দুটি বৃত্ত অঙ্কন করো, যাদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব 8 সেমি। ঐ বৃত্ত দুটির একটি তির্যক সাধারণ স্পর্শক অঙ্কন করো। (শুধুমাত্র অঙ্কন চিহ্ন দিতে হবে)

উঃ



A কেন্দ্রীয় ও B কেন্দ্রীয় বৃত্তদুটির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 3 সেমি ও 2 সেমি এবং $AB=8$ সেমি।

ST হল ঐ দুটি বৃত্তের একটি তির্যক সাধারণ স্পর্শক।

13. যেকোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর করো:-

4+4

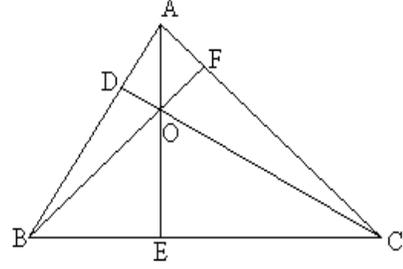
(a) একটি সমবাহু ত্রিভুজের অন্তস্থ কোন বিন্দু থেকে বাহুগুলির উপর আঁকা লম্ব তিনটি যথাক্রমে 10 সেমি, 20 সেমি ও 30 সেমি। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

উঃ ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। O, অন্তস্থ কোন বিন্দু।

মনে করি, প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য a= সেমি।

OD=10 সেমি, OE=20 সেমি, OF=30 সেমি।

ΔOAB -এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times AB \times OD = \frac{1}{2} \times a \times 10$ বর্গসেমি।



ΔOBC -এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times BC \times OE = \frac{1}{2} \times a \times 20$ বর্গসেমি।

ΔOCA -এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times CA \times OF = \frac{1}{2} \times a \times 30$ বর্গসেমি।

ΔABC -এর ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ বর্গসেমি।

$\therefore \Delta ABC = \Delta OAB + \Delta OBC + \Delta OCA$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 = \frac{1}{2} \times a \times 10 + \frac{1}{2} \times a \times 20 + \frac{1}{2} \times a \times 30$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 = \frac{1}{2} \times a \times 10 + \frac{1}{2} \times a \times 20 + \frac{1}{2} \times a \times 30$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 = \frac{1}{2} \times a \times (10+20+30)$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{4} a = \frac{1}{2} \times 60$$

$$\text{বা, } a = \frac{60 \times 4}{2 \times \sqrt{3}} = \frac{60 \times 2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 40\sqrt{3}$$

\therefore ত্রিভুজটির প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য = $40\sqrt{3}$ সেমি। (Ans.)

(b) কোনো সুশম চতুস্তলকের প্রত্যেক ধারের দৈর্ঘ্য 12 সেমি হলে ঐ চতুস্তলকের আয়তন নির্ণয় করো।

উঃ সুশম চতুস্তলকের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য= 12 সেমি।

সুশম চতুস্তলকের প্রতিটি তলই সমবাহু ত্রিভুজ।

চিত্রে, সুশম চতুস্তলকের ভূমি হল $\triangle ABC$, উচ্চতা=PO.

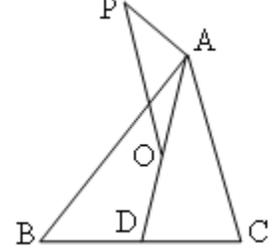
AD = ভূমির উচ্চতা।

$$\therefore AD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \text{ সেমি} = 6\sqrt{3} \text{ সেমি}$$

$$\therefore AO = \frac{2}{3} \times AD \text{ [O, AD কে 2:1 আনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে]}$$

$$= \frac{2}{3} \times 6\sqrt{3} \text{ সেমি}$$

$$= 4\sqrt{3} \text{ সেমি}$$



$\triangle AOP$ থেকে পাই,

$$AP^2 = PO^2 + AO^2$$

$$\text{বা, } 12^2 = PO^2 + (4\sqrt{3})^2$$

$$\text{বা, } 144 = PO^2 + 48$$

$$\text{বা, } PO^2 = 144 - 48 = 96$$

$$\text{বা, } PO = 4\sqrt{6}$$

$$\therefore \text{সুশম চতুস্তলকের উচ্চতা} = 4\sqrt{6} \text{ সেমি}$$

$$\text{আবার সুশম চতুস্তলকের ভূমির ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12 \times 12 \text{ বর্গসেমি} = 36\sqrt{3} \text{ বর্গসেমি}$$

$$\therefore \text{সুশম চতুস্তলকের আয়তন} = \frac{1}{3} \times \text{ভূমির ক্ষেত্রফল} \times \text{উচ্চতা}$$

$$= \frac{1}{3} \times 36\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} \text{ ঘনসেমি}$$

$$= 48\sqrt{18} \text{ ঘনসেমি}$$

$$= \underline{144\sqrt{2} \text{ ঘনসেমি (Ans.)}}$$

(c) একটি লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুর উচ্চতা 20 সেমি এবং তির্যক উচ্চতা 25 সেমি। এর সমান আয়তন বিশিষ্ট একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের উচ্চতা 15 সেমি হলে চোঙটির ভূমির ব্যাস নির্ণয় করো।

উঃ মনে করি, লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুর ভূমির

$$\text{ব্যাসার্ধ} = r \text{ সেমি}$$

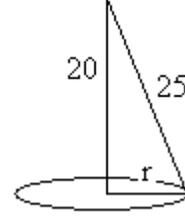
$$\therefore 20^2 + r^2 = 25^2$$

$$\text{বা, } r^2 = 25^2 - 20^2$$

$$\text{বা, } r^2 = 625 - 400$$

$$\text{বা, } r^2 = 225$$

$$\text{বা, } r^2 = 15$$



$$\therefore \text{লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুর আয়তন} = \frac{1}{3} \pi \times 15^2 \times 20 \text{ ঘনসেমি।}$$

মনে করি, লম্ববৃত্তাকার চোঙের ভূমির ব্যাসার্ধ = r_1 সেমি

$$\therefore \text{লম্ববৃত্তাকার চোঙের আয়তন} = \pi \times r_1^2 \times 15 \text{ ঘনসেমি}$$

$$\therefore \text{প্রম্নানুসারে, } \pi \times r_1^2 \times 15 = \frac{1}{3} \pi \times 15^2 \times 20$$

$$\text{বা, } r_1^2 = \frac{15 \times 20}{3}$$

$$\text{বা, } r_1^2 = 100$$

$$\text{বা, } r_1 = 10$$

$$\therefore \text{লম্ববৃত্তাকার চোঙের ভূমির ব্যাস} = (2 \times 10) \text{ সেমি}$$

$$= \underline{20 \text{ সেমি (Ans.)}}$$

(d) একটি অর্ধগোলাকৃতি গম্বুজের ভূমিতলের ব্যাস 42 ডেসিমি। গম্বুজটির উপরিবক্র্তল রঙ করতে প্রতি বর্গমিটার 15 টাকা হিসাবে যে খরচ হবে তা নির্ণয় করো।

$$\text{উঃ অর্ধগোলাকৃতি গম্বুজের ভূমিতলের ব্যাসার্ধ} = \frac{42}{2} \text{ ডেসেমি}$$

$$= 21 \text{ ডেসেমি}$$

গম্বুজটির উপরিতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi \times 21^2$ বর্গডেসেমি।

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \text{ বর্গডেসেমি।}$$

$$= 6 \times 22 \times 21 \text{ বর্গডেসেমি।}$$

$$= \frac{6 \times 22 \times 21}{100} \text{ বর্গমি}$$

∴ প্রতিবর্গমিটার 15 টাকা হিসাবে গম্বুজটির উপরিতল রং করতে খরচ হবে

$$= \frac{6 \times 22 \times 21}{100} \times 15 \text{ টাকা}$$

$$= 415.80 \text{ টাকা (Ans.)}$$

14. একটি পাঁচতলা বাড়ির ছাদের কোন বিন্দু থেকে দেখলে মনুমেন্টের চূড়ার উন্নতি কোণ ও গোড়ার অবনতি কোণ যদি যথাক্রমে 60° ও 30° হয় এবং বাড়িটির উচ্চতা 16 মিটার হয় তবে মনুমেন্টের উচ্চতা কত? 5

উঃ মনে করি, AB হল মনুমেন্ট এবং CD হল বাড়ি।

D বিন্দু থেকে A বিন্দুর উন্নতি কোণ 60° এবং B বিন্দুর অবনতি কোণ 30°

$$\therefore \angle ADE = 60^\circ$$

$$\angle EDB = 30^\circ = \angle DBC \text{ (একান্তর কোণ)}$$

ধরি, BC = x মি. এবং AE = y মি

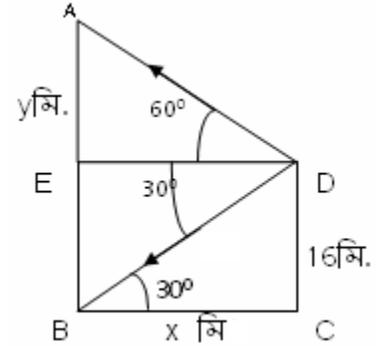
$\triangle DBC$ থেকে পাই,

$$\frac{DC}{BC} = \tan 30^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{16}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } x = 16\sqrt{3}$$

$$\therefore BC = DE = 16\sqrt{3} \text{ মি.}$$



আবার, $\triangle AED$ থেকে পাই,

$$\frac{AE}{ED} = \tan 60^\circ$$

বা, $\frac{y}{16\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

বা, $y = 48$

$\therefore AE = 48$ মি.

\therefore মনুসেন্টের উচ্চতা = AB

$$= AE + EB$$

$$= (48+16) \text{ মি.}$$

$$= \underline{64 \text{ মি. (Ans.)}}$$

অথবা

সূর্যের উন্নতি কোণ 45° হলে কোনো সমতলে অবস্থিত একটি স্তম্ভের ছায়ার দৈর্ঘ্য যা হয়, উন্নতি কোণ 30° হলে, ছায়ার দৈর্ঘ্য তার চেয়ে 20 মিটার বেশি হয়। স্তম্ভের উচ্চতা নির্ণয় করো। ($\sqrt{3}=1.732$)

উঃ মনে করি, AB হল স্তম্ভ

ধরি, AB = x মি | BC = y মি

$\triangle ABC$ থেকে পাই,

$$\frac{AB}{BC} = \tan 45^\circ$$

বা, $\frac{x}{y} = 1$ বা, $x = y$ (i)

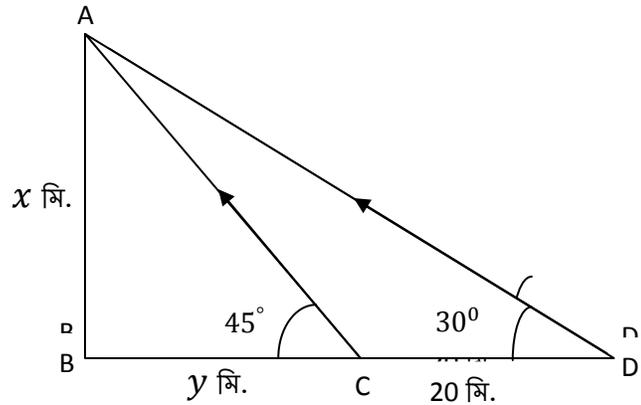
আবার $\triangle ABD$ থেকে পাই,

$$\frac{AB}{BD} = \tan 30^\circ$$

বা, $\frac{x}{y+20} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\sqrt{3} x = y + 20$ (ii)

(i) ও (ii) থেকে পাই,



$$\sqrt{3}x = x + 20$$

$$\text{বা, } x(\sqrt{3}-1) = 20$$

$$\text{বা, } x = \frac{20}{\sqrt{3}-1} = \frac{20(\sqrt{3}-1)}{3-1} = \frac{20(\sqrt{3}-1)}{2}$$

$$= 10(\sqrt{3} + 1) = 10(1.732+1) = 10 \times 2.732 = 27.32$$

∴ স্তম্ভের উচ্চতা = 27.32 মিটার (Ans.)

15. যেকোন দুটি প্রশ্নের উত্তর লেখো:-

3+3

(a) কোনো চতুর্ভুজের তিনটি কোণ $\frac{\pi}{3}$, $\frac{5\pi}{6}$ এবং 90° হলে, ঐ চতুর্ভুজের চতুর্থ কোণটির ষষ্ঠিক এবং

বৃত্তীয় মান নির্ণয় কর।

উঃ চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি = 2π

∴ চতুর্ভুজের চতুর্থ কোণটির বৃত্তীয়মান

$$= 2\pi - \left(\frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) \left[\because 90^\circ = \frac{\pi}{2}\right]$$

$$= 2\pi - \frac{2\pi + 5\pi + 3\pi}{6}$$

$$= 2\pi - \frac{10\pi}{6}$$

$$= \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \text{চতুর্থ কোণটির ষষ্ঠিক মান} = \frac{180^\circ}{3}$$

$$= \underline{60^\circ} \text{ (Ans.)}$$

(b) $\sec\theta - \tan\theta$ হলে $\sec\theta$ এবং $\tan\theta$ এর মান নির্ণয় করো।

উঃ আমরা জানি,

$$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

$$\text{বা, } (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$$

$$\text{বা, } (\sec\theta + \tan\theta) \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$$

$$\text{বা, } (\sec\theta + \tan\theta) = \sqrt{3}$$

$$(\sec \theta + \tan \theta) = \sqrt{3}$$

$$(\sec \theta - \tan \theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$2\sec \theta = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (যোগ করে পাই)}$$

$$\text{বা, } 2\sec \theta = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \sec \theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \tan \theta = \sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{3-2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \sec \theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ (Ans.)}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (Ans.)}$$

(c) মান নির্ণয় করো:

$$\cot^2 30^\circ - 2\cos^2 60^\circ - \frac{3}{4}\sec^2 45^\circ - 4\sin^2 30^\circ + \tan^2 45^\circ$$

$$\text{উ: } \cot^2 30^\circ - 2\cos^2 60^\circ - \frac{3}{4}\sec^2 45^\circ - 4\sin^2 30^\circ + \tan^2 45^\circ$$

$$= (\sqrt{3})^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}(\sqrt{2})^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (1)^2$$

$$= 3 - 2 \times \frac{1}{4} - \frac{3}{4} \times 2 - 4 \times \frac{1}{4} + 1$$

$$= 3 - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} - 1 + 1$$

$$= 3 - 2$$

$$= 1 \text{ (Ans.)}$$

(d) $\cos 42^\circ = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ হলে $\tan 48^\circ$ এর মান নির্ণয় করো।

$$\text{উ: } \sin 42^\circ = \sqrt{1 - \cos^2 42^\circ}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{x^2}{x^2+y^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{x^2+y^2-x^2}{x^2+y^2}}$$

$$= \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\tan 48^\circ = \tan(90^\circ - 42^\circ)$$

$$= \cot 42^\circ$$

$$= \frac{\cos 42^\circ}{\sin 42^\circ}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \times \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}$$

$$= \frac{x}{y} \text{ (Ans.)}$$

16. (i) বার্ষিক 9% সরল সুদে 3,000 টাকার 2 বছরে সুদ কত?

2

উ: 100 টাকার 1 বছরের সরলসুদ 9 টাকা

$$1 \quad " \quad " \quad " \quad \frac{9}{100} \quad "$$

$$3000 \quad " \quad " \quad " \quad \frac{9 \times 3000 \times 2}{100} = 540 \text{ টাকা}$$

∴ নির্ণেয় সুদ = 540 টাকা (Ans.)

(ii) $2x+3y=12$ হলে শূন্যস্থান পূর্ণ করো।

2

x		4
y	3	

উ: $2x + 3y = 12$

$$y=3 \text{ হলে, } 2x + 9 = 12 \text{ বা, } 2x = 3 \text{ বা, } x = \frac{3}{2} \text{ (Ans.)}$$

$$x=4 \text{ হলে, } 8 + 3y = 12 \text{ বা, } 3y = 4 \text{ বা, } y = \frac{4}{3} \text{ (Ans.)}$$

x	$\frac{3}{2}$	4
y	3	$\frac{4}{3}$

(iii) $\frac{a+b}{a^2-ab+b^2} \div \frac{(a+b)^2}{a^3+b^3}$ এর সরলতম মান কত? 2

উঃ

$$\begin{aligned} & \frac{a+b}{a^2-ab+b^2} \div \frac{(a+b)^2}{a^3+b^3} \\ &= \frac{a+b}{a^2-ab+b^2} \times \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a+b)(a+b)} \\ &= 1 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(iv) কোন ধরনের ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র, পরিকেন্দ্র এবং ভরকেন্দ্র একই বিন্দুতে হবে? 2

উঃ সমবাহু ত্রিভুজ। (Ans.)

(v) কোনো ঘনক-এর কর্ণ এবং সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের সাংখ্যমান সমান হলে ঐ ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য কত? 1

উঃ মনে করি, ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য = a একক

$$\therefore \text{প্রশ্নানুসারে, } \sqrt{3}a = 6a^2$$

$$\text{বা, } 6a = \sqrt{3}$$

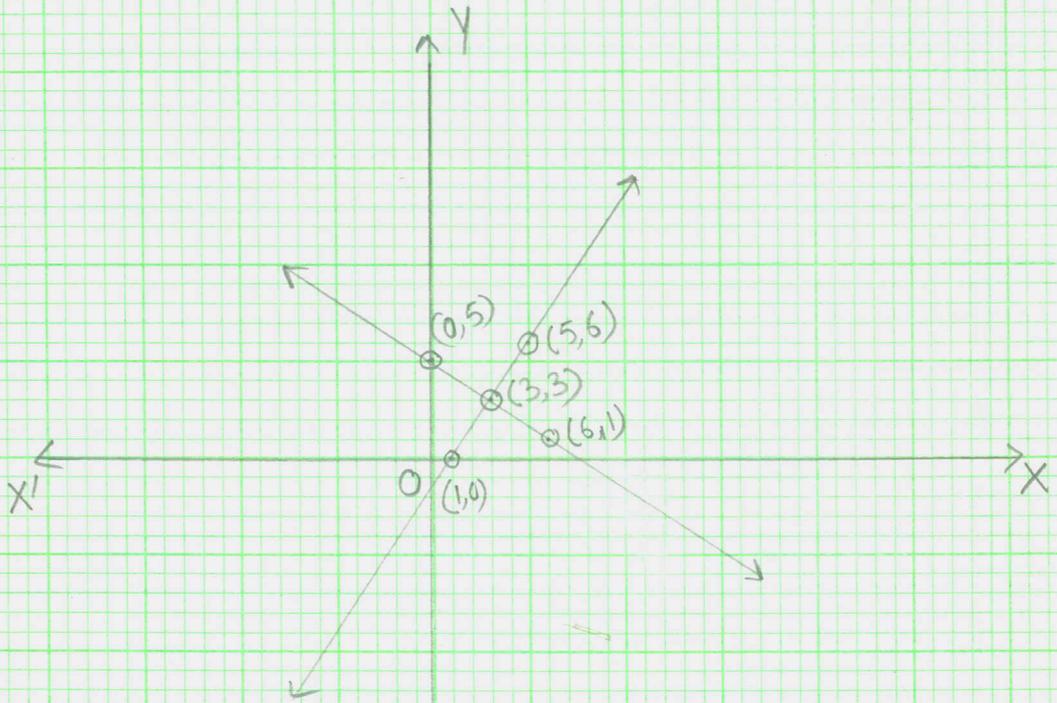
$$\text{বা, } a = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\therefore \text{ঘনকের দৈর্ঘ্য } = \frac{\sqrt{3}}{6} \text{ একক। (Ans.)}$$

(vi) $\sin\theta = \frac{x}{y}$ ($x \neq y$) হলে x এবং y -এর মধ্যে কে বড়? 1

$$\sin\theta = \frac{x}{y} \text{ (} x \neq y \text{)}$$

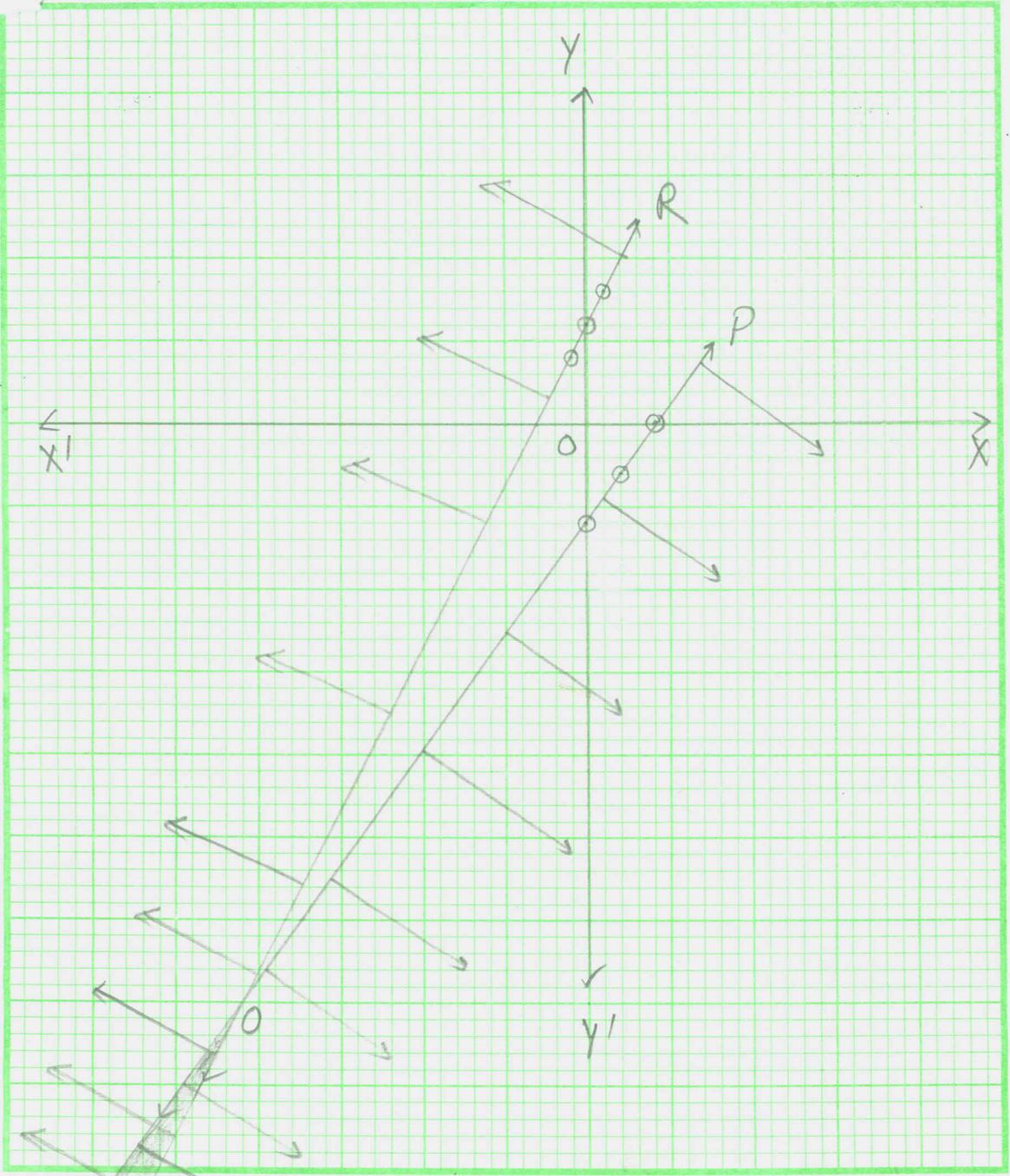
$$\therefore y > x, \text{ অর্থাৎ } y \text{ বড়। (Ans.)}$$



निम्नलिखित मानों

$$\left. \begin{array}{l} x = 3 \\ y = 3 \end{array} \right\}$$

31207



INCH DIVISION

COMPUTER SETTING

LOKENATH AGENCIES, KOL-32

$a \rightarrow s$